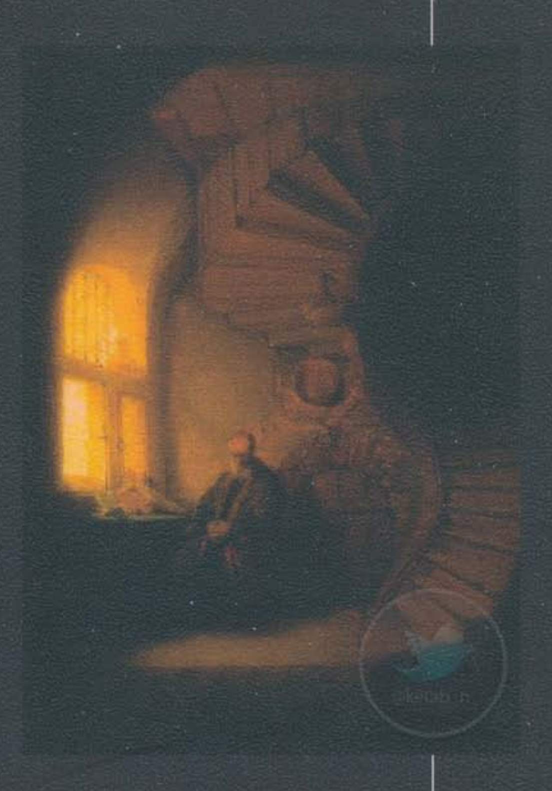
أرسان العقل

ما يعجز العلم، والرياضيات، والمنطق عن إخبارنا به

7.2.2022



نوسُن س. يانوفسكي

ترجمة: نجيب الحصادي



أرسان العقل

ما يعجز العلم، والرياضيات، والمنطق عن إخبارنا به


تمت ترجمة هذا الكتاب بدعم
مبادرة
ترجم
Tarjim initiative

أرسان العقل
ما يعجز العلم، والرياضيات، والمنطق عن إخبارنا به
تأليف: نوسُن س. يانوفسكي
ترجمة: نجيب الحصادي
الطبعة الأولى: 2021
ISBN: 978-603-91578-4-7
رقم الإيداع: 1442/5119

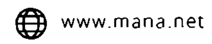
هذا الكتاب ترجمة لـ:
Noson S, Yanofsky
The Outer Limits of Reason
What Science, Mathematics, and Logic
***Cannot* Tell us**

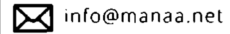
Cover Painting by: Rembrandt

الآراء والأفكار الواردة في الكتاب تمثل وجهة نظر المؤلف



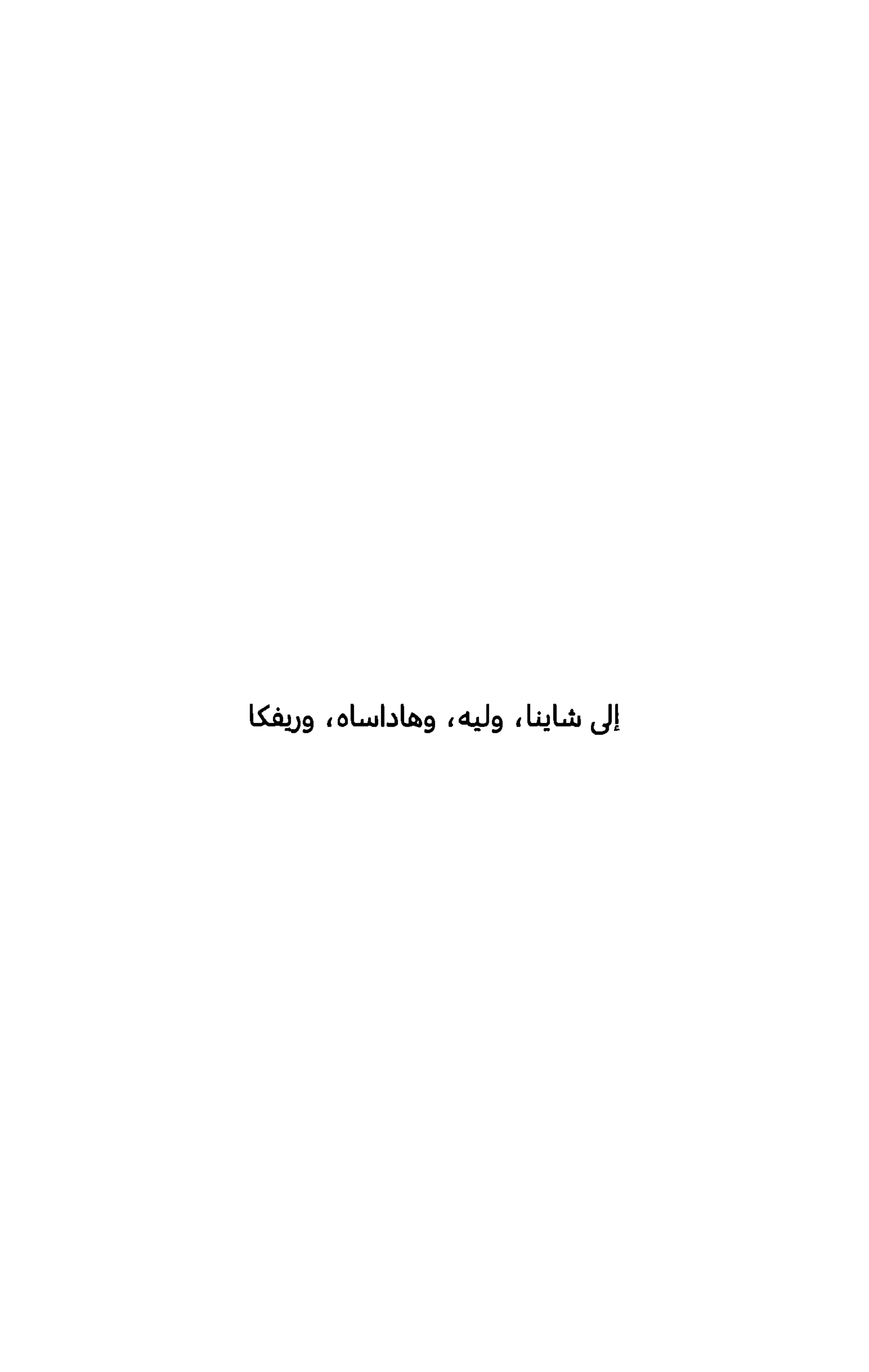
الناشر:
دار معنى للنشر و التوزيع





@ManaPlatform

المحتويات



إلى شاينا، وليه، وهاداساه، وريفكا

تقديم المترجم

إلى عهد قريب، ربما بتأثير من سطوة الوضعية المنطقية الممسوسة بهاجس الوضوح، كنت أحسب أن فرص الأفكار الغائمة والعبارات المبهمة في مطابقة الواقع ليست وافرة، وأن الأفكار قد تتلعثم، والعبارات قد تغمض، لكن الواقع لا يتلعثم ولا يغمض. غير أنه استبان لي تدريجيًا، وتأكد لي خصوصًا بعد قراءة هذا الكتاب، أن الواقع ليس محددًا بالقدر الذي حسبت، وأن الغموض لا يطال تمثلات البشر للواقع فحسب، بل يطال الواقع نفسه، وأن المستقبل سوف يظل دائمًا خفيًا ليس فقط لأن قدرة الإنسان على المعرفة محدودة؛ بل أساسًا لأن كثيرًا من حوادث الطبيعة التي تشكل المستقبل هي نفسها غير محددة. ثمة شواش كامن في العالم نفسه، في بنيته التحتية، وثمة هشاشة في مواضع في الكون بدت لقرون صلبة بما يكفي.

وكان أشياع الحتمية قد حسبوا أنه لو عرف البشر كل أوضاع الكون الراهنة وأدركوا النواميس التي تحكم ظواهره؛ لتسنّت لهم الدراية بكل أوضاع مستقبله. المثال الحتمي، وإن لم يضمن المعرفة الكلية، يُضمر وعدًا واثقًا بها لا يتوقف البرّ به إلا على تبني خيار العلم واستمرار الحياة الدنيا أبد الآبدين. البشارة الحتمية قطعية لا مواربة فيها: إذا انتظرنا ما يكفي، سوف نعرف كل شيء. وعلى حد تعبير بيير-سيمون لابلاس، عالم الفيزياء والرياضيات الفرنسي في القرن الثامن عشر، وأبرز أبرز دعاة الحتمية:

> لنا أن نعتبر الوضع الراهن للكون نتيجة ماضيه وسبب مستقبله. العقل الذي يعرف في لحظة بعينها كل القوى التي تجعل الطبيعة تتحرك، وكل مواضع كل الأجزاء التي تتألف منها الطبيعة، والقادر على تحليل هذه البيانات، سوف يتمكّن من أن يضم في صيغة واحدة حركات أكبر الأجسام في الكون وحركات أصغر الذرات؛ بالنسبة إلى هذا العقل، لا شيء موضع شك، والمستقبل برمته، تمامًا مثل الماضي، حاضر أمام عينيه.

غير أن ميكانيكا الكم تشكّك في هذه البشارة؛ فالعالم الكمومي غير قابل للفهم لأنه لا رجاء في معرفة مجمل خصائص أي شيء في آن واحد. فكلما كان الملاحِظ أكثر دقة في قياس طاقة حدث كمومي ما، قلّت قدرته على تحديد زمنه، وكلما ضاعف جهوده لتحديد موضع إلكترون

ما، استعصت عليه الدراية بكمية حركته. معرفتنا لأشياء مأتى جهلنا بأخرى، والعلم يحتّم الجهل. بعد ميكانيكا الكم، لم يعد المجرّب منفصلًا عن التجربة، بل أصبح جزءًا منها لا يؤثّر فحسب على ما يسفر عنها، بل يسهم أيضًا في تشكيله. ذلك أن المجرّب لم يكن يجهل قبل القياس ما تكونه الخاصية، فقبل القياس لم تكن هناك خاصية أصلًا.

وكان هناك فلاسفة ارتأوا منذ عهد طويل أن البشر قد خُلقوا على نحو يحول دون قدرتهم على فهم العالم؛ لكن ميكانيكا الكم تخبرهم الآن بأن العالم نفسه قد خُلق على نحو يحول دون قدرة البشر على فهمه. المناقب التي ظلت العلوم الطبيعية والتطبيقية تستعلي بها قرونًا على العلوم الإنسانية والاجتماعية، كالموضوعية والدقة وضبط المتغيرات، والناجمة عن تعاملها مع جوامد لا حرية اختيار لديها، تتلاشى وتضيع مرة وإلى الأبد. ذلك أن العلم مشروع ظني لأسباب تنضاف إلى ضعف الشواهد البشرية وقلة حيلة الإنسان أمام أهوائه. إنه ظني لأسباب كامنة في الطبيعة نفسها. لكن هذا يعني أن الواقع يتلعثم، تمامًا مثل أفكارنا وأساليبنا في التعبير عنه؛ وإذا كانت الطريق إلى موئل اليقين صعبة بسبب قلة زادنا المعرفي، فأدعى أن تكون أصعب إذا لم يكن لليقين موئل.

ولكن في حين أن الواقع يتلعثم، فإنه لا يكذب ولا يتناقض مع نفسه. الجمل تكذب، حين تخالف ما يتألف منه الواقع، وقد يعتقد الإنسان في صدق أحكام متناقضة؛ أما العالم نفسه فخلو من الأباطيل والإحالات المنطقية. وحتى حين يبدو أن هناك مثالب ونقائص يعاني منها الواقع، فإنها في حقيقة الأمر مجرد أمارة على توقعات وأماني بشرية لم يحققها العالم. الحقائق التي تكون من قبيل أن «ثلثا كوكبنا الأزرق تغطيه المياه ... [وأننا] عادة ما نكون مقيدين بسطح الأرض. حتى في هذه الأجزاء، ثمة بقاع من الأرض أكثر ارتفاعًا، أو سخونة، أو جفافًا، أو برودة من أن تعزز حياة بشرية طويلة الأجل. وضمن البيئات القادرة على تعزيز حياة البشر، توجد تسونامي، وبراكين، وزلازل، وأعاصير، وانهيارات طينية متكررة، وفطر سام، ومحامون، تسهم جميعها في جعل الحياة البشرية هشة بشكل موجع. وهناك قائمة لا تنتهي من الأمراض، والفيروسات، والأوبئة، والبكتيريا القاتلة التي قضت عبر الزمن على أعداد كبيرة من المجتمعات البشرية»؛ أقول إن هذه الحقائق لا تثبت سوى أن سقف توقعات البشر أعلى مما يجب، وأن خذلان البشر من دأب العالم. باختصار، ثمة قيود تفرض على العقل، ولكن

الحديث عن قيود تفرض على الواقع قد يكون خلوًا من المعنى.

وهذا الكتاب بحث في أرسان [أو قيود] العقل، وليس بحثًا في أرسان [أو قيود] الواقع، وعجز العلم عن إخبارنا بأشياء نرغب في معرفتها ليس سوى رسن من هذه الأرسان، فحتى المنطق والرياضيات والحواسيب تعاني من عجز مماثل. ولأن البحث فعل ذهني، يثور السؤال: أنّى للعقل أن يدرك أرسان العقل؟ بتعبير آخر، كيف يتأتى للعقل الخوض في مسائل أثناء محاولته البرهنة على عجزه عن الخوض فيها؟ ألا يبدو أن من يحاول أن يعقل عقال العقل كمن يحاول رسم دائرة من نقطة ما كان لها أن توجد أصلًا لو أنه أحسن الرسم؟ يبدو أن المفارقة التي يشي بها هذا السؤال مجرد مثل آخر على حقيقة لا يفتأ مؤلّف هذا الكتاب يؤكدها: أنه ما أن يحيل الشيء على نفسه - والعقل حين يناقش أرسان العقل إنما يحيل على نفسه - حتى يكون على شفا هاوية التناقضات والأباطيل.

والحال أن مآل كل عمل على هذا القدر من التأسيس والتجريد والعمومية أن يقع في مفارقة من هذا القبيل. ألا ترى أن أحكام الوضعية المنطقية لا تقبل التحقق، وتعدّ من منظور مبدأ التحقق الذي تصادر عليه أحكامًا يعوزها المعنى؛ وأن من شأن حكم النزعة الدحضوية بأن علمية الفرضية رهن لقابليتها للدحض أن يجعل من حكمها هذا، بمنطق الحكم نفسه، فرضية لاعلمية؛ وأن من يدعو إلى التسامح مع الآخر ملزم في النهاية بالتسامح مع من يرفض التسامح معه؛ وأن من يرغب في بلوغ حالة النيرفانا مطالب بالتخلي عن كل الرغاب، بما فيها الرغبة في بلوغ حالة النيرفانا؟

ومهما يكن من أمر هذه المفارقة، وإمكان الخلاص منها، لنا أن نعتبر هذا العمل محاولة جادة لجمع شواهد عديدة، مستقاة من فروع معرفية متنوعة، ضد فكرة كان قد عبّر عنها آلبرت أينشتاين ذات مرة: أن أشد الأشياء استغلاقًا على العقل هو أن العالم يمكن تعقله. فضدّ مصادرة أينشتاين على قدرة العقل على تعقّل العالم، يُعنى هذا العمل بتبيان أن العالم، في أحايين كثيرة، لا يمكن تعقله، وأن للعقل أرسانًا لا يعجز عن الفكاك منها. غير أنه لا يُعنى باقتراح ملكات بشرية أوفر حظًا من العقل من حيث التمكين في فهم العالم، بل يقف عند الاعتراف بعجز القدرات العقلية البشرية عن تفسير العديد من الظواهر الطبيعية والرياضية والمنطقية، وعن الإحاطة بعدد هائل من المفاهيم والأفكار والأحكام.

وكانت الشكوك حول قدرة العقل على تعقّل العالم قد ساورت الفلاسفة منذ عهود طويلة. لقد تساءل ديفيد هيوم منكرًا «أي ميزة خاصة يتمتع بها هذا القلق الصغير الذي نسمّيه الفكر، بحيث نجعل منه نموذج الكون بأسره؟»؛ وكان روسو يؤمن بوجود حياة أخرى لأسباب يعترف بأنه لم يملها عليه العقل، فها هو يقول «لقد عانيت في هذه الحياة حدًا يجعلني أثق في حياة أخرى، وليس ثمة حذق ميتافيزيقي يجعلني أشك لحظة في خلود الروح أو في العناية الإلهية، فأنا أشعر بها، أعتقد فيها، أريدها، آمل فيها، وسوف أدافع عنها إلى أن ألفظ أنفاسي الأخيرة»؛ وفي حين يذهب بسكال إلى «أن للقلب أسبابًا لا يعرفها العقل»؛ وفي حين يحذرنا طاغور من أن «العقل مُدْيَة كلها نصل»، فإن هنري برغسون يتساءل «أنى لصَدفة العقل التي ألقتها أمواج الحياة أن تتمثل صورة الأمواج التي ألقتها؟».

ولئن كان الإنسان لا يخلو من عنصر لامعقولية، فإن هذا العنصر ليس مدعاة للقلق، لأن اللامعقولية من ضمن أبرز مقومات ماهية البشر. وعلى حد تعبير مؤلف هذا الكتاب، «العالم الذي يقطنه البشر ليس عالم العقل، والمنطق، والرياضيات ... أذهاننا لا تعيش في عالم الأحجار، وصور الحياة المؤسسة على الكربون، والجزيئات التي تمتثل لقوانين الفيزياء المعتادة، بل لدينا مشاعر وعواطف لا يمليها العقل والمنطق. لدينا حس بالجمال، والدهشة، والأخلاق، والقيم التي تتجاوز العقل وتتحدى التفسير المعقول. إننا لا نقدّر الفن والموسيقى الجميلة لأسباب منطقية، وحين نتأمل سلسلة من الجبال فإننا نمتلئ رَوعًا ودهشة، كما أننا نحاول تجنب الأعمال الشائنة حتى حين تكون مفيدة لنا، ونثمّن الوقت الذي نمضيه مع أحبابنا، ونألم لفراقهم، على الرغم من عدم وجود ضرورة منطقية تستدعي أيًّا من ذلك. قراراتنا لا تُتخذ تأسيسًا على المنطق والعقل، بل تعوّل على الإستاطيقا، والخبرة العملية، والميول الأخلاقية، والنزوات، والعواطف، والأحداس، والمشاعر. وبهذا المعنى، كلّ منا يتجاوز أصلًا حدود العقل».

وكما يضيف المؤلّف، لم يكن احتيازنا على مكوّن لاعقلاني مجرد مصادفة، بل هو من أهم مقومات هويتنا. «إنه ما يجعلنا ننهض في الصباح من أسرّتنا. إنه باعثنا وإرادتنا. ذلك أنه ليس هناك سبب منطقي للقيام بأي شيء. يخبرنا العقل والمنطق بما يكون، ويخبراننا أحيانًا بما سوف يكون، ويمكن توظيفهما في الحصول على ما نريد. ولكن لا العقل ولا المنطق يخبرنا بما نريد أو بما يجب أن يكون، فهذا شأن الإرادة والرغبة. وفي غياب الحب والرغبة والموسيقى والفن لا معنى للعالم.

والحياة الواقعية ليست مهمة إلا حين تشمل الأخلاق والقيم والجمال».

غير أن المؤلّف يتجنب طرح تعريف دقيق لما يعنيه من أرسان العقل، بل إنه يتجنب حتى طرح تعريف دقيق للعقل، ويكتفي بقول إن كل ما يفضي إلى تناقضات أو أباطيل يتجاوز عقاله. ولأن الشيء قد يفضي إلى تناقض أو باطل دون أن ننتبه إلى إفضائه إلى أي منهما، ولأنه قد لا يفضي إلى تناقض ولا يفضي إلى باطل لكننا نتوهم أنه يفضي إلى أحدهما أو كليهما؛ ليست هناك قواعد دقيقة لتحديد متى تشكل الفكرة أو العملية جزءًا من العقل ومتى تتجاوز أرسانه، وهذا يعني أن القيود التي تفرض على العقل ليست مطلقة بل نسبية يدول عليها الزمان بصروفه.

يبقى في ختام هذا التقديم الموجز أن أعرّج على أسلوب الكاتب وعلى ترجمتي لعنوان كتابه. ولعل أبرز ما في أسلوب عرض ما يناقَش من قضايا هو الذهنية الرياضية التي يتمتع بها صاحبه، بإحكامها، وتجريدها، ورصانتها، ودقتها، وشموليتها. وكذا شأن الوضوح الذي يسيطر عليه هاجسه إلى حد يجعله أحيانًا يسرف في توضيح الواضح.

أما بخصوص عنوان الكتاب الرئيس (*The Outer Limits of Reason*)، فأشير إلى أنني ترددت طويلًا في ترجمته، ومن ضمن البدائل التي أفكرت فيها: «حدود العقل الخارجية»، و«حدود العقل القصوى»، و«تخوم العقل»، و«آفاق العقل»، و«قيود العقل»، و«نطاق العقل»، و«عقال العقل»، غير أني استقررت في النهاية، باقتراح من الصديق سالم العوكلي، على «أرسان العقل»، ليس فقط لأن متن الكتاب يوضح المعنى العام المقصود من العنوان الأصلي بما ينبئ عن اتساقه مع هذه الترجمة ويبدد مخاطر أي لبس، بل أيضًا لأن مؤلّفه يقر أن التعبير مجازي، بما يتيح فرصة التماس تعبير جرسي في ترجمته. ومفرد الأرسان هو الرَسن، ويقال «رَمي برَسنه على غاربه» بمعنى خُلّي سبيلَه فلم يمنعه أحد مما يريد»، ما يعني أن الرسن نوع من القيود، وهذا مبرر آخر لاختيار هذه الترجمة، فالمؤلف يرادف في سياقات كثيرة بين كلمة limits وكلمة limitations [قيود]. غير أنني لم أقتصر في المتن على استخدام هذا التعبير، فمتأسّيًا بالمؤلف نفسه، غالبًا ما أستخدم «عقال العقل» و«حدود العقل» و«قيود العقل» و«أرسان العقل» للدلالة على معنى واحد.

بنغازي 8 يناير 2020

نوسُن س. يانوفسكي

أستاذ في قسم الحاسوب وعلم المعلومات في جامعة بروكلين، وفي «مركز الدراسات العليا» في جامعة نيويورك، والفائز بـ «جائزة الناشرين الأميركيين للامتياز المهني والبحثي» عام 2013 في العلم والرياضيات. وتشمل أهم أعماله:

- *Monoidal Categories :A Unifying Concept in Mathematics ,Physics ,and Computers.*
- *Theoretical Computer Science for the Working Category Theorist.*
- *Quantum Computing for Computer Scientists.*
- *The New York City Category Theory Seminar.*

توطئة

كلما ازدادت وتعمّقت درايتنا بالعالم، أصبحت درايتنا بما لا نعرف – أي معرفتنا بجهلنا - أكثر وعيًا وتحديدًا وتفصيلًا.[1]

- كارل بوبر.

على المرء أن يعرف حدوده.

- هاري كلهان، قوة غاشمة (*Magnum Force*) (1973)

يجب أن يُجعل كلّ شيء بسيطًا قدر الإمكان، ولكن دون جعله أبسط من هذا.

- مقولة تُعزى إلى آلبرت أينشتاين.

يثير الفهم مشاعر مختلطة وأفكارًا متعارضة. ما أن نعرف شيئًا ما، حتى نجده في الغالب مملًا ومبتذلًا. في المقابل، تبهرنا الغوامض وتثير انتباهنا. ما لا نعرف أو لا نفهم يحظى باهتمامنا، وما نعجز عن معرفته مأتى قدر أكبر من الإثارة. في هذا الكتاب نتقصى مواضيع يخبرنا العقل بأننا لا نستطيع معرفتها؛ لأنها تتجاوز حدوده.

هناك الكثير من الكتب التي تغطي الحقائق المدهشة التي كشف عنها العلم والعقل. وهناك أيضًا كتب تغطي مواضيع لم ينجح العلم ولا الرياضيات ولا العقل في تفسيرها بشكل كامل. هذا الكتاب مختلف بعض الشيء. إنه يدرس ما يخبرنا العلم والرياضيات والعقل باستحالة الكشف عنه. ما الذي يستحيل التنبؤ به؟ وما الذي سوف يبقى أبد الآبدين بمنأى عن الفهم؟ ما القيود المفروضة على الحواسيب، والفيزياء، والمنطق، وعمليات التفكير البشري؟ وما الذي يتجاوز حدود العلم؟ سوف يجيب هذا الكتاب عن بعض هذه الأسئلة، وهو يحشد بأفكار تشكك في اعتقادات مكرّسة حول الكون، والمعقول، وحول أنفسنا.

وفي الأثناء، سوف ندرس بعض مسائل الحاسوب البسيطة التي يستغرق حلها ترليونات من القرون؛ ونعتبر جمل لغات طبيعية صيغت بشكل سليم تمامًا لكن المعنى يعوزها؛ ونعرف بخصوص مستويات مختلفة للاتناهي؛ ونخوض في عالم الكم الغريب والمدهش؛ ونناقش مسائل محددة لن يكون

(1) Popper 2002, 38.

في وسع الحواسيب حلّها إطلاقًا؛ ونصادق فراشات تسبب عواصف ثلجية؛ ونتفكر في جزيئات ترقص بشكل متزامن في حفلات مختلفة؛ ونسمع عن مفارقات الإحالة الذاتية؛ ونرى ما تخبرنا به النظرية النسبية عن أفكارنا الساذجة حول المكان والزمان والسببية؛ ونفهم مبرهنتي غودل الشهيرتين على قيود المنطق؛ ونكتشف مسائل بعينها في الرياضيات والفيزياء يستحيل حلّها؛ ونعاين طبيعة العلم والرياضيات والعقل نفسها؛ ونتساءل عن السبب الذي يجعل الكون يبدو للكائنات البشرية كاملًا؛ ونفحص العلاقة المركبة بين الذهن والعقل والكون المادّي. سوف نحاول أيضًا استراق نظرة خلف حدود العقل كي نرى ما إذا كان ثمة شيء هناك. وسوف نعرض هذه المواضيع ومواضيع مثيرة أخرى بأسلوب واضح وقابل للفهم.

وأثناء تقصي هذه القيود المختلفة في مجالات متنوعة، سوف نرى أن لكثير من القيود أنماطًا متشابهة، وسوف نعاين هذه الأنماط بحيث يكون لدينا فهم أفضل لبنية العقل وحدوده.

غير أن هذا الكتاب ليس خلاصة موجزة لكل الأمثلة المتنوعة التي نعثر فيها على قيود العقل. ذلك أن غايتنا هي فهم علة هذه الحدود، وعلة عجز العقل عن تجاوزها. وسوف نختار ونناقش بشكل معمق العديد من القيود الممثِّلة في كل مجال. ومن المهم أن ندرك أنه لا يقصد من هذا الكتاب أن يكون تأمليًا أو ضمن ما يسمى بحركة «العصر الجديد». وهو أيضًا ليس كتاب نتغاضى فيه عن دلالة الأفكار كي نركز على تطورها الزمني، هذا كتاب علم ميسّر لعموم الناس يفسّر بشكل تدريجي وواضح ما يعرض له من أفكار.

ولأني أقبل مقولة ستيفن هاوكنغ، أن كل معادلة تفقدك نصف القراء، لن تجد الكثير من المعادلات في هذا الكتاب. غير أني أعتقد في قدرة الأشكال، والجداول، والرسوم البيانية على تبسيط الأفكار المركبة. باختصار، غايتي هي الوضوح.

يتناول كل فصل مجالات مختلفة: العلم، والرياضيات، واللغة، والفلسفة، وما إلى ذلك. وقد رتِّبت هذه الفصول من العيني إلى المجرد، فهي تبدأ بمسائل بسيطة في اللغة اليومية، ثم تذهب مباشرة إلى مسائل فلسفية، وتُختتم بعالم الرياضيات المجرد. الفصول في معظم الأحوال مستقلة عن بعضها البعض ويمكن قراءتها بأي ترتيب. غير أني أُشجّع القراء على البدء بالمواضيع التي تحظى أكثر من غيرها باهتمامهم. (المحور الموحّد الخاص بمفارقات الإحالة الذاتية تجده في الفصول 2، 4، 6، و9).

شكر وتقدير

هذا الكتاب، بمعنى ما، جهد تعاوني مع أصدقائي وزملائي في قسم علم الحاسوب والمعلومات في جامعة بروكلن، الذين قرؤوا الفصول، وصحّحوا أخطاءها، ووبّخوني حين كنت سخيفًا، وشجّعوني حين أُرتج علي، وهيؤوا لي البيئة الفكرية الحميمية التي مكّنت هذا العمل من رؤية النور. فلهم مني جميعًا خالص الشكر!

وكان كثير من أعضاء هيئة التدريس بجامعة بروكلن عطوفين بما يكفي لقراءة عدة مواضيع والتعليق عليها: جوناثان أدلر، ديفيد أرناو، جورج برنتون، سامير تشوبرا، جل سيراسيلا، دينون كلّارك، إيفا كوغن، جم كوكس، سكوت دكستر، كيث هارو، داني كوبك، يديداه لانغسام، ماثيو مور، روعت باريخ، سمون بارسونز، مايكل سوبل، أرون تنباوم، وبوبلا وايتلوك. وقد كان من شأن تعليقاتهم أن أسهمت في جعل الكتاب أفضل كثيرًا.

وكانت بعض الفصول قد استُخدمت في مادة تدرَّس في جامعة بروكلن، فأفدت كثيرًا من مشاركة الطلاب وتبادل الأفكار في الحوارات التي كانت تُجرى في قاعات الدرس. أشكر الطلاب على الاستماع، والجدال، والمساعدة، والتصحيح. كثير من طلاب جامعة بروكلن ومركز الدراسات العليا في جامعة مدينة نيويورك قرؤوا وعلّقوا على مخطوطات مبكرة: فيرات أتيغن، كان باسكنت، هبرت بينيت، غرغ بنسون، بي برتشال، ريلي سي. برجيت، فاطمه تشوباني، سمون دكستر، آلن إلمان، مادلين فينغولد، تيري غروسو، مريم غوثرك، جي جانكلوتش، ماثيو ب. جونسون، جويل كامت، تاتيانا كدل، وي خو، كارن كلتر، إردال كوس، مايكل لامبس، شالفا لاندي، هول لو فوي، جون لو فوي، مير، فاليا متسو، جوردي نفارفت، شوشانا نيوبرغر، هاداساه نوروتس، نيكول ريلي، آرتر ساهاكيان، كونر سافاج، أنجيلا شاتاشويلي، ألسك سفردلوف، ستانسلاف ترزهافسكي، فريدا وينبرغ، وكاول ويسوكي؛ وأنا مدين لكل منهم.

أفدت أيضًا من آخرين اطّلعوا على أجزاء من الكتاب: روس أبرامسكي، سامسون أبرامسكي، مارسيا بار، مايكل بار، ريبكا بار، آدم برنادبرغر، رتشارد تشرشل، ملفين فتنغ، ليوبولد فلاتو، روبرت جي. فوغلن، تشيم غودمان-ستروس، أريل هالبرت، إلياهو هرشفيلد، إلين هرشفيلد، فيغي هرشفيلد، بنتشاس هرشفيلد، شي هرشفيلد، يتزشوك هرشفيلد، مايكل

هكس، جوشوا هونغواتشس، رومان كوساك، كلّاس لاندزمان، أندري ليبل، رافايل ماغارك، كامل مارتن، جولي ماثن، روتشل موسكووتس، لاري موس، نافتولي نيوبرغر، جاونس باخ، كارول باريخ، سوري رابر، ن. راجا، باربرا رفكاند، أندري رودن، أريل روبك، إيفان ج. سيغل، مايكل فتز، شارون يانوفسكي، ومارك زلكر؛ وقد كانت انتقاداتهم وتعليقاتهم وأفكارهم المساعدة موضع تقدير كبير.

أشكر أيضًا روبرت دجغراف لسماحه باستخدام عمله الفني في الشكل 8.6، كما أشكر سي. غودمان-ستروس لسماحه لنا باستخدام أشكاله في الجزء 9.3. وكانت بنتي الجميلة والموهوبة هاداساه قد أعانتني كثيرًا ببعض الأشكال.

جيمس ديولف، ومارك لوينثال، ومارسي روس، وكل فريق دار نشر MIT قدموا أيضًا عونًا كبيرًا في إخراج الكتاب بصورة جيدة، فلهم مني كل الشكر.

أما كارين كلتر فتظل أفضل محرر ومصحح في العالم. شكرا لك كارين!

غير أني أظل في نهاية المطاف السبب الوحيد لكل ما قد يكون تبقى من أخطاء.

وهناك العديد من الديون الأخرى الأكثر عمومية التي يجب علي الاعتراف بها. إنني أدين بالعرفان لصديقي وشريكي البحثي رالف فوجويتش، من «مؤسسة مونتانا البحثية»، لدعمه أبحاثي الأخرى حين كنت عاكفًا على تأليف هذا الكتاب.

في ربيع 1987 سنحت لي فرصة مقابلة دكتور آفي رابنويتش في ركن بشارع أورشليم. آفي عالم فيزياء لّماح ومترع بالإبداع والحماس. في النهاية أصبحنا رفقاء سفر وأصدقاء حميميّين. هناك عدد قليل من المواضيع التي لا يستطيع آفي نقاشها بعمق، وعادة ما تجري المحادثات معه بسرعة الضوء. وقد جرت بيننا العديد من النقاشات حين كنا نتسلّق الجبال في اليونان ونشاهد أفلام الخيال العلمي السخيفة. آفي ناصح وصديق حقيقي، وكل صفحة في هذا الكتاب تضم أفكارًا ناقشتها معه خلال صحبتي إياه. (لكنه ربما يختلف مع معظم ما كتبت). إن تأثيره كبير وسوف أظل إلى الأبد أقدّره.

خلال السنوات القليلة الماضية، رحل عنّا ثلاثة أشخاص أسهموا في إثراء حياتي، وأضافوا الكثير إلى تعليمي، وأضافوا من ثم لهذا الكتاب.

في أثناء دراستي في السنة الأولى بجامعة بروكلن، أشرفت البروفيسور تشايا غورزتز على مشروع بحث كلفت به، وبذا قدمتني لإحكام الرياضيات العليا وعلم الحاسوب. علمتني غورزتز كيف أقرأ البحث الأكاديمي، وكيف أترجم أفكاري إلى أفعال، وكيف أحلل النتائج. وقد أثارت هذه الخبرة اهتمامي بمواصلة دراستي العليا. وكانت تغدق علي بكرمها باستضافتها إياي عديد المرات لتناول الوجبات في منزلها، بعد أن أصبحت صديقًا لزوجها وأبنائها الثمانية الرائعين. وقد واصلت توجيهي طالبًا للدراسات العليا، ومدرسًا، وزميلًا، وشخصًا، حتى رحيلها المفاجئ عام 2008. إنني مدين لها بالفعل.

وكان المشرف على دراستي، معلّمي، ألكس هيلر أستاذًا مميزًا في قسم الرياضيات بـ «مركز الدراسات العليا» في جامعة مدينة نيويورك. كان رجلًا عطوفًا ورقيقًا. وعلى الرغم من أني تخرجت عام 1996، تواصلت لقاءاتي معه مرة أو مرتين كل أسبوع حتى قبيل رحيله المؤسي عام 2008. (بمعنى ما منحني اثني عشر عامًا من الإشراف على أبحاثي بعد الدكتوراة). وكانت محادثاتنا تتجول بين الرياضيات، والعلوم السياسية، والأخلاق، والفلسفة، والتاريخ، وما إلى ذلك. كان عبقريًا لافتًا وكان نطاق معرفته مدهشًا؛ غير أن درايته بالرياضيات استثنائية بوجه خاص. حين تتحدث معه، يتشكل لديك انطباع بأن لديه رؤية واضحة تمامًا لمجمل بنية الرياضيات. لقد كانت الدراسة على يديه، كما كانت صداقته، مبعث فخر واعتزاز.

أسلوب البروفيسور هيلر الفريد في الإشراف جدير بتعليق خاص. بعد أن تعلّمت الكثير منه خلال عامين من الدراسة على يديه، سحب دعوته لي لحضور المزيد من محاضراته، بعد أن أخبرني بأني حصلت على ما يكفي منه. ومنذ ذلك الحين وإلى أن وافته المنية، وعلى الرغم من أننا كنا نتحدث باستمرار حول الرياضيات، لم يحدث قط أن علمّني شذرة منها. كانت مهمتي هي عرض عملي أو ما كنت أقوم بدراسته، وكانت مهمته هي العثور على اختلالات في عرضي أو فهمي. وكان يحضّني على تطوير تعريف صحيح، أو يحدد مواضع فشل إثباتاتي، أو يبيّن لي المواضع التي لم أكن فيها دقيقًا. وعلى الرغم من أنه كان شخصًا ماجدًا، يستخدم دائمًا كلمات حانية، كان أسلوبه في الإشراف مروعًا ومثبطًا، وهذا أقل ما يمكن أن يقال عنه. ولم يحدث قط أن أوضح لي فلسفة «اغرق-أو-اسبح» هذه. غير أنه كان محقًّا: لقد كان تعلّم الرياضيات مهمتي، وكان علي أن أكابد معها

بطريقتي الخاصة. سوف أظل إلى الأبد أعترف بديني لثقته في وبالاستقلالية التي أصرّ على تطويري إياها. لقد كان أعظم المعلمين.

وكان من حسن حظي أن جاورت واحدًا من أعظم رياضيي العالم، فقد كان البروفيسور ليون إهرنبريس يسكن على بعد شوارع قليلة من مقر سكني، وكنت أدأب على اغتنام فرصة زيارته. وكانت زياراتي في أمسيات أيام الجمعة تحظى باستقبال حميم، وببسمة مرحبة. وإلى جانب كونه عالم رياضيات من الطراز الأول، كان أيضًا باحثًا في اللغة اليهودية، وعدّاءً ماراثونيًا، ولاعب كرة اليد، وعازفًا على البيانو لأعمال كلاسية، وأبًا لثمانية. لقد كانت سعة معرفة هذا الرجل النهضوي مدهشة بالفعل، ولدي ذكريات أثيرة كثيرة حول جلوسي معه في المطبخ نتحدث عن خفايا النحو العبري، ومبرهنة خط الأسفين، وتربية الأطفال، ونتائج مبرهنة كوتشن-سبكر، ودور البقر في «سفر التكوين»، ودوال الهندسة-الفوقية، وكثير من المواضيع الأخرى. وكان الله قد حباه بمزاج غاية في البهجة، وكانت تجري على لسانه دومًا كلمات عطوفة ومشجعة. لقد تعلمت منه الكثير، إلى أن وافته المنية في أغسطس من عام 2010.

أهديت هذا الكتاب إلى زوجتي، شيانا ليه، التي جعل عونها الدافئ والمحب من هذا العمل شيئًا ممكنًا، ولابنتي هاداساه وريفكا، اللتين تملآن بيتنا وقلبينا بالضحك والمرح. إن حبي وعرفاني لهم لا حدّ لهما.

1 مقدمة

العقل البشري، في أحد حقول إدراكه المعرفي، مدعو لاعتبار أسئلة لا يستطيع رفضها، فطبيعته هي التي تعرضها، لكنه لا يستطيع الإجابة عنها، فهي تتعالى عن كل ملكات الذهن[1].

- إمانويل كانط (1724-1804)

حين تتسع دائرة الضوء، يتسع معها محيط الظلام[2].

- مقولة تعزى لآلبرت أينشتاين

زوربا: لماذا يموت صغار السن؟ لماذا يموت أي إنسان؟
باسل: لا أعرف.
زوربا: وما جدوى كتبك اللعينة إذا كانت لا تستطيع الإجابة عن هذا؟
باسل: إنها تخبرني عن كرب الرجال الذين لا يستطيعون الإجابة عن أسئلة من هذا القبيل.
زوربا: وأنا أبصق على هذا الكرب!

- زوربا اليوناني (*Zorba The Greek*) (1964)

يمكن قياس أي حضارة بقدر ما ينجزه علمها وتقنيتها، فبقدر تقدّم علمِها وتقنيتِها تتقدّم حضارتها. وبسبب كل التقدم التقني الذي أحرزناه، تعد حضارتنا أكثر تقدمًا مما نصفه بالمجتمعات البدائية. في المقابل، لو زارت حضارة من جرم آخر كوكب الأرض، قد تعتبرنا بدائيين، تقريبًا بالتعريف، لأنها أتقنت التنقل بين النجوم وعجزنا عن القيام بذلك. ومبرر استخدام العلم والتقنية معيارًا هو أن هذين النشاطين هما الجانب الوحيد من الثقافة الذي يراكم على نفسه، فما ينجزه جيل يوظفه الجيل التالي. وقد عبّر عن

---

(1) من مقدمة Kant (1969). النص الأصل هو
Die menschliche Vernunft hat dasbesondere Schicksal in einer Gattung ihrer Erkenntnisse: da ß sie durch Fragen bel ä stigt wird, die sie nicht abweisen kann; denn sie sind ihr durch die Natur der Vernunft selbst aufgegeben, die sie aber auch nicht beantworten kann; denn sie ü bersteigen alles Verm ö gender menschlichen Vernunft .

(2) لا يتضح ما إذا كان أينشتاين قال هذا فعلاً. ويقتبس Horgan (1969، 83) جملة مشابهة لرتشبالد ويلر: «كلما اتسعت جزيرة معرفتنا، اتسعت معها شواطئ جهلنا». ويستخدم فريدريك نيتشه الاستعارة نفسها في كتابه مولد التراجيديا (*The Birth of Tragedy*) (2000, 97): «لكن العلم، مدفوعًا بوهمه الكثيف، يسرع بشكل لا يقاوم نحو حدوده، حيث تفاؤله، المتخفي في جوهر المنطق، يصاب بانهيار. ذلك أن لهامش دائرة العلم عددا لامتناهيا من النقاط؛ ولا سبيل لمعرفة الكيفية التي يمكن بها مسح هذه الدائرة بأكملها، لكن النبلاء والموهوبون يصلون، في نصف الحالات، وبشكل محتم، إلى مثل هذه النقاط الحدودية من الهامش حيث يتسنى للمرء التطلع إلى ما يتحدى الاستنارة».

هذا بأسلوب أنيق واحد من أعظم العلماء عبر التاريخ، إسحق نيوتن (1643-1727)، الذي يُروى عنه أنه قال «إذا كان في وسعي أن أرى على مسافة أبعد فلأني أقف على أكتاف عمالقة». وهذا التطور المتراكم باستمرار إنما يجعل من العلم مقياسًا جيدًا للمقارنة بين الحضارات. وفي مقابل العلم والتقنية، ثمة مجالات ثقافية أخرى، كالفنون، والعلاقات الإنسانية، والأدب، والسياسة، والأخلاق، وما إلى ذلك، لا تراكم على نفسها[1].

ومن بين سبل قياس الحضارات الأخرى مدى إنكارها للأفكار اللاعلمية واللامعقولة. إننا أكثر تقدمًا اليوم لأننا ألقينا بالخيمياء في سلة مهملات الأحلام السخيفة ولم نعد ندرس سوى الكيمياء. وفي حين اعتبرنا قرونًا من الأطروحات التي كتبت في التنجيم مجرد هراء، احتفظنا بدراستنا لعلم الفلك. وبتقدم الحضارة تُخضع اعتقاداتها وأساطيرها للتحليل المنطقي وتتخلص مما يتجاوز أرسان العقل.

والأداة التي تستخدمها الحضارة في إنجاز التقدم هي العقل. العقلانية والعقل هما المنهجيتان اللتان يستخدمهما المجتمع في إحراز التقدم. فحين تسلك الثقافة بشكل معقول تتطور، وحين تحيد عن العقل، أو تتجاوز عقاله، تكسد أو تنتكس.

وللعقل تمظهرات عديدة. بمعانٍ واسعة (لعلها ليست دقيقة)، العلم هو اللغة المستخدمة في وصف الكون المادّي القابل للقياس والتنبؤ. ويمكن تقسيم الرياضيات الأكثر تجريدًا إلى حقلين: الرياضيات التطبيقية هي لغة العلم، والرياضيات البحتة هي لغة العقل. والمنطق أيضًا هو لغة العقل. ولأن العلم، والتقنية، والعقل، والعقلانية، والمنطق، والرياضيات جميعها مترابطة بشكل آصر، عادة ما يصدق كثير مما أقول عن أحدها على سائرها. وفي بعض الأحيان أستخدم كلمة العقل لوصفها جميعها.

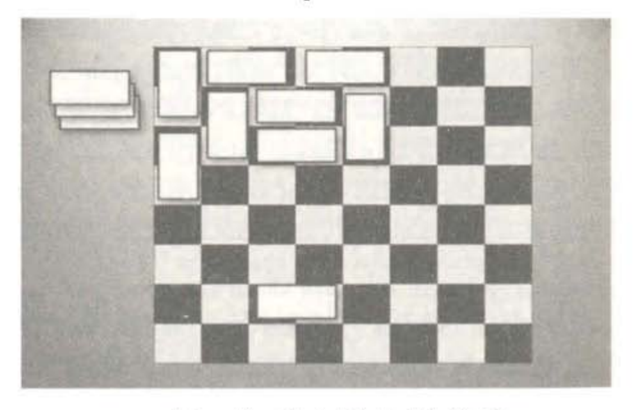
وكان الفلاسفة تأملوا وجادلوا لقرون فيما يستطيع ويعجز البشر عن معرفته. ويسمى فرع الفلسفة الذي يتناول المعرفة البشرية وحدودها بـ الإبستيمولوجيا. وفي حين أن أفكار مثل هؤلاء الفلاسفة أفكار آسرة، لن تكون أعمالهم موضع تركيزنا، بل سوف نُعنى بما أخبرنا إياه العلماء وعلماء

(1) تحتاج هذه الجملة إلى تعديل طفيف. يجب أن نميز بين الصنعة أو الأسلوب، الذي يراكم على نفسه، وبين الفن والإبداع، اللذين لا يراكمان على نفسيهما. الواقع أن الإبداع يتطلب أن يكون الفن مختلفًا عن الأجيال السابقة. سوف يكون من الصعب الزعم بأن الأدب يتطور إذا أمكن الجدال بأن أعظم الأدب كان كتبه مؤلفون من أمثال دانتي وشكسبير منذ قرون. للمحرقة، والإبادة الجماعية، والحروب التي حدثت في القرن العشرين أمثلة مخالفة للزعم بتحسن الأخلاق البشرية.

الرياضة والبُحّاث المعاصرون حول حدود المعرفة البشرية والعقل البشري.

ومن بين الجوانب الأكثر إثارة للدهشة في العلم الحديث، والرياضيات، والعقلانية هو أنها نضجت إلى حد مكّنها من رؤية حدودها. وفي الآونة الأخيرة، انضم العلماء وعلماء الرياضة إلى الفلاسفة في نقاش حدود قدرة البشر على معرفة العالم. وحدود العقل العلمية هذه هي الموضوع المحوري في هذا الكتاب.

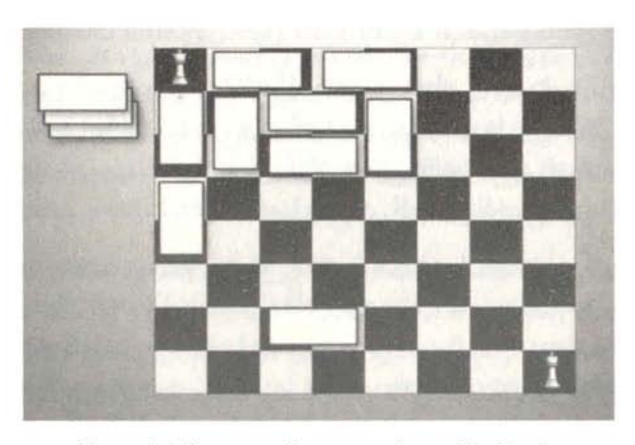
التالي أحجية بسيطة لطيفة تشعرنا بنكهة ما يعنيه أن تُفرض على العقل قيود[1]. الأحجية مسليّة للغاية، وجديرة بالتأمل، وينصح بها كتحدٍ في أي حفلة كوكتيل. خذ رقعة شطرنج مؤلفة من 8 X 8 مربعا، ومجموعة من قطع الدومينو حجم كل منها 2X 1، وحاول أن تغطي الرقعة بقطع الدومينو. تتألف الرقعة من 64 مربعًا وكل قطعة دومينو تغطي مربعين، ولهذا فإنك تحتاج إلى 32 قطعة. توجد ملايين السبل لإنجاز هذه المهمة. الشكل 1.1 يبين إحدى سبل الشروع في هذه العملية.



الشكل 1.1: تغطية رقعة شطرنج بقطع دومينو

كان هذا سهلًا للغاية. دعونا الآن نحاول شيئًا أكثر إثارة للتحدي بقليل. ضع المِلكتين في ركنين متقابلين من الرقعة، وحاول أن تغطي جميع المربعات باستثناء المربعين اللذين تشغلهما الملكتين، تمامًا كما في الشكل 1.2. يوجد 62 مربعًا شاغرًا، ما يعني أن هناك حاجة إلى 31 قطعة دومينو. حاول القيام بهذا!

(1) استُلّت أحجية رقعة الشطرنج-والدومينو من Gardner (1994)، حيث تسمى بـ «رقعة الشطرنج المشوهة». غير أن الأحجية أقدم عهدا.



الشكل 1.2: تغطية رقعة شطرنج ينقصها ركنان متقابلان

بعد أن تمضي بعض الوقت في حلّ هذه المسألة وتفشل في تغطية كل المربعات، قد تفكّر في عرض الأمر على آخرين -خصوصًا هواة الأحاجي. غير أنهم سوف يمرون بتجربة مماثلة. قد تفكر في استخدام حاسوب لحل المسألة، فهو يستطيع أن يجرّب بسرعة العديد من الإمكانات. ثمة ملايين، إن لم نقل بلايين، السبل الممكنة لمحاولة البدء في وضع القطع على الرقعة. غير أنه يستحيل على أي شخص وعلى أي حاسوب أن ينجز هذه المهمة.

السبب الذي يجعل هذه المسألة البسيطة، المتمثلة في موضعة 32 قطعة دومينو في رقعة شطرنج، تبدو صعبة إلى هذا الحد هو أنه يستحيل إنجاز هذه المهمة. المسألة ليست صعبة، بل مستحيلة. والواقع أنه يسهل تفسير الأمر. حجم كل قطعة هو 2x1، ولهذا محتم أن تغطي كل قطعة مربعين أبيض وأسود في الرقعة. في الرقعة الأولى في الشكل 1.1 كانت لدينا 32 قطعة و64 مربعًا شاغرًا، وهذا يعني أنه كانت لدينا تماثلية تامة في الرقعة. في المقابل، تتألف رقعة الشكل 1.2 من 30 مربعًا أسود و32 مربعًا أبيض شاغرًا. في هذه الحالة قُوّضت التماثلية. لن يكون في وسع أي شخص أن يغطي 62 مربعًا بقطع دومينو يغطي كل منها مربعًا أسود وآخر أبيض. حرك الملكتين بحيث تكون إحداهما في مربع أسود والأخرى في مربع أبيض، وحاول ثانية.

لهذه الأحجية البسيطة العديد من المناقب، فهي سهلة على الشرح، ولا صعوبة في محاولة حلها، ويمكن استخدام حاسوب في هذه المحاولة.

غير أنه يستحيل حلها. ولا ترجع هذه الاستحالة إلى حقيقة أننا لسنا أذكياء بما يكفي لحل المسألة، ولا لكونها تتجاوز قدرات التقنية الراهنة، كما أنها ليست وجهة نظر يقول بها شخص ما، بل حقيقة حول العالم. وأفضل ما في هذه المسألة هو أنه يسهل تفسير استحالة حلها؛ فما أن تصاغ، حتى تقتنع تمامًا وتكتشف أنها تافهة.

سوف يعرض الكتاب عددًا وافرًا من مثل هذه القيود والمسائل غير القابلة للحلّ.

وبدلًا من عرض موجز مرتّب لكل فصل، سوف أعرض تصنيفًا لأنماط القيود التي يغطيها الكتاب. في كل نمط من القيود سوف أعاين أمثلة تُعرض في فصول مختلفة. إن من شأن هذا أن يجعل بنية الكتاب أكثر توحيدًا.

أمثلة العجز وافرة. لقد أثبت علماء الحاسوب أن هناك العديد من المهام التي لا تستطيع الحواسيب أداءها في قدر معقول من الزمن (الفصل 5)، وأن هناك مهامّ بعينها لا تستطيع أداءها في أي قدر من الزمن (الفصل 6). ويناقش علماء الفيزياء مدى تركيب العالم وكيف أن بعض الظواهر مركّبة إلى حد يحول دون قدرة العلم والرياضيات على التنبؤ بها (الجزء 7،1). وقد حدد علماء الرياضة أنماطًا بعينها من المعادلات التي يستعصي حلها باستخدام الوسائل العادية (الجزء 9،2)، فيما أثبت علماء المنطق أن هناك قيودًا تحدّ من قدرة الإثبات (الجزء 9،2)، ووصفوا قضايا منطقية صادقة لكننا لا نستطيع إثبات صدقها (9،4). أما فلاسفة اللغة فقد بيّنوا محدودية قدرتنا على وصف العالم الذي نعيش فيه (الفصل 2).

غير أن هناك أنماطًا أخرى من العجز تعدّ بمعنى ما أكثر عمقًا. هذه حالات عجز تثبت أن حدسنا الساذج بخصوص العالم الذي نعيش فيه وعلاقتنا به يعاني من خلل، وأن هناك حاجة إلى تحديث الطريقة التي نفكّر بها في العالم وفي خصائصه. افتراضنا أن هناك تعريفًا موضوعيًا لشيء مادّي بعينه يحتاج هو نفسه إلى إعادة تقويم (الجزء 3،1). وقد أثبت الفيلسوف الكلاسي زينون أن مفاهيم المكان والزمان والحركة التي ألفناها في حاجة إلى تحليل أعمق (الجزء 3،2). وحسب ميكانيكا الكم، العلاقة بين العارف والمعروف ليست بسيطة، فقد أثبت لنا هذا الفرع من الفيزياء أن أشياء العالم أشد ارتباطًا مما حسبنا (الجزء 7،2). أيضًا، بيّن البَحّاث أن أحداسنا البسيطة حول اللاتناهي خاطئة وفي حاجة إلى تصحيح (الفصل 4)، فيما برهنت النظرية النسبية على أن مفاهيمنا للمكان والزمان والسببية خاطئة هي الأخرى وفي حاجة إلى تصحيح (الجزء 7،3). فضلًا

عن ذلك، فإن العلاقة بيننا وبين العالم والعلم والرياضيات التي نستخدم في وصف العالم ليست بسيطة (الفصل 8). سوف نتقصى في ثنايا هذا الكتاب وبأسلوب معمق كل هذه المواضيع، إلى جانب مواضيع أخرى كثيرة.

وسوف نعرض الاختلالات التي ذكرنا لتونا بسبل عديدة. المفارقات (paradoxes) من بين أكثر هذه السبل أهمية. هذه كلمة مؤلفة من كلمتين يونانيتين، para (مخالف)، وdoxa (رأي). ويعرض قاموس أكسفورد للغة الإنجليزية (The *Oxford English Dictionary*) تعريفات متداخلة كثيرة تشمل التالي:

- جملة أو معتقد يخالف الرأي أو الاعتقاد السائد. (مثل هذا، «التدخين السلبي لا يضر كثيرًا بصحتك»، و«الديمقراطية ليست دائمًا أفضل أنواع الحكم»).
- جملة أو قضية تبدو غير معقولة أو متناقضة ذاتيًا، أو مخالفة بقوة للبداهة، على الرغم من أن البحث أو التحليل أو التفسير قد يثبت أنها صادقة أو مؤسسة بشكل جيد. (مثل هذا، «على المدى البعيد، سوق البورصة مكان سيئ للاستثمار»، و«الوقوف أكثر إجهادًا من المشي»).

بالنسبة لنا، التعريف الأهم هو التالي:

- حجة مؤسسة على مقدمات (تبدو في ظاهرها) مقبولة تستخدم استدلالًا (يبدو في ظاهره) صحيحًا، وتقود إلى نتيجة مخالفة للحس، أو غير مقبولة منطقيًا، أو متناقضة ذاتيًا.

سوف تشكل مثل هذه المفارقات موضع اهتمامنا الرئيس. هنا تُطرح مقدمة أو تُصاغ فرضية وتُشتق منها جملة كاذبة باستخدام منطق سليم. ولنا أن نتصور هذه المفارقة أو الاستنتاج على أنه:

افتراض ← كذب.

ولأن الكذب مستحيل الحدوث، ولأن استنتاجنا استخدم منطقًا سليمًا، لا بديل أمامنا سوى إقرار أن افتراضنا لم يكن صحيحًا. بطريقة ما يمكن اعتبار المفارقة اختبارًا لمعرفة ما إذا كان افتراض ما يشكل إضافة مشروعة للعقل. إذا كان في وسع المرء أن يستخدم افتراضًا ومنطقًا سليمًا في استنتاج كذب، فإن الافتراض خاطئ. الحال أن المفارقة تبيّن أننا تجاوزنا

حدود العقل، والمفارقة بهذا المعنى تشير إلى رؤية غير صحيحة. إنها تشير إلى أن الافتراض خاطئ. ولأن الافتراض خاطئ، لا سبيل لإضافته إلى العقل. وهذا قيد على العقل.

ونمط الكذب الذي سوف نواجهه أكثر من غيره هو التناقض. وبالتناقض أعني جملة يُثبت أنها صادقة وكاذبة. وهذا يُكتب على النحو التالي:

افتراض ← تناقض.

ولأنه لا تناقضات في الكون، لا مناص من وجود خطأ ما في الافتراض. مثل هذا، سوف نرى في الفصل 6 أننا إذا افترضنا أنه في وسع الحاسوب أن يقوم بمهمة ما، سوف يتسنى لنا استنتاج تناقض بخصوص نوع بعينه من الحواسيب. ولأنه ليس هناك تناقضات في الأشياء المادّية، والحواسيب أشياء مادّية، محتم أن يكون هناك خطأ ما في افتراضنا.

ومثل هذه المفارقات تعمل بالطريقة نفسها التي يعمل بها إثبات رياضي مألوف؛ «برهان الخلف»، أو باللاتينية reductio ad bsurdum، الذي ينجز على النحو التالي. لإثبات أن جملة ما صادقة، حسبك أن تفترض أنها كاذبة وأن تشتق منها تناقضًا:

الجملة كاذبة ← تناقض.

ولأن التناقضات محظورة في عالم الاستدلال الرياضي الدقيق، فإن الافتراض كاذب بالضرورة، ما يثبت أن الجملة في واقع الحال صادقة. ومن الأمثلة البسيطة على هذا، الإثبات الرياضي لعدم كون الجذر التربيعي لـ 2 عددًا مُنطقًا [أي يمكن كتابته في صيغة كسر اعتيادي]، (الجزء 9.1). لو افترضنا أن الجذر التربيعي لـ 2 عدد منطق، لاستطعنا اشتقاق تناقض. ومن هذه الحقيقة نستنتج أن الجذر التربيعي لـ 2 ليس عددًا منطقًا. وفي الجزء 4.3. أثبت أننا إذا افترضنا أن لفئتين بعينيهما الحجم نفسه، نستطيع اشتقاق تناقض. ومن هذا نستنتج أن إحدى الفئتين أكبر من الأخرى. والإثباتات باستخدام برهان الخلف جمّة.

غير أنه لا مدعاة لاستنتاج تناقض صريح من المفارقة. كل ما هو مطلوب هو استنتاج جملة تخالف الحس أو جملة كاذبة:

افتراض ← جملة كاذبة.

مرة أخرى، لأننا استنتجنا شيئًا كاذبًا، يلزم أن يكون افتراضنا خاطئًا.

مفارقات زينون أمثلة على هذا النمط (الجزء 3.2). إنه يفترض شيئًا ثم يبيّن أن الحركة مستحيلة. كل من مشى في شارع يعرف أن الحركة تحدث في كل وقت، ولهذا فإن الافتراض كاذب. غير أن الصعوبة في مفارقات زينون تكمن في تحديد الافتراض الكاذب.

في أحايين كثيرة تثار مفارقات وتكشف عن افتراضات كانت خفية، أو مبيّتة في أعماقنا إلى حد حال حتى دون انتباهنا إليها (على سبيل المثل أن المكان متصل وليس منفصلًا، وأنه ليست للأشياء المادّية تعريفات دقيقة). سوف تشكل مثل هذه المفارقات تحديّات لأحداسنا بخصوص العالم الذي نعيش فيه. وبإثبات خطأ أحداسنا، نستطيع الخلاص منها والمضي قُدمًا. وكان الفيلسوف الأمريكي ويلارد فان أورمان كواين (1908-2000) قد كتب بأسلوب بليغ يقول:

قد تفضح الحجة التي تعزّز مفارقة ما سخف مقدمة دفينة أو مفهوم مسبق كنا نعوّل عليه بوصفه مركزيًا في النظرية الفيزيائية، أو الرياضيات أو عملية التفكير. ولهذا فإن الكارثة قد تكون مختبأة في مفارقة تبدو بريئة تمامًا. وقد حدث أكثر من مرة في التاريخ أن كان اكتشاف مفارقة مناسبة لإعادة بناء حاسمة في أسس الفكر[1].

وهذا الأسلوب في تقصي المفارقات والبحث عن الافتراضات سوف يكون أحد مواضع تركيزنا في هذا الكتاب.

وهناك أنماط بعينها من المفارقات تقوم بدور رئيس في الحكاية التي نرويها. مفارقات الإحالة الذاتية مواقف مفارقية مأتاها نسق يتسنى فيه لمواضيعه أن تتناول نفسها، أو تتعامل مع نفسها، أو تداول نفسها. المثل الكلاسي على مفارقات الإحالة الذاتية هو مفارقة الكاذب. اعتبر جملة اللغة الطبيعية التالية:

«هذه الجملة كاذبة».

إذا كانت هذه الجملة صادقة، فإنها كاذبة، فهي تقول عن نفسها إنها كاذبة. وإذا كانت الجملة كاذبة، فإنها صادقة، فهي تقول عن نفسها إنها كاذبة، وكذب قولها هذا يعني صدقها. وهذا تناقض حقيقي، والمسألة ناجمة عن حقيقة أن جمل اللغات الطبيعية لديها القدرة على وصف جمل صادقة وكاذبة حول نفسها. مثل هذا، «تتألف هذه الجملة من

(1) Quine 1966, 3.

ست كلمات» جملة صحيحة لغةً تعبّر عن شيء حول نفسها. في المقابل «هذه الجملة تتألف من خمس كلمات» جملة كاذبة. وسوف نرى أنه كلما كان بمقدور النسق أن يناقش خصائص متعلقة به، سوف يحدث موقف مفارق. وسوف نجد أن اللغة، والفكر، والفئات، والمنطق، والرياضيات، والحواسيب جميعها أنساق لديها القدرة على التعامل مع نفسها. وضمن كل مجال من هذه المجالات، تقود مُكنة الإحالة الذاتية إلى مفارقات وتفضي من ثمّ إلى نوع من العجز. الغريب أنه على الرغم من أن هذه المجالات مختلفة إلى حد كبير، فإن صورة المفارقات واحدة.

وهناك أسلوب آخر في وصف القيود يتعين في التعويل على قيد مكرّس سابق. قبل أن أوضح هذا، دعونا نناقش تسلّق الجبال. يبلغ ارتفاع جبل إيفرست 29 ألف قدم، في حين «لا يتجاوز» ارتفاع جبل مكنلي 20 ألف قدم. يبدو أن الحقيقة التالية واضحة: إذا كنتَ تستطيع تسلّق جبل إيفرست، فأدعى أن تستطيع تسلّق جبل مكنلي. سوف نكتب هذا على النحو التالي

تسلّق إيفرست ← تسلّق مكنلي.

إذا استطعت تسلّق جبل مكنلي، سوف تشعر بفخر عظيم. سوف نكتب هذا على النحو التالي:

تسلّق مكنلي ← فخر.

بوضع الاستلزامين معًا، نحصل على

تسلّق إيفرست ← تسلّق مكنلي ← فخر،

الذي يقود إلى النتيجة الواضحة أنه إذا استطعت تسلّق جبل إيفرست سوف تشعر بفخر عظيم. دعونا الآن ننظر إلى الجانب المظلم من تسلّق الجبال. هب طبيبك أخبرك بأن أشياء سيئة سوف تحدث لك إذا حاولت تسلّق جبل مكلني. سوف نكتب هذا على النحو التالي

تسلّق مكلني ← سوء.

يعبّر هذا عن قيد على قدراتك: ينبغي عليك عدم تسلّق جبل مكنلي. بالجمع بين هذا الاستلزام والاستلزام الأول، نحصل على

تسلّق إيفرست ← تسلّق مكنلي ← سوء.

يقر هذا الحقيقة الواضحة أنه إذا كان يلزمك الإمساك عن تسلّق جبل

مكلني، فأدعى أن يلزمك الإمساك عن تسلّق جبل مكنلي. بتعبير آخر، يمكن استخدام الاستلزام الواضح أن

تسلّق إيفرست ← تسلّق مكنلي

في نقل قيد معلوم على تسلّق مكنلي إلى قيد حول تسلّق إيفرست. سوف أستخدم هذه الأفكار البسيطة في الصفحات التالية.

دعونا الآن نوظف هذا الحدس حول تسلّق الجبال في استيعاب المفهوم العام المتعلق بتعويل قيد ما على قيد آخر. تخيّل أننا أسسنا قيدًا باستخدام تناقض على النحو التالي:

الافتراض أ ← تناقض.

أي أنه يستحيل على الافتراض أ أن يكون صادقًا؛ لأننا نستطيع أن نستنتج تناقضًا منه. اعتبر الآن الافتراض ب. إذا استطعنا أن نثبت أننا نستطيع أن نستنتج الافتراض أ من الافتراض ب، أي

الافتراض ب ← الافتراض أ،

سوف نحصل على التالي

الافتراض ب ← الافتراض أ ← تناقض.

تفصيلًا، إذا كان الافتراض ب صادقًا، فإن الافتراض أ صادق، ولأنه سبق لنا أن أثبتنا أن الافتراض أ ليس صادقًا، نستنتج أنه يستحيل أيضًا أن يكون الافتراض ب صادقًا. يسمى هذا بالرد: فقد تم ردّ افتراض إلى افتراض آخر. في الردّ تُفرض قيود معلومة على مناطق جديدة.

وسوف تُضرب في مختلف أجزاء الكتاب العديد من الأمثلة على الرد:

- أُثبت أنه إذا كان الحاسوب يستغرق وقتًا طويلًا في حلّ مسألة بعينها، فإنه سوف يستغرق وقتًا أطول في حلّ المسائل الأصعب منها (الجزء 5.3).
- أُثبت أنه إذا استحال على الحاسوب حلّ مسألة بعينها، فإنه سوف يستحيل عليه حلّ المسائل الأصعب منها (الجزء 6.3).
- أستخدم أساليب مشابهة في إثبات أن مسائل رياضية صيغت ببساطة غير قابلة للحلّ (الجزء 9.3).

- وتوجد حالات ردّ مشابهة في نقاشنا للمنطق (الجزء 9.5).
- سوف أقول بضع كلمات حول التناقضات. لا يسمح العالم المادّي بأي تناقضات:
- يستحيل على جزيء بعينه أن يحتوي على حمض الهيدروكلوريك ولا يحتوي على حمض الهيدروكلوريك.
- يستحيل أن يكون اليوم هو الاثنين وليس الاثنين في الوقت نفسه وفي المكان نفسه.
- يستحيل أن يساوي طول قطر المربع طول أحد أضلاعه.

وعلى نحو مماثل، ليس في وسع العلم، الذي هو وصف للعالم المادّي، أن يعبّر عن تناقضات:

- يستحيل أن تكون المعادلتان $E=mc^2$ و $E \neq mc$ صحيحتين.
- يستحيل أن تكون حسابات عملية كيميائية صحيحة وغير صحيحة.
- يستحيل التنبؤ بحدثين متضاربين.

إذا كان هناك تناقض في العلم، فهذا يعني أن العلم ليس وصفًا دقيقًا للعالم الخالي من التناقضات. ويسري هذا أيضًا على الرياضيات والمنطق، فهما، بقدر ما يُستخدمان في وصف الكون والعلم، لا يشتملان على أي تناقض.

غير أن هناك موضعًا تحدث فيه التناقضات؛ إنها تحدث داخل الذهن البشري. البشر مترعون بالتناقضات؛ فهم يرغبون في أشياء متناقضة؛ ويعتقدون في أفكار متناقضة؛ ويتنبؤون بحوادث متناقضة. كل من اختبر علاقة غرامية يعرف شعور أن يحبّ ويكره الشخص نفسه في الوقت نفسه. إننا نرغب في تناول الكعكة وتجنّب السمنة. وكما تقول الملكة لأليس في عبر المرآة (*Through the Looking Glass*) «لماذا حدث أن اعتقدت أحيانًا فيما يقرب من ستة أشياء مستحيلة قبل الإفطار». الذهن البشري ليس آلة كاملة. نحن متعارضون ومرتبكون، ولهذا لا عجب في أن تشتمل اللغة البشرية، التي تعبّر عن أحوال الذهن، على تناقضات. لا شيء غريب في قولنا «أحبّها وأكرهها»، وليس من غير المعتاد أن تعبّر عن رغبتك في أن تكون

نحيلًا أثناء تناولك قطعة من الكعكة[1].

حين نقابل مفارقة في العالم المادّي ونستنتج تناقضًا، نعرف أنه يلزم أن يكون هناك خطأ ما في افتراض المفارقة. ولكن حين نواجه مفارقة في عالم الفكر البشري أو اللغة البشرية، لا يلزمنا التخلي عن الافتراض. ثمة قدر أكبر من المواربة يظل ممكنًا. لماذا لا نسمح بالتناقض؟ اعتبر مفارقة الكاذب التي سبق أن ناقشناها. لماذا لا نقول ببساطة إن الجملة

هذه الجملة كاذبة

صادقة وكاذبة معًا أو يعوزها المعنى؟ إنها مجرد جملة لغة طبيعية وكثير من جمل اللغات الطبيعية تعبّر عن تناقضات. وعلى نحو مماثل، فإن الاعتقاد في أن

هذا الاعتقاد كاذب

صادق وكاذب. فلماذا لا نسمح بمثل هذه الاعتقادات المتناقضة في أذهاننا المرتَكة أصلًا؟

تثير العلاقة بين الكون الخالي من التناقضات وأذهاننا ولغاتنا البشرية الواهنة المزيد والعديد من الأسئلة المهمّة. كيف يتأتى للذهن البشري فهم أي جزء من أجزاء الكون؟ وكيف يمكن وصف الكون بلغة شكّلتها الكائنات البشرية؟ لماذا ينجح العلم في تحقيق أهدافه؟ ولماذا تتقن الرياضيات إلى هذا الحد وصف العلم والكون؟ هل لقوانين العلم وجود خارجي أم أنه لا وجود لها إلا في أذهاننا؟ وهل يمكن أن يكون هناك وصف نهائي للكون – بمعنى أن يتسنى للعلم أن يكمل مهمته وينتهي؟ وهل حقائق العلم والرياضات مستقلة عن الزمان أو مستقلة ثقافيًا؟ كيف يمكن للبشر معرفة أن نظرية علمية ما صادقة. وكما قال آلبرت أينشتاين ذات مرة «إن اللغز الأبدي في

(1) لا أمامي هنا بين الفكر البشري واللغة البشرية. اللغة أكثر تنظيمًا، واتساقًا، وتنسيقًا من الفكر. ففي حين لا يُشترط أن يكون الفكر البشري مفهومًا لأي ذهن سوى المفكر -الواقع أنه عادة ما لا يكون كذلك- فإن اللغة البشرية محاولة لجعل الفكر البشري قابلا للفهم لدى الأذهان البشرية الأخرى. وهذا يصدق حتى على اللغة المنطوقة ويصدق بشكل أوضح على اللغة المكتوبة. وبالنسبة للكلمة المكتوبة، حتى المزيد من التنسيق والتنظيم ضروريان. وسوف يكون النص المكتوب العظيم منظمًا وواضحا لكثير من الأذهان بما يمكّنها من تثمينه. في المقابل، يصف منظرو الأدب اللغة المكتوبة التي «تنزل» إلى مستوى الفكر بـ «تيار الوعي». ومن أمثلة هذه الأعمال الأدبية يقظة فينيغانس (*Finnegans Wake*) لجيمس جويس، وأغنية حب جي. آلفرد بروفروك (*The Love of J. Alfred Prufrock*) لـ ت.س. إليوت. ويجد معظم الناس هذه الأعمال صعبة على القراءة. ويتناول كتاب ليف فيغوتسكي الفكر واللغة (*Thought and Language*)، كما تتناول أعمال فتغنشتاين الأخيرة، العلاقة بين الفكر البشري واللغة البشرية. على ذلك، الفكر واللغة كلاهما عرضة للتناقضات.

العالم هو قابليته للفهم»[1]. سوف نتناول هذه الأسئلة التي تثيرها فلسفة العلم والرياضيات، وكثيرًا غيرها، في الفصل 8.

وهناك بين الكون الخالي من التناقضات والذهن البشري المترع بها، براح واسع للغموض:

- الواقف عند باب الغرفة موجود فيها وغير موجود فيها.
- متى يفقد الرجل ما يكفي من الشعر كي يصبح أصلع؟ وهل يتوقف كونه أصلع على الاتجاه التي تعصف فيه الريح؟
- هل 42 رقم صغير أم كبير؟

يستخدم البشر أفكارًا غامضة في كل الأوقات. أذهاننا واللغة البشرية المصاحبة مليئة بالجمل الغامضة:

- أحيانًا نقول إن الواقف في مدخل الغرفة موجود فيها، وأحيانًا نقول إنه غير موجود فيها.
- نصف بعض ذوي الشعور الخفيفة بأنهم صلع، ونصف بعضًا آخر منهم بأنهم ليسوا صلعًا.
- إذا كان في حسابي المصرف 42 دولارًا نقول إن 42 رقم صغير، ولكن إذا كنت أتحدث عن عدد أمراض شخص ما، فإن 42 رقم كبير.

ولأن الأفكار الغامضة خارج نطاق عالم العلم والرياضيات الأصيل، لا يسعنا التعويل على الأدوات المعتادة في تناول هذه الأفكار. ويقوم الغموض بدور رئيس في نقاشنا في الفصل 3.

وأضيف، مستطردًا، أن بعض الأنماط الخاصة من الطُّرف مهمة في نقاشنا. لقد رأينا أن المفارقات ضمن سبل تبيان أن المرء ذهب بالعقل أبعد مما يجب. الوقوع في مفارقة يعني تجاوز حدود العقل والدخول إلى أرض اللامعقول. وهناك ظرف تعوّل على حقيقة أننا نذهب بالعقل أبعد مما يجب، وهي تنطلق من مفاهيم نستوعبها جيدًا ثم تذهب بها بعيدًا أو تتجاوز معانيها المألوفة. اعتبر التالي:

- غشّ وودي آلن في امتحانه الميتافيزيقا بأن نظر في نفس الولد الجالس بجانبه.
- قال ستيفن رايت إنه مستعد للقتال من أجل الحصول على جائزة نوبل للسلام.

(1) Einstein 1936.

- لم يهتمّ غروتشو ماركس بالانتماء إلى أي ناد يقبل عضويته.

في كل هذه الطُّرف، نذهب بأفكار عادية أبعد مما يجب. الغش في الامتحان، أو الرغبة في الحصول على جائزة نوبل للسلام، والاستقالة متقززًا من عضويتك في ناد جميعها أفكار سائدة. غير أن المفكرين العظام أخذوا هذه المفاهيم المألوفة إلى حيث لا تنتمي. والتورية طرفة تأخذ دلالة كلمة أو عبارة إلى منطقة لا تكون فيها مقصودة:

- «هل سمعت عن الشخص الذي فقد كل نصفه الأيسر (whose whole left was cut off)؟ إنه الآن ‹all right› [كلّه يمين/ بصحة جيدة]».
- «اقرأ كتاب حول ضد -الجاذبية. يستحيل ‹to put down› [وضعه أرضًا/مقاومة الاستمرار في قراءته]».
- «هل سمعت عن ‹the par-a-dox› [تسريب معلومات شخصية بقصد سيئ/ مفارقة] ... دكتور شابيرو ودكتور ميلر».

تذمّرتَ! (عذرًا. لا أسوأ من التورية إلا تحليلها. فدعونا نمض قدمًا).

أختتم هذه المقدمة بطرح بعض الأسئلة حول طبيعة العقل وقيوده. اقرأ الكتاب محتفظًا بهذه الأسئلة في ذهنك. سوف أعود إلى هذه المسائل في الفصل الأخير وربما أقترب من الإجابة عنها باستخدام بعض الأفكار المعروضة في الكتاب.

لن أكون مؤديًا لواجبي في كتابة عمل بعنوان **أرسان العقل** دون طرح تعريف لـ **العقل**. إذ كيف يتسنى لنا في النهاية أن نقول عن شيء إنه خارج أرسان العقل ما لم يكن لدينا تعريف للعقل. ما الطريقة المعقولة لتحديد الحقائق؟ هل للعقل مستويات مختلفة؟ كيف نرسم الخط بين الخيمياء والكيمياء؟ وبين علم التنجيم وعلم الفلك؟ لماذا تعدّ بعض الأفعال معقولة وبعض آخر منها غير معقولة؟ لماذا يكون من المنطقي أن تفحص ضغط دمك ومن غير المنطقي أن تفحص برجك؟ أي العمليات الفكرية يعد معقولًا ويتجنب التناقضات؟

يعرض قاموس أكسفورد للغة الإنجليزية ستة عشرة تعريفًا لكلمة عقل. أقرب تعريف نحتاج إليه هو التالي: «قدرة الذهن على التفكير وعلى تشكيل أحكام صحيحة باستخدام عمليات منطقية؛ الملكة الذهنية

المستخدمة في جعل فكرة أو فعل ما يناسب هدفًا ما؛ المبدأ الموجّه للذهن في عملية التفكير. وغالبًا ما يقابَل العقل مع الإرادة، والخيال، والهوى، إلخ. وغالبًا ما يكون مشخصنًا». غير أن هذا التعريف يثير المزيد من الأسئلة. ما المقصود من «الحكم الصحيح»؟ متى تكون العملية منطقية ومتى تكون لامنطقية؟ متى يكون التفكير جزءًا من الإرادة ومتى يكون عقلًا؟ هذا تعريف غير مرض. وهناك تعريفات مزعومة أخرى ليست أفضل حالًا بكثير.

ثمة شيء يتخذ طابع الإحالة الذاتية في مجمل مشروعنا. إننا نستخدم العقل كي نعثر على اختلالات العقل. إذا كان العقل قاصرًا، فكيف لنا أن نستخدمه في اكتشاف هذه الاختلالات. ما حدود قدراتنا على عرض الحدود؟

دعونا نترك هذه الأسئلة معلقة على أن نعود إليها في الفصل 10، حين نختتم تقصينا لأرسان العقل.

قراءات إضافية

من ضمن الكتب الأخرى التي تناقش أرسان العقل *Barrow* (1999)، *Dewdney* (2004)، و *Poundstone* (1989). أما عمل *Sorensen* (2003)، فتاريخ رائع للمفارقات.

2 مفارقات اللغة

ما لا نستطيع الكلام فيه يلزمنا السكوت عنه[1].

- لودفيغ فتغنشتاين (1889-1951) القضية 7 من رسالة منطقية-فلسفية (*Tractatus Logicus-Philosophicus*)

غير أن السيد فتغنشتاين استطاع قول الكثير عما لا نستطيع الكلام فيه.

- برتراند رسل (1872_1970) مقدمة لكتاب فتغنشتاين رسالة منطقية-فلسفية (*Tractatus Logicus-Philosophicus*)

نصف الكذبات التي يقولونها عني ليست صحيحة.

- يوغي بيرا[2]

بدلًا من أن نقفز دون تدبّر في بحر قيود العقل، دعونا نبدأ بتبليل أصابع أقدامنا وفحص قيود اللغة. اللغة أداة تستخدم في وصف العالم الذي نعيش فيه. ولكن لا تخلط بين الخريطة والمنطقة! ثمة فرق أساسي بين اللغة والعالم الذي نعيش فيه: ففي حين أن العالم الواقعي يخلو من التناقضات، فإن الأوصاف اللغوية التي ابتدعها الإنسان لهذا العالم قد تشمل تناقضات. نواجه في الجزء 2.1 مفارقة الكاذب الشهيرة وتنويعاتها العديدة. هذه أحاجي سهلة نسبيًا تمكننا من الشروع في مهمتنا. ويشمل الجزء 2.2 مجموعة من مفارقات الإحالة الذاتية، وفيه أبيّن أنها جميعها تتخذ الصورة نفسها. وفي الجزء 2.3 نقابل مفارقات عديدة تتضمن أوصافًا لأعداد.

2.1 كاذب! كاذب!

المفارقة اللغوية عبارة أو جملة تناقض نفسها. والرديف الخلفي (oxymoron) صيغة مبكرة للمفارقة اللغوية (الكلمة مشتقة من الكلمة اللاتينية **oxy** التي تعني «ذكي» و**moros** التي تعني «غبي» - وهما يعنيان معًا «أحمق بلا مواربة» أو «مثلوم تمامًا»). والرديف اللغوي عبارة مؤلفة من كلمتين تناقض كل منهما الأخرى، ومن أمثلته «نسخ أصلية»، و«سر

---

(1) *Wovon man nicht sprechen kann, dar ü ber mu ß man schweigen.*

(2) لم أتمكن للأسف من التأكد من أن يوغي بيرا قال هذا بالفعل.

مفضوح»، و«مشوش بوضوح»، و«محارب من أجل النزعة السلمية»، و«معا لوحدنا»، والتعبير الأثير لدي «يمثّل بأسلوب طبيعي». وعلى الرغم من أن هذه العبارات لا تحمل في حقيقتها أي معنى منطقي، فإننا لا نجد حرجًا في استخدامها في أحاديثنا اليومية.

المثل الكلاسي على المفارقة اللغوية هو مفارقة إبيميندس التي ترجع إلى أكثر من ألفيتين ونصف. وكان إبيمينيدس (600 ق.م.)، الفيلسوف والشاعر الذي عاش في كريت، قد شكا من جيرانه في قصيدة بعنوان كريتيكا (*Critica*) بقول «الكريتيون دائمًا كاذبون، بهائم شريرة، بطون عاطلة!» يبدو[1] هذا مفارقًا. إذا صدقت هذه الجملة، فبحسبان أن إبيمينيدس كريتي، فإنه يعتبر نفسه ضمن الكاذبين، وهذا البيت من القصيدة كاذب. ولكن إذا كانت الجملة كاذبة، فإن إبيمينيدس ليس كاذبًا، والبيت صادق.

وتوجد الكثير من المفارقات اللغوية المشابهة لجملة إبيمينيدس. مفارقة الكاذب جملة بسيطة من القبيل التالي:

أنا أكذب

أو

هذه الجملة كاذبة.

إذا كانت هاتان الجملتان صادقتين، فإنهما كاذبتان؛ وإذا كانتا كاذبتين، فإنهما صادقتان.

---

(1) يبينّ بعض التحليل أن قول إبيمينيدس لا يشكل بالفعل مفارقة. من جهة، نفترض خلسة أن كل جملة يقولها الناطق كذبة. وهذا غير صحيح. الكاذب شخص كذب مرة واحدة على الأقل، وكلنا كذب في حياته مرة واحدة على الأقل، ولهذا فإن كلنا كاذبون.

فضلا عن هذا، ثمة خطأ في استنتاج تناقض. افترض للحظة أن إبيمينيدس يقول الصدق. هذا يستلزم أنه كاذب وأن الجملة كاذبة. لكن الجملة الكاذبة ليست تناقضًا. في المقابل، افترض أن جملة إبيمينيدس كاذبة. هذا يعني أنه ليس كل الكريتيين كاذبين وأن هناك كريتيا ليس كاذبًا. مثل هذا الصادق التقي قد يكون أي شخص في الجزيرة. (ماذا لو كان إبيمينيدس الشخص الوحيد في الجزيرة بأسرها؟) ولو كان هذا الصادق هو إبيمينيدس، فإنه يقول الصدق والجملة صادقة، ولكان لدينا تناقض. غير أنه ليست هناك ضرورة في أن يكون الصادق هو إبيمينيدس، فقد يكون شخصًا آخر في الجزيرة. ولهذا لن يكون هناك تناقض في حالة افتراض أن إبيمينيدس يقول جملة كاذبة.

وهناك فكرة مهمة أخرى جديرة بالذكر. لقد قررنا أنه يستحيل على جملة إبيمينيدس أن تكون صادقة، وأنه محتم أن تكون كاذبة. ومن هذا استنتجنا منطقيا أن هناك بالضرورة شخصًا صادقًا في الجزيرة. وهذا يثبت قوة اللغة والمنطق: من حقيقة أن إبيمينيدس قال جملته، نستنتج حقيقة حول تقوى شخص آخر.

وعلى الرغم من هذه الإشكاليات المتعلقة بمفارقة إبيمينيدس، سوف نرى أن هناك مفارقات لغوية مشابهة تتصف بأنها حقيقية ولا غبار على مفارقيتها. ومهما يكن من أمر، فقد استبين أن المثال الكلاسي على المفارقة لا يشكل بالفعل مفارقة. لكم هذا مفارق!

ولمفارقة الكاذب صيغ مختلفة عديدة. نستطيع مثلًا أن نسمي جملة ما ل1، ثم نقول إن ل1 تقول عن نفسها إنها كاذبة:

ل1: ل1 كاذبة.

مرة أخرى، إذا كانت ل1 صادقة، فإنها كاذبة. وإذا كانت كاذبة، فإنها صادقة. وفي تنويعات أخرى من مفارقة الكاذب نحصل على جمل لا تحيل على نفسها مباشرة. اعتبر الجملتين التاليتين:

ل2: ل3 كاذبة.

ل3: ل2 صادقة.

إذا كانت ل2 صادقة، فإن ل3 كاذبة، وهذا يعني أن «ل2 صادقة» جملة كاذبة، ومن ثم فإن ل2 كاذبة. في المقابل، إذا كانت ل2 كاذبة، فإن ل3 صادقة، ول3 تقر أن ل2 صادقة. انتبه! هذا تناقض.

من المهم أن تلحظ أن مجرد كون الجمل تحيل إلى نفسها وإلى كذبها لا يعني وجود تناقض. اعتبر الجملتين التاليتين:

ل4: ل5 كاذبة.

ل5: ل4 كاذبة.

لنفترض أن ل4 كاذبة. سوف تكون ل5 صادقة ول4 كاذبة. وعلى نحو مماثل، إذا بدأت بافتراض صدق ل4، سوف تخلص إلى كذب ل5، وسوف تكون ل4 من ثم صادقة. لا واحد من هذين الافتراضين يقودك إلى تناقض.

وهناك العديد من صور مفارقة الكاذب:

- الجملة الوحيدة التي تحتها خط في هذه الصفحة عارية تمامًا عن الصحة.
- الجملة المكتوبة بخط داكن في هذه الصفحة كذبة بلقاء.
- الجملة المكتوبة بعد الجملة المكتوبة بخط داكن في هذه الصفحة ليست صادقة.

هل هذه جمل صادقة أم كاذبة؟

ويرجع تاريخ مفارقة الكاذب إلى أكثر من 2500 عام، وقد استحدث الفلاسفة سبلًا عديدة مختلفة لتجنب مثل هذه التناقضات. بعضهم

حاول تجنب المفارقات اللغوية بقول إن جمل الكاذب ليست صادقة ولا كاذبة. ففي النهاية، ليست كل الجمل إما صادقة أو كاذبة. ومثل هذا أن السؤال «هل هذا مكانك أم مكاني؟»، والأمر «اذهب مباشرة إلى السجن!» ليسا صادقين وليسا كاذبين. وعادة ما يعتبر المرء جملًا تقريرية مثل «الثلج الأبيض» إما صادقة أو كاذبة، لكن جمل الكاذب تبيّن أن بعض الجملة التقريرية ليست صادقة ولا كاذبة.

وهناك من يقول إن الجملة «هذه الجملة كاذبة» ليست سليمة نحويًا. إذ ما الذي تحيل إليه «هذه الجملة؟» إذا كانت تحيل إلى شيء ما، فيلزم أن نكون قادرين على أن نستعيض عن «هذه الجملة» بما تحيل إليه. دعونا نحاول:

«هذه الجملة كاذبة» كاذبة.

هذه جملة سليمة نحويًا وقد تكون صادقة أو كاذبة. لكنها لا تحيل على نفسها ولا تتكافأ مع جملة الكاذب الأصلية. إنها شبيهة بالجملة

تتألف الجملة «هذه الجملة كاذبة» من ثلاث كلمات.

وهي جملة صادقة، في حين

تتألف «هذه الجملة كاذبة» من أربع كلمات

جملة كاذبة. وسوف يكون من الجيد أن تكون لدينا جملة سليمة نحويًا تشكل مفارقة إحالة ذاتية. وكان دبليو.ف.و. كواين أفكر في طريقة بارعة للالتفاف على هذه المشاكل. اعتبر جملة كواين التالية:

«تقود إلى كذب حين يسبقها اقتباسها»

تقود إلى كذب حين يسبقها اقتباسها. لاحظ أولًا أن هذه جملة مشروعة. الموضوع هو الجملة الموضوعة بين علامتي تنصيص والفعل هو تقود. دعونا الآن نسأل أنفسنا عما إذا كانت هذه الجملة صادقة. إذا كانت صادقة، فإنك حين تربط الموضوع بسائر الجملة، كما فعلنا، تحصل على كذب. ولهذا فإن الجملة كاذبة. ولكن ماذا لو كانت الجملة كاذبة. هذا يعني أنك حين تربط الموضوع بالجملة لا تحصل على كذب، بل تحصل على جملة صادقة. ولهذا إذا افترضت أن جملة كواين كاذبة، سوف تستنتج أنها صادقة. هذه إذن جملة سليمة نحويًا ومتناقضة ذاتيًا.

ومن بين الحلول الممكنة الأخرى للجمل المفارقية تقييد اللغة بحيث تتجنب مثل هذه الجمل. البعض يرى أنه يلزم اللغة أن تتألف من مستويات، وأنه لا يصح أن تتحدث الجمل على جمل من مستواها. مثل هذا، توجد في المستوى الأدنى جمل من قبيل «العشب أخضر» و«قلمي أزرق»؛ وتوجد في المستوى التالي جمل تتحدث عن جمل المستوى الأول. وبهذا قد تكون لدينا جملًا من النوع التالي

«العشب أخضر» جملة واضحة

أو

تتألف «قلمي أزرق» من كلمتين.

بعد ذلك نصل إلى جمل تنتمي إلى المستوى الثالث، ومثلها

كون «قلمي أزرق» «تتألف من كلمتين» حقيقة غبية.

وبتقييد أنماط الجمل نتجنب الجمل التي تتخذ الصورة التالية

الجملة المكتوبة بخط مائل في هذه الصفحة صحيحة نحويًا. هذه جملة تتناول نفسها، ولذا فإنها جملة تتحدث في مستواها، وتعدّ من ثمّ أكلة حرام - بمعنى أنها لا تشكل جزءًا مشروعًا من اللغة. ذلك أنه لا يُسمح لأي جملة بأن تتحدث إلا عن جمل «أدنى» منها، وإذا حدث وأن تحدثت جملة عن جملة في مستواها فإنها تعدّ خالية من المعنى. سوف يضمن هذا التقسيم إلى مستويات عدم وجود إحالات ذاتية، ويحول بذلك دون الوقوع في تناقض. وبهذا القيد يتأكد علماء اللغة تمامًا من حظرهم معظم الجمل اللغوية المفارقة. غير أن هذا الحلّ متكلّف بعض الشيء. ذلك أن اللغة البشرية تتعامل دائمًا مع نوع من الإحالة الذاتية دون إشكال:

- يقول أحدهم «أواه! أشعر اليوم بدوار ولا أدرك ما أقول». أتراه يدرك قوله لهذه الجملة؟
- هناك أغنية لكارلي سمون تقول «أنت مغرور، فلعلك تحسب أن هذه الأغنية تتحدث عنك». لكن هذه الأغنية تتحدث بالفعل عنه!
- «لكل قاعدة استثناء، باستثناء هذه القاعدة».
- «لا تقل أبدًا، أبدًا!»
- «القاعدة الوحيدة هي أنه ليست هناك أي قاعدة».

في جميع هذه الحالات -وفي حالات كثيرة أخرى- تخترق اللغة البشرية قيد تناول جملة «أدنى». في كل حالة، ثمة جملة تناقش نفسها. غير أن كل هذه الأمثلة جزء مشروع من اللغة البشرية.

وهناك حلّ ممكن آخر للجمل المفارقية، أتينا على ذكره في الفصل 1، مؤداه أن اللغة البشرية منتج للذهن البشري، وهذا ما يجعلها عرضة للتناقضات. ليست اللغة البشرية نسقًا كاملًا يخلو من التعارضات (في مقابل الأنساق الكاملة، كالرياضيات والمنطق والعالم المادّي). ولهذا يجب علينا أن نقبل حقيقة أن اللغة البشرية تعاني من اختلالات وتشمل تناقضات. وهذا حلّ يبدو في تقديري وجيهًا.

2،2 مفارقات الإحالة الذاتية

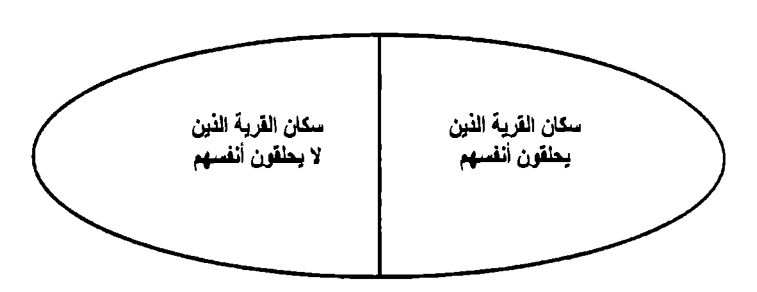
سبب الإشكال في مفارقة الكاذب هو أنه يمكن استخدام اللغة في وصف اللغة. تحديدًا، في الوسع صياغة جملة تناقش مسألة صدقها. وقدرة اللغة هذه على وصف اللغة هي إحدى صور الإحالة الذاتية. المفارقات التي تنشأ عن مثل هذه الإحالة الذاتية هي موضوع هذا الجزء. وفي حين أن هذه المفارقات ليست مفارقات لغوية صرفًا، فإنها شبيهة بمفارقة الكاذب وسوف تساعدنا على فهم طبيعة الإحالة الذاتية.

وصف الفيلسوف البريطاني برتراند رسل مفارقة لطيفة أصبحت تعرف بـ مفارقة الحلّاق. تخيّل قرية صغيرة معزولة في جبال الألب النمساوية لا يوجد بها سوى حلّاق واحد. بعض سكان القرية يحلقون أنفسهم، وبعضهم يذهبون إلى الحلّاق، لكنهم يتفقون في امتثالهم للقاعدة التالية: يجب على كل من لا يحلق نفسه أن يذهب إلى الحلّاق، ويجب على كل من يحلق نفسه ألا يذهب إليه. يبدو أنه لا غبار على هذه القاعدة. ففي النهاية، إذا كان في وسع المرء توفير بعض المال بحلق نفسه، فما الذي يُلزمه بالذهاب إلى الحلّاق؟ وإذا كان في وسعه الذهاب إلى الحلّاق، فما الذي يُلزمه بحلق نفسه؟ الآن اسأل نفسك:

من يحلق الحلّاق؟ لأنه أحد سكان القرية، يجب عليه أن يذهب إلى الحلّاق إذا كان لا يحلق نفسه. لكنه هو الحلّاق، ولهذا فإنه يحلق نفسه. في المقابل، إذا كان يحلق نفسه، فإنه، لكونه الحلّاق، سوف يذهب إلى

الحلّاق ولا يحلق نفسه.[1]

ويمكن لنا تصوّر مفارقة الحلّاق باستخدام الشكل 2.1، حيث نقسّم سكان القرية إلى قسمين ونحدد ما إذا كان الحلّاق ينتمي إلى أحدهما.



الشكل 2.1: أي فئة جزئية يوجد فيها الحلّاق؟

غير أن لمفارقة الحلّاق، خلافًا لمفارقة الكاذب، حلًا بسيطًا. القرية الموصوفة لا وجود لها. يستحيل أن توجد مثل هذه القرية لأن هناك تناقضًا كامنًا في وصفها. تحديدًا، يستلزم وصفنا تناقضًا في حالة الحلّاق. ولأنه يستحيل على العالم الواقعي أن يشمل تناقضات، فإنه لا وجود واقعيًا للقرية. توجد الكثير من القرى في الألب النمساوي، لكن أوضاعها مختلفة. قد يكون فيها حلّاقان يحلق كل منهما الآخر؛ وقد تكون فيها أنثى تمارس مهنة الحلّاقة دون أن تحلق نفسها؛ وقد يكون بها أصحاب الشعور الطويلة، على طريقة الهيبيّين، الذين لا يذهبون إلى الحلّاق مهما كانت حاجتهم إلى الذهاب إليه. هذه أوصاف لقرى أخرى مشروعة تمامًا، إذ لا تناقضات تنتج عنها. أما القرية التي يصفها رسل فلا وجود لها.

وهناك مفارقة بارعة أخرى تتناول النعوت في اللغات الطبيعية وتعرف بـ مفارقة التنافر أو مفارقة غريلنغ. اعتبر كلمة عربية، وسوف تجد أن عربية كلمة عربية. في المقابل، فإن فرنسية ليست كلمة فرنسية (بل عربية). دعونا ننظر إلى نعوت أخرى ونر كيف تتعلق ببعضها البعض: عبارة متعددة-المقاطع عبارة متعددة المقاطع. أما عبارة أحادية-المقاطع فليست

(1) يرد النسوي على هذه المأزق الطفيف بقول ان زوجة الحلاّق تقوم بحلاّقته. هذه مجرد واحدة من المهام الشاقة التي يلزمها القيام بها عبر القرون دون فضل يعزى لها. إنها تنقذ الجنس البشري من هاوية تناقض!

عبارة أحادية-المقاطع. عبارة خماسية-المقاطع ليست عبارة خماسية المقاطع. خطأ-إملائي ليست خطأ-إملائيا. كلمة نعتية نعتية، لكن كلمة أنثى ليست أنثى. كلمة صعبة ليست صعبة، وعبارة غير-قابلة-للنطق ليست غير-قابلة-للنطق. الواقع أن لدينا مجموعتان من النعوت: نعوت تنعت نفسها ونعوت لا تنعت نفسها. النعوت التي تنعت نفسها تسمى تطابقية (**autological**، من الكلمة اليونانية **auto** التي تعني «الذات» أو «خاصة الذات»، و**logos** التي تعني «الكلمة»، أو «الكلام»، أو «العقل») أو متجانسة (**homological**)؛ والنعوت التي لا تنعت نفسها تسمى متنافرة (**heterological**، من الكلمة اليونانية **heteros** التي تعني «آخر» أو «مختلف»). وهكذا فإن عربية، ومتعددة-المقاطع، ونعتية، وما إلى ذلك، متجانسة؛ في حين أن فرنسية، وأحادية-المقاطع، وغير-قابلة-للنطق، وما إلى ذلك، متنافرة. وفق هذين الصنفين، نطرح الآن السؤال التالي:

هل متنافرة متنافرة؟

دعونا نقل إن متنافرة متنافرة. فتمامًا كما أن

كلمة عربية عربية ← كلمة عربية متجانسة،

فإن

كلمة متنافرة متنافرة ←كلمة متنافرة متجانسة

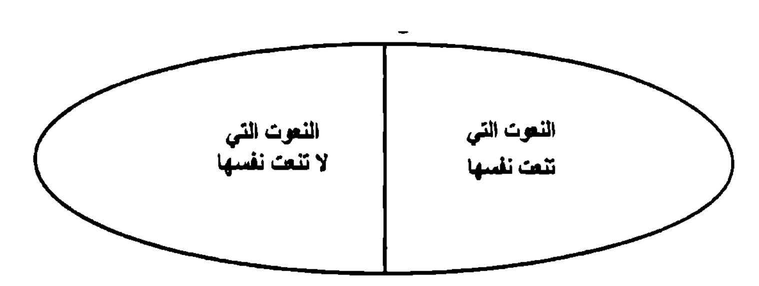
ولهذا فإن كلمة متنافرة ليست متنافرة. في المقابل، إذا أخذنا الموقف المعارض وقلنا إن كلمة متنافرة ليست متنافرة، فتمامًا كما أن

كلمة فرنسية ليست فرنسية ← كلمة فرنسية متنافرة

فإن كلمة متنافرة ليست متنافرة ← كلمة متنافرة متنافرة.

وهكذا خلصنا إلى أن كلمة متنافرة متنافرة إذا وفقط إذا كانت كلمة متنافرة ليست متنافرة. وهذا تناقض ومثير للقلق.

نستطيع ثانية تصوّر مفارقة الإحالة الذاتية هذه وفق الشكل 2،2.



الشكل 2.2: إلى أي فئة جزئية تنتمي كلمة متنافرة؟

ويبدو أن لهذه المفارقة أيضًا حلًا بسيطًا: لا وجود لكلمة متنافرة، أو إذا كانت موجودة فإنها لا تحوز معنى. لقد رأينا أن المرء إذا عرَّف كلمة متنافرة فسوف يقع في تناقض. وهذا شبيه بقول إنه لا وجود لقرية مفارقة الحلّاق.

غير أننا لا نستطيع حلّ كل المسائل بمجرد التظاهر بحلها، كأن نقول إنه لا وجود لكلمة متنافرة أو نقول إنها خالية من المعنى. ذلك أن المسألة متجذرة بشكل معمق في طبيعة اللغة نفسها. وبدلًا من تناول كلمة متنافرة، اعتبر العبارة الوصفية «لا تصدق على نفسها». اسأل ببساطة ما إذا كانت عبارة «لا تصدق على نفسها» تصدق على نفسها. إنها تصدق إذا وفقط إذا كانت لا تصدق. هل يجب علينا أن نقول ببساطة إن «لا تصدق على نفسها» ليست عبارة وصفية مشروعة؟ ليست هناك مشكلة في أي من كلمات العبارة. لا شيء غريبًا فيها يشبه كلمة متنافرة. غير أننا نخلص إلى تناقض حين نستخدمها.

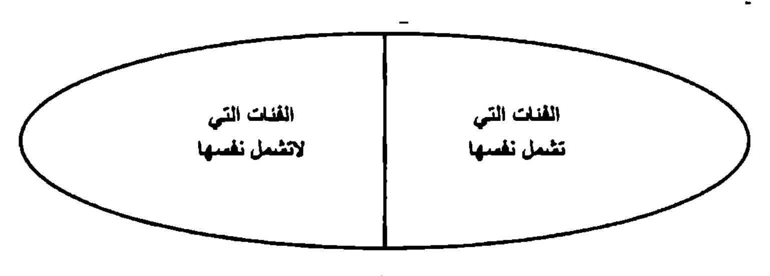
مفارقة كتاب المراجع شبيهة تمامًا بمفارقة المتنافرة. وكتاب المراجع هذا عبارة عن كتاب يقسّم الكتب إلى أصناف مختلفة. هناك الكثير من كتب المراجع التي تقسّم الكتب وفق تصنيفات كثيرة مختلفة. ثمة كتب مراجع تصنف الكتب إلى كتب قديمة، وكتب الأنثروبولوجيا، وكتب الحيوانات النرويجية، وهكذا. وهناك كتب مراجع تصنف نفسها. مثل ذلك، إذا رغب المرء في نشر كتاب مراجع يشمل عناوين كل الكتب المنشورة، فسوف يشمل نفسه. وهناك أيضًا كتب مراجع لا تشمل نفسها. اعتبر الآن كتاب المراجع الذي يشمل عناوين كل كتب المراجع التي لا تشمل نفسها، واسأل نفسك السؤال البسيط التالي: هل يشمل هذا الكتاب نفسه؟ إن قليلًا من إعمال الفكر يكفي لتبيان أن هذا الكتاب يشمل نفسه إذا وفقط إذا كان لا يشمل نفسه. ومن هذا نخلص إلى أنه يستحيل وجود كتاب مراجع يلتزم متنه

بمثل هذه القاعدة. (سوف أترك للقارئ مهمة رسم شكل شبيه بالشكلين 2.1 و2.1 لهذه المفارقة).

وكان برتراند رسل وظّف مفارقة الحلّاق في شرح مفارقة أكثر أهمية تعرف بـ مفارقة رسل. هذه أكثر تجريدًا من مفارقات الإحالة الذاتية التي وقفنا عليها، وهي جديرة بالتأمل. اعتبر فئات أو تشكيلات مختلفة من الأشياء. بعض الفئات لا تشمل سوى عناصر، وبعضها تشمل فئات أخرى. مثل هذا، يمكن لنا أن نعتبر مدرسة ما فئة تشمل سنوات دراسية مختلفة، فيما تشمل كل سنة دراسية فئة من الطلبة في كل سنة دراسية. بعض الفئات تشمل نسخًا من نفسها. فئة كل الفئات الموصوفة في هذا الكتاب تشمل نفسها. فئة كل الفئات التي تشمل أكثر من خمسة عناصر تشمل نفسها. وبطبيعة الحال هناك الكثير من الفئات التي لا تشمل نفسها. اعتبر مثلًا فئة كل التفاحات الحمراء. هذه فئة لا تشمل نفسها لأن التفاحة الحمراء ليست فئة. رسل يطلب منا أن نعتبر الفئة R، فئة كل الفئات التي لا تشمل نفسها. اطرح الآن السؤال التالي:

هل تشمل R نفسها؟

إذا كانت R تشمل بالفعل نفسها، فإن R، وفق تعريف ما ينتمي إلى R، لا تشمل R. في المقابل، إذا كانت R لا تشمل نفسها، فإنها تستوفي شرط الانتماء إلى R وتكون مشمولة في R. لدينا تناقض. ويمكن تصور هذا في الشكل 2.3.



الشكل 2.3: أي جزء يشمل R؟

وعادة ما «تحل» هذه المفارقة بقول إنه لا وجود للفئة R -أي أن تشكيلة كل الفئات التي لا تشمل نفسها ليست فئة مشروعة. إذا تعاملت مع هذه التشكيلة اللامشروعة، فإنك تتجاوز حدود العقل. ولكن لماذا يجب علينا

ألا نتعامل مع هذه التشكيلة؟ إنها تصف بشكل جيد تمامًا العناصر التي تنتمي إليها، وهي تبدو بكل توكيد تشكيلة مشروعة. الفكرة التي حسبنا أنها واضحة (والتي تبدو وجيهة) أنه بالنسبة لكل وصف مصوغ بشكل واضح تمامًا، توجد تشكيلة من الأشياء التي تستوفي هذا الوصف، لم تعد فكرة واضحة (ولا وجيهة). بالنسبة للوصف «الأشياء الحمراء» المصوغ بوضوح، توجد تشكيلة لا غبار عليها تتألف من الأشياء الحمراء. غير أنه في حالة الوصف الذي يبدو واضحًا «كل الفئات التي لا تشمل نفسها»، لا توجد تشكيلة تتألف من أشياء تختص بهذه الخاصية. يلزمنا إذن أن نعدّل تصورنا لما يعدّ واضحًا[1].

ينبغي أن نقارن مفارقة رسل بالمفارقات الأخرى. يوجد حلّ بسيط لمفارقة الحلّاق ومفارقة كتاب المراجع: ببساطة، لا وجود لمثل هذه الأشياء المادّية. ويوجد حلّ بسيط لمفارقة المتنافرة: اللغة البشرية تحشد بالتناقضات والكلمات الخالية من المعنى. غير أننا نواجه جدارًا في حالة مفارقة رسل. يصعب أن نقول ببساطة إنه لا وجود للفئة R. لمَ لا؟ إنها فكرة معرَّفة بطريقة جيدة. التشكيلة ليست شيئًا مادّيًا، ولا شيئًا من خلق الإنسان. إنها مجرد فكرة. على ذلك فإن هذه الفكرة التي تبدو غير مؤذية تتجاوز بنا حدود العقل.

وكنا أوجزنا مفارقة الكاذب في جملة واحدة:

هذه الجملة كاذبة.

ولنا أيضًا أن نوجزها بالوصف التالي:

الجملة التي تنفي نفسها.

وعلى نحو مشابه، لنا أن نوجز مفارقات الإحالة الذاتية الأربع الأخرى بالأوصاف الأربع التالية:

- «ساكن القرية الذي يحلق كل من لا يحلق نفسه».
- «الكلمة التي تصف كل الكلمات التي لا تصف نفسها».
- «كتاب المراجع الذي يشمل كل الكتب التي لا تشمل نفسها».
- «الفئة التي تشمل كل الفئات التي لا تشمل نفسها».

(1) سوف نقابل هذه المفارقة ثانية في الجزء 4.4.

وكما يسعك أن ترى، لكل هذه الأوصاف البنية نفسها (كما هو الحال مع الأشكال 2,1-2,3). كلما كانت هناك إحالة ذاتية، أمكن الوقوع في تناقض. سوف نتقصى مثل هذه القيود في مختلف أجزاء الكتاب.

وقبل أن ننتقل إلى الجزء التالي، ثمة نتيجة مهمة جديرة بالمزيد من التفكّر. قد يتبادر إلى الذهن أن كل مفارقة لغوية تتضمن شكلًا من الإحالة الذاتية. بتعبير آخر، يلزم [في كل مفارقة لغوية] وجود سلسلة من الاستدلالات الدائرية التي تعود إلى حيث بدأت. لقد كان هذا هو الاعتقاد السائد إلى أن استحدث ستيفن يابلو مفارقة بارعة سميّت على اسمه: مفارقة يابلو. اعتبر السلسلة اللامتناهية التالية من الجمل:

ك1ك^{1} كاذبة بالنسبة لكل أ >1.

ك2ك^{1} كاذبة بالنسبة لكل أ >2.

ك3ك^{1} كاذبة بالنسبة لكل أ >3.

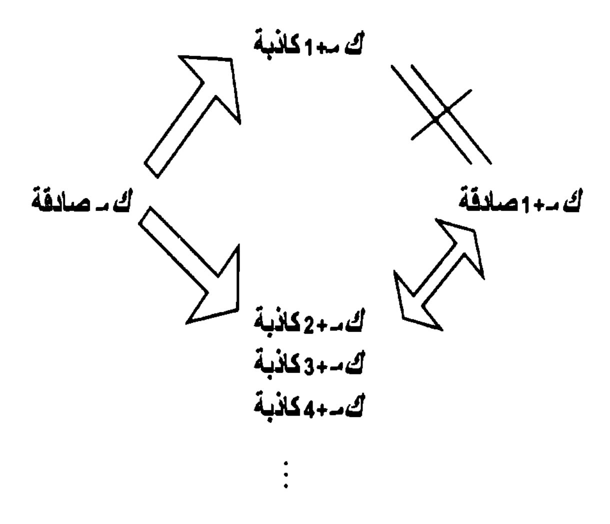
كمـ ك1 كاذبة بالنسبة لكل أ >مـ.

كمـ+1 ك1 كاذبة بالنسبة لكل أ >مـ + 1.

كنـ ك1 كاذبة بالنسبة لكل أ >نـ.

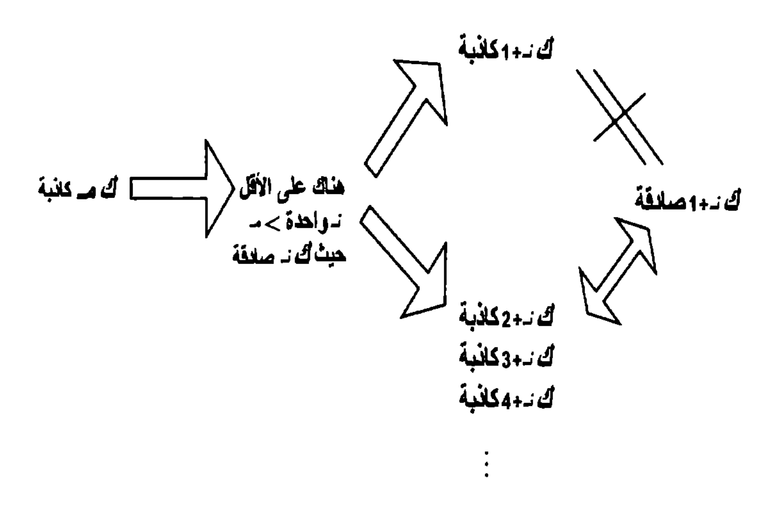
كل جملة تقر كذب الجمل التي تليها. لاحظ أنه ليست هناك جملة تحيل على نفسها، وليست هناك سلسلة طويلة تشمل جملة تحيل ناكصةً على نفسها. على ذلك، هذه مفارقة بمعنى أننا لا نستطيع أن نقول إن أي جملة إما أن تكون صادقة أو كاذبة. تخيّل أننا بالنسبة إلى مـ ما، لدينا كمـ صادقة. تقول كمـ إن كلًا من كمـ+1، كمـ+2، كمـ+3...، كاذبة. وإذا قسّمنا هذا، نحصل على كمـ+1 كاذبة، وكل من كمـ +2، كمـ +3

... كاذبة. غير أن كمـ +1 تقول إن كلًا من كمـ +2، كمـ +3...، كاذبة، ما يجعل كمـ +1 صادقة. وهكذا، بافتراض أن كمـ صادقة، نحصل على تناقض بخصوص وضع كمـ +1. ويمكن تصور هذا باستخدام الشكل 2.4.



الشكل 2.4: مفارقة يابلو – افتراض أن كم صادقة

في المقابل، تخيّل أننا نفترض، بالنسبة لكل م، أن كم كاذبة. هذا يعني أنه ليست كل كن حيث ن > م كاذبة، وهناك على الأقل ن واحدة > م حيث كن صادقة. غير أننا رأينا أنه إذا كانت هناك أي كن صادقة، فإننا نحصل على تناقض كما هو مبيّن في الشكل 2.5.



الشكل 2.5: مفارقة يابلو – افتراض أن ك مـ كاذبة

حين نفترض أن أي ك مـ إما صادقة أو كاذبة، نقع في تناقض. لكنه تناقض يخلو من الإحالة الذاتية.

2.3 تسمية الأعداد

الأعداد أكثر مفاهيم لدينا دقة. لا شيء غائم في فكرة 42. إنها ليست فكرة ذاتية بحيث يكون لدى كل شخص مفهومه الخاص لـ 42. غير أن هناك إشكاليات في وصف المفاهيم العددية. دعوني أبدأ بحكاية قصيرة. في بداية القرن العشرين، ذهب عالم الرياضيات ج.هـ. هاردي (1877-1947) لزيارة صديقه ومعاونه، العبقري سترينيفازا رامانوجان (1887-1920). وكما كتب هاردي يقول: «أذكر أني ذهبت إليه لأعوده حين كان مريضًا في بوتني. ركبت سيارة أجرة رقمها 1729 ولاحظت أن الرقم بدا لي مملًا، فتمنيت ألا يكون هذا نذير شؤم. ‹كلّا›، قال لي، ‹إنه رقم غاية في الإثارة؛ إنه أقل عدد يمكن التعبير عنه بجمع مكعبين بطريقتين مختلفتين›»[1] تفصيلًا، 1729 تساوي 13 + 123، لكنها تساوي أيضًا 93 + 103. ولأن

(1) Hardy 1999, 12.

1729 هو أصغر عدد يختص بهذه الخاصية، فإنه عدد «مثير»[1].

تحيلني هذه الحكاية إلى مفارقة العدد المثير. دعونا نتفكر في بعض الأعداد الصحيحة الصغيرة. العدد 1 مثير لأنه أولّ الأعداد. 2 هو أول عدد أولي. 3 هو أول عدد أولي فردي. 4 يختص بالخاصية المثيرة أن 2 X 2 = 4 = 2 + 2. العدد 5 أولي. 6 عدد كامل – فهو يساوي مجموع عوامله (6 = 1 X 2 X 3 = 1 + 2 + 3، إلخ). لدى الأعداد القليلة الأولى خصائص مثيرة. سوف نصف كل عدد لا يختص بأي خاصية مثيرة بأنه «عدد مملّ». والسؤال هو: ما أصغر عدد مملّ؟ والإجابة هي: أصغر عدد مملّ عدد مثير. لقد وقعنا في حيرة.

ما الخطأ الذي حدث؟ لقد نتج تناقض بسبب توهمنا أننا نستطيع تقسيم الأعداد إلى مجموعتين: أعداد مثيرة وأعداد مملّة. وهذا غير صحيح. لا سبيل لتعريف ما يكونه العدد المملّ. إنه تعبير غامض ونحن لا نستطيع أن نحدّد متى يكون العدد مثيرًا ومتى يكون مملا[2]. الإثارة شعور ينتاب المرء في بعض الأحيان، ومن ثم فإنه خاصية ذاتية. ونحن لا نستطيع أن نستحدث مفارقة من مثل هذه الخاصية الذاتية.

غير أن هناك مفارقة أكثر جدية تعرف باسم مفارقة بيري. مفتاح فهم هذه المفارقة هو أنه، بصفة عامة، كلما زاد عدد الكلمات التي يستخدمها المرء في عبارة ما، زاد العدد الذي يستطيع وصفه. أكبر عدد يمكن وصفه بكلمة واحدة [في اللغة الإنجليزية] هو 90. للتعبير عن 91 بالكلمات تحتاج إلى أكثر من كلمة. ويمكن لكلمتين أن تصفا تسعين ترليون. تسعون ترليون + 1 هو أول عدد يتطلب التعبير اللفظي عنه أكثر كلمتين. ويمكن لثلاث كلمات أن تصف تسعين ترليون ترليون. العدد التالي (تسعين ترليون ترليون + 1) يتطلب أكثر من ثلاث كلمات. وعلى نحو مماثل، كلما زادت حروف الكلمة، زاد العدد الذي تصفه. بثلاثة حروف [ten] تستطيع أن تصف العدد 10، لكنك لا تستطيع أن تصف العدد 11.

دعونا نقتصر على عدد الكلمات. سمِّ العبارة التي تصف الأعداد بأقل من إحدى عشرة كلمة عبارة بيرية. اعتبر الآن العبارة التالية:

أقل عدد لا يُعبّر عنه بأقل من إحدى عشرة كلمة.

(1) أخبرني مايكل بار بأن 1729 ليس أول عدد إلا إذا اقتصرنا على الأعداد الكلية الموجبة. وفي حال السماح بأعداد كلية سالبة، فإن 91 = 63 + 3 (- 5) = 43 + 33.

(2) سوف نتعرض للحدود الغامضة مرة أخرى في الجزء 3.3.

تتألف هذه العبارة من عشر كلمات وهي تعبّر عن عدد، ولذا فإنها عبارة بيرية. ولكن انظر إلى العدد الذي تقوم بوصفه. يفترض ألا يكون قابلًا لأن يعبّر عنه بأقل من إحدى عشرة كلمة. هل يمكن التعبير عن هذا العدد بإحدى عشرة كلمة أو أقلّ؟ هذا تناقض حقيقي.

لنا أيضًا أن نتحدث عن مقاييس أخرى لمدى تركيب العبارات. اعتبر

أقل عدد لا يُعبَّر عنه بأقلّ من خمسين مقطعًا.

لهذه العبارة أقل من خمسين مقطعًا. وكمثل آخر،

أقل عدد لا يُعبَّر عنه بأقل من ستين مقطعًا،

وهذا تعبير يتألف من أقل من ستين حرفًا. هل تصف هذه الأوصاف أعدادًا؟ وإذا كانت تصف أعدادًا، فأي أعداد تصف؟ إنها تصف عددًا بعينه إذا وفقط إذا كانت لا تصف هذا العدد. ولكن لم لا؟ بالتوكيد أن كلًا منها يبدو عبارة وصفية سليمة.

وهناك مفارقة مهمة أخرى حول وصف الأعداد تعرف بـ مفارقة رتشارد. ثمة عبارات بعينها تصف أعدادًا حقيقية بين 0 و1، ومثلها،

- «باي ناقص 3» = 0٫14159
- «احتمال الحصول على 3 من رمي نرد» = 1/6
- «باي تقسيم 4»= 0٫785
- «العدد الحقيقي بين 0 و1 المعبَّر عنها رقميا بالعدد 0٫55555» = 0٫55555

سمِّ مثل هذه العبارات عبارات رتشاردية. سوف نصف جملة مفارقية. بدلًا من الاقتصار على وضع الجملة الطويلة، دعونا نقم بصياغتها بشكل تدريجي. اعتبر العبارة

العدد الحقيقي بين 0 و1 الذي يختلف عن كل عبارة رتشاردية.

إذا كانت هذه العبارة تصف عددًا، فسوف تكون مفارقية، لأنها تصف عددًا لكنها لن تكون عبارة رتشاردية. غير أن هناك العديد من الأعداد الحقيقية التي تختلف عن كل العبارات الرتشاردية. ما هذه الأعداد؟ دعونا نحاول أن نكون أكثر دقة. فئة العبارات الرتشاردية فئة جزئية من كل

العبارات، ولهذا يمكن أن ترتَّب على طريقة الأسماء في كتاب أرقام الهواتف. نستطيع أولًا ترتيب كل العبارات الرتشاردية المؤلفة من كلمة واحدة، ثم العبارات المؤلفة من كلمتين، وهكذا. بمثل هذه القائمة المرتَّبة نستطيع التحدث عن الجملة الرتشاردية الـ نـ. اعتبر الآن

العدد الحقيقي بين 0 و 1 الذي تختلفه خانته الـ نـ عن الخانة الـ نـ من العبارة الرتشاردية الـ نـ.

لم نقصد من هذا سوى تبيان أن العدد الموصوف يختلف عن كل العبارات الرتشاردية، لكن العبارة تظل عاجزة عن وصف عدد بعينه بدقة. قد يكون لدى العدد الموصوف بالعدد الرتشاردي الثاني والأربعين العدد 8 في خانته الثانية والأربعين. ومن هذا نعرف أنه يستحيل أن يكون في عبارتنا العدد 8 في خانته الثانية والأربعين. ولكن هل يجب أن يكون عددنا 9 أو 6 في هذه الخانة؟ دعونا نكن دقيقين.

يُعرَّف العدد الحقيقي بين 0 و 1 بكون خانته الـ نـ هي 9 ناقص الخانة الـ نـ من العبارة الرتشاردية الـ نـ.

أي أنه إذا كانت الخانة 5، فسوف تصف هذه العبارة 4، وإذا كانت 8 سوف تصف 1. وإذا كانت الخانة 9، سوف تصف هذه العبارة 0 ما. هذه عبارة سليمة تصف بدقة عددًا بين 0 و1، لكنها تختلف عن كل عبارة مفردة من العبارات الرتشاردية. إنها تصف عددًا إذا وفقط إذا كانت لا تصف عددًا؟ فما الذي يجب علينا القيام به[1]؟

يمكن اعتبار هاتين المفارقتين الأخيرتين ضمن مفارقات الإحالة الذاتية. بمعنى ما، يمكن إيجازهما باستخدام الوصفين التاليين:

- «العبارة البيرية التي تختلف عن كل العبارات البيرية»
- «العبارة الرتشاردية التي تختلف عن كل العبارات الرتشاردية»

من هذا المنظور، المفارقتان ببساطة نماذج أخرى لمفارقة الكاذب. الإحالات الذاتية غامرة وينبغي علينا توخي الحذر في استخدامها.

---

(1) سوف تُفهم مفارقة رتشارد بشكل أفضل بكثير بعد قراءة الجزء 4.3.

قراءات إضافية

يمكن العثور على الكثير من المفارقات في مواضع مثل *Quine* (1966)، *Hofstadter* (1979، 2007)، *Barrow* (1999)، و*Poundstone* (1989). أيضًا فإن *Sorenson* (2003) مقدمة واضحة للمفارقات كتبت بطريقة جيدة. ويغطي الفصل 5 من *Sainsbury* (2007) مفارقة الكاذب وصورًا من الإحالة الذاتية، فيما يعرض الفصل 3 من *Paulos* (1980) صورة دعابية لمفارقات الإحالة الذاتية. أما مفارقة يابلو فتجدها في *Yablo* (1993).

وهناك نسخة صورية من مفارقات الإحالة الذاتية يمكن العثور عليها في *Yanofsky* (2003)، وهي مشتقة من *Lawvere* (1969).

3 استعصاءات فلسفية

فضلًا عن ذلك، على الرغم من أنه يبدو أن هذه الآراء تلزم منطقيًا في نقاش جدلي، يظهر أن الاعتقاد فيها، حين نأخذ في اعتبارنا الحقائق، أقرب ما يكون إلى الجنون. فالحال أنه ليس هناك معتوه يتخطى حدود العقل بهذا الشكل.

- أرسطو (384-322 ق.م.)، في النشوء والفساد (*On Generation and Corruption*) (15 a 32)

كلهم معتوهون، لكن من يستطيع تحليل أوهامه يسمى فيلسوفًا.

- أمبروز بيرس، أعمال أمبروز بيرس الكاملة (*The Collected Works of Ambrose Bierce*)

يتوقف الأمر على ما تعنيه كلمة «يكون».

- وليام جيفرسون كلنتون

قبل أن يتولى العلماء الحديثون مهمة تقصي أرسان العقل بزمن طويل، كان الفلاسفة يحللون تعقيدات عالمنا ومعرفتنا. في هذا الفصل أعاين بعض الجوانب الفلسفية القديمة والحديثة لقيود العقل.

أبدأ في الجزء 3.1 بنقاش بعض المسائل الأساسية المتعلقة بالمواضيع العينية والمجردة وأسلوبنا في تعريفها. وفي الجزء 3.2 أحلّل طبيعة المكان والزمان والحركة نفسها باستخدام بعض مفارقات زينون، وأختتم بنقاش قصير لمفارقات الترحل عبر الزمان. الجزء 3.3 معني بالغموض، في حين يركز الجزء 3.4 على فكرة المعرفة والحصول على معلومات. وكل هذه الأجزاء مستقلة عن بعضها البعض وعن سائر الفصول، بما يسمح بقراءتها بأي ترتيب.

3.1 سفن، وأناس، وأشياء أخَر

في اليونان القديمة، كان هناك ملك أسطوري اسمه ثيسيوس يُفترض أنه مؤسس مدينة أثينا. ولأنه شارك في العديد من المعارك البحرية، خلّد

اليونانيون ذكراه بأن احتفظوا بسفينته في الميناء[1]. وقد بقيت «سفينة ثيسيوس» هذه مئات السنين، لكن العطب، بفعل الزمن، أصاب بعض ألواحها. وللحفاظ على شكلها، كانت ألواح جديدة من المادة نفسها تستبدل بالألواح المعطوبة. وهنا يثار السؤال المحوري: إذا استبدلتَ لوحًا من الألواح، هل تظل السفينة هي سفينة ثيسيوس نفسها؟ السؤال عن السفينة الأسطورية هو الصورة المثالية لواحدة من أكثر المسائل أهمية في كل الفلسفة، مسألة الهوية. ما الشيء المادّي؟ وكيف يتسنى للشيء أن يظل هو هو حتى بعد أن يطرأ عليه التغير؟ ومتى يصبح الشيء مختلفًا؟ وحين نقول عن شيء بعينه «إنه تغير»، على أي شيء يحيل الضمير؟

ما الذي يحدث حين تستبدل لوحين من ألواح السفينة؟ هل سيجعلها هذا سفينة أقلّ بطريقة ما من السفينة الأصلية لو أنك استبدلت لوحًا واحدًا فحسب؟ ماذا لو كانت السفينة تتألف من مئة لوح واستبدلت تسعة وأربعين لوحًا منها؟ وماذا عن استبدال واحد وخمسين لوحًا؟ وماذا عن استبدال تسعة وتسعين لوحًا؟ هل تكفي اللوحة الوحيدة الباقية في قاع السفينة للحفاظ على الوضع المكين الأصلي للسفينة؟ وماذا لو استبدلت كل الألواح؟ وهل إذا تمت عملية الاستبدال بشكل تدريجي سوف تظل السفينة تحتفظ بمنزلتها بوصفها سفينة ثيسيوس؟ وما كيفية التدريج التي يلزم أن تكون عليه هذه العملية؟

لن نحاول الإجابة عن هذه الأسئلة لأنه، ببساطة، ليست هناك أجوبة موضوعية صحيحة. البعض يرى أن لوحًا واحدًا يغيّر السفينة بحيث لا تعود سفينة ثيسيوس. آخرون يزعمون أنه ما دام هناك لوح واحد على الأقل من السفينة الأصلية، فإنها تظل هي السفينة الأصلية. وهناك أيضًا من يرى أن السفينة المتغيرة تظل دائمًا هي السفينة الأصلية نفسها لأنه لها صورة الأصل. لا واحد من هذه المواقف المختلفة خاطئ. غير أنه ليس هناك مبرر لقول إن أيًا منها صحيح.

دعونا نواصل طرح المزيد من الأسئلة حول سفينتنا المشتبه في هويتها. ما الذي يحدث لو أننا استبدلنا ألواحًا بلاستية حديثة بالألواح الخشبية القديمة؟ في هذه الحالة، وبتغير المزيد من الألواح، سوف تكون السفينة مصنوعة من مادة مختلفة عن السفينة الأصلية. وما الذي يحدث لو أن

(1) وعلى نحو مماثل، احتُفظ بسفينة البحرية الأمريكية الشهيرة USS في ميناء بوسطن لما يقرب من 200 سنة، واحتُفظ بمقدمتها في ميناء مدينة نيويورك.

الأشخاص الذين يقومون بعملية الاستبدال ارتكبوا أخطاء في وضع الألواح الجديدة بحيث اتخذت السفينة صورة مختلفة بعض الشيء؟ وهل تحدث هوية من يقومون بعمليات الاستبدال فرقًا – أي ما إذا كانت تقوم بها جماعة أو أخرى من العمال؟ إذا كان يفترض أن يحافَظ على السفينة لمئات السنين، فلا ريب أن جماعات كثيرة مختلفة سوف تقوم بهذه العمليات. وماذا لو أحدثنا تغييرات كثيرة على السفينة بحيث لم يعد بمقدورها أن تطفو على سطح البحر؟ هل لنا أن نسميها سفينة العظيم ثيسيوس إذا لم تعد قادرة على تأدية الوظيفة التي كانت السفينة الأصل تؤديها؟[1]

نستطيع الاستمرار إلى الأبد في طرح مثل هذه الأسئلة. غير أني سوف أكبح جماح نفسي وأقتصر على سيناريو واحد. تخيّل أنه في كل مرة يستبدل فيها لوح من الألواح، تجمع الألواح القديمة بدلًا من إيداعها في مخزن الخردة، ثم تشيَّد منها سفينة تشبه تمامًا السفينة القديمة بألواح وضعت في مكانها الأصلي. أي السفينتين لديها الحق في وصف نفسها بأنها سفينة ثيسيوس؛ السفينة ذات الألواح المستبدلة، أم السفينة المشيدة من الألواح القديمة؟

ثمة إجابة شائعة لبعض من هذه الأسئلة مؤداها أن السفينة تظل هي نفسها لأن التغيرات حدثت بشكل تدريجي. غير أنه لا يتضح لماذا يلزم أن يكون الأمر على هذه الشاكلة. ما كيفية عملية التدرج التي يلزم أن تكون عليها التغيرات كي تحتفظ السفينة الأصلية بمنزلتها؟ وهل هناك حدّ سرعة أدنى للتغيرات؟ ولكي نضع سؤال «التدرج» في منظور مناسب، اعتبر فأس واشنطون. هناك متحف رغب في الاحتفاظ بفأس الأب المؤسس للولايات المتحدة. يتألف الفأس من جزأين: مقبض ونصل. بمرور الوقت، نخر السوس في مقبضه الخشبي، وأصيب نصله بالصدأ، وعند الحاجة، كان كل جزء يغيَّر. بعد سنوات، استُبدل النصل أربع مرات والمقبض ثلاث مرات. هل يظل فأس واشنطون؟ لاحظ أنه لا سؤال هنا عن كون عملية التغيير تدريجية، ففي كل مرة يحدث فيها تغيير، تُستبدل نصفُ أجزاء الفأس.

غير أن نقاشنا لا يقتصر على السفن والفؤوس. الشجرة خصبة خضراء في الصيف، جرداء بنيّة في الشتاء. الجبال تعلو وتنخفض. السيارات والحواسيب يعاد تصنيعها. كل شيء مادّي يتغير بمرور الزمن. وهذا هو

---

(1) يفترض أرسطو أن هناك أربع «علل» أساسية للأشياء: العلة المادّية (ما صنع منه الشيء)، والعلة الصورية (شكله)، والعلة الفاعلة (من/ما قام به)، والعلة النهائية (غايته). كل واحدة من هذه العلل تفسّر بطريقة ما ما يكونه هذا الشيء. في هذه الفقرة، بينت أننا نستطيع أن نحدث تغييرا في كل «علل» سفينة ثيسيوس. ولكن على الرغم من هذه التغييرات، يظل كثيرون يرون أن السفينة لم تتغير.

مفاد شعار هرقليطس الشهير؛ أنك لا تستطيع أن تنزل في النهر مرتين. حسب هرقليطس، يتغيّر النهر في كل لحظة.

وليست الأشياء المادّية وحدها التي يطرأ عليها التغيير. الأعمال، والمؤسسات، والمنظمات هي الأخرى كينونات دينامية تتغير وتتطور باستمرار. لم يكن «بنك بارنغ» موجودًا من عام 1762 حتى عام 1995. وفي تلك الفترة تغيّر جميع الملاك والعملاء. فريق بروكلن دودجرز تأسس عام 1883، ومنذ ذلك الحين تغيّر لاعبوه، ومديروه، وملاكه، ومشجعوه. ما الذي بقي على حاله من فريق البيسبول هذا؟ بعد أن خان لاعبوه بقلوب قاسية موقع رؤوسهم، لم يعد في وسعهم الزعم بأنهم لعبوا في المدينة التي سبق لهم اللعب فيها. في الجامعة، يتغير الطلاب كل أربع سنوات، وحتى الأساتذة يتغيرون بمرور الزمن. السكرتيرات الأثيرات هنّ قلب الجامعة وروحها الحقيقية. ولكن، واحسرتاه، حتى هنّ يتغيرن. الأحزاب السياسية ليست محصنة هي الأخرى ضد التغيير. لقد تأسس الحزب الديمقراطي في تسعينيات القرن الثامن عشر كي يغلّب مصالح الولايات على المصالح الفيدرالية، وهذا عكس سياستهم العامة الراهنة. لا شيء يبقى على حاله!

ونحن لا نتحدث عن التغير فحسب، بل نناقش ما يعنيه أن يكون شيء ما هو هذا الشيء الـ ما. بالنسبة لمؤسسة ما، ما معنى أن تكون هي هذه المؤسسة؟ حين نقول إن شيئًا ما يتغيّر، فإننا نعني أنه كان يحوز خاصية ما قبل تغيّره ولم يعد يحوزها بعده. في البداية كانت لدى سفينة ثيسيوس ألواح لمسها ثيسيوس بنفسه، وفي النهاية كانت هناك ألواح لم يلمسها. هذا تغيّر في خصائص السفينة. سؤالنا الأساسي هو: ما الخصائص الجوهرية التي تختص بها سفينة ثيسبوس؟ وقد بيّنا أنه ليست هناك إجابة واضحة عن هذا السؤال.

يصبح هذا النقاش أكثر إثارة حين نتوقف عن الحديث عن سفن قديمة ونشرع في الحديث عن كائنات بشرية. كل شخص يتغير بمرور الزمن. إننا نكبر ونتقدم في السن. ما الخصائص المشتركة بين طفل عمره ثلاث سنوات وبينه حين بلغ الثالثة والثمانين؟ تسمى هذه المسائل الفلسفية بـ مسائل الهوية الشخصية. ما الصفات التي تكوّن كائنًا بشريًا بعينه؟ لم نعد الشخص نفسه الذي كنّاه منذ عدة سنوات؛ فلماذا نظل نُعتبر الشخص نفسه؟

عادة ما ينتمي الفلاسفة في موقفهم من هذه المسألة إلى عدّة معسكرات. ويناصر بعض المفكرين فكرة أن الشخص في الأساس هو جسده. لكلّ

منا جسد مختلف ويمكن أن نقول إن كل شخص يتماهى مع جسده. وبالمصادرة على أن الكائن البشري هو جسده، نصبح عرضة للمسائل العصيّة التي واجهنا مع سفينة ثيسبوس والأشياء المادّية. أجسادنا في حال تغيّر مستمر. الخلايا القديمة تموت وخلايا جديدة تولد باستمرار. الراهن أن معظم خلايا الجسد البشري تتغير كل سبع سنوات. ومن شأن هذا أن يثير مئات الأسئلة التي عني بها الفلاسفة عبر القرون. لماذا يجب أن يبقى المرء في السجن بعد سبع سنوات؟ ففي النهاية لم يقم «هو» بارتكاب الجريمة، بل ارتكبها شخص آخر. هل ينبغي أن يمتلك المرء أي شيء بعد سبع سنوات؟ الشخص السابق هو من اشتراها؛ فبأي معنى يكون الشخص هو نفسه بعد أن بُتر أحد أطرافه. كتّاب الخيال العلمي بارعون في نقاش مسائل مربكة على شاكلة الاستنساخ، ونقل الأدمغة، والتوائم المتماثلين، والتوائم الملتصقين، ومواضيع مثيرة أخرى تتعلق بفكرة كون الشخص هو جسده. حين تنقسم الأميبيا، أي القسمين هو الأصل، وأيهما الفرع؟ حين يفقد جسد خلايا فإنه يفقد ذرات، وقد تنتمي هذه الذرات الآخرين. وعلى نحو مشابه، يمكن لذرات آخرين أن تصبح جزءًا من جسدك. وماذا عن الموت؟ عادة ما نعتقد أن الميّت لم يعد موجودًا، على الرغم من أن جسده يظل باقيًا. أحيانًا نقول «إنه مدفون هنا»، كما لو أن ما يحيل عليه الضمير يظل شخصًا. وأحيانًا نقول «دفن جسده هناك»، كما لو أن هناك فرقًا بين يحيل عليه الضمير وبين جسده. باختصار، المذهب الذي يماهي الكائن البشري مع جسده مذهب مثير للإشكاليات.

وهناك مفكرون آخرون يفضلون قول إن الشخص يتماهى حقيقة مع هيئته الذهنية أو النفسية. ذلك أن الكائنات البشرية ليست ببساطة أجسادها. الشخص ليس مجرد شيء مادّي لأن لديه فكرًا. حسب هؤلاء الفلاسفة، الشخص تيار وعي مستمر -ذكريات ومقاصد وأفكار ورغاب. وهذا يقودنا إلى إثارة أسئلة عصية أخرى: ماذا لو أصيب المرء بفقد ذاكرته؟ هل يظل الشخص نفسه؟ ألا تتغيّر شخصية المرء بمرور الزمن؟ من أنت الحقيقي: الشخص الذي كان مغرمًا بجنون بشخص ما أو الشخص الذي ملّ بعد شهرين من الشخص نفسه؟ حرفيًا يمكن إثارة مئات الأسئلة حول التغيرات التي تطرأ على أفكار الشخص وذكرياته ورغابه. مرة أخرى، أصبح الفلاسفة وكتّاب الخيال العلمي بارعين تمامًا في وصف سيناريوهات مثيرة تشكك في فكرة أن الكائن البشري تيار وعي مستمر من الهيئات الذهنية. هذه سيناريوهات معنية بمرض الزهايمر، وفقد الذاكرة، وتغيّر

الشخصية، وتجارب تقسيم الدماغ، واضطرابات الشخصية المتعددة، والحواسيب كأذهان، وما إلى ذلك. هناك أيضًا أسئلة كثيرة على منوال مسألة الذهن-الجسد. إلى أي حد يستقل الذهن - الذي يميز الكائن البشري - عن الدماغ، الذي يشكل جزءًا من الجسد؟

ومن ضمن التحديات المهمة للموقف الذي يقر أن استمرارية الهيئات الذهنية هي التي تميز الكائن البشري مسألة **تعدي الهوية**. أحوالي الذهنية هي أساسًا أحوالي الذهنية كما كانت من عشر سنوات، وهذا يعني أنني الشخص نفسه الذي كنت منذ عشر سنوات. وهيئاتي الذهنية هي أساسًا هيئاتي الذهنية كما كانت منذ عشر سنوات قبل ذلك، ولهذا فإن الشخص الذي كنته منذ عشر سنوات هو الشخص نفسه الذي كنته منذ عشرين سنة. غير أنني لا أحوز في الوقت الحاضر هيئات ذهنية مشابهة لتلك التي كنت أحوز منذ عشرين سنة. فكيف يتأتى أن أكون الشخص نفسه الذي كنته من عشر سنوات، وذلك الشخص هو الشخص نفسه الذي كنته من عشرين سنة، لكنني لست الشخص نفسه الذي كنته من عشرين سنة؟

غير أن هناك بديلًا آخر مفاده أن لدى كل شخص نفس متفردة تحدد هويته. دعونا نتجنب مسألة تعريف النفس ومسألة وجودها، ونركز على الكيفية التي يجيب بها هذا البديل عن سؤالنا عن الطبيعة الجوهرية للكائن البشري. بافتراض وجود نفس، ما العلاقة بين النفس والجسد؟ ما العلاقة بين النفس وأفعال المرء، وتركيبه النفسي، وشخصيته؟ إذا لم يكن هناك ارتباط، فبأي معنى تتمايز النفوس عن بعضها البعض؟ كيف تستطيع أن تفرّق بين الأنفس إذا لم يكن لديك تأثير على أي جزء منك؟ ما المقصود من النفس في هذه الحالة؟ في المقابل، إذا كان هناك ارتباط، فهل تتغيّر النفس بتغيّر الجسد، أو الأفعال، أو التركيب النفسي، أو الشخصية؟ هل النفس في حال جريان؟ وإذا كانت النفس لا تتغيّر، ألا نعود إلى الأسئلة التي سبق لنا إثارتها: من أنت الحقيقي؟ هل أنت صاحب النفس قبل أن يطرأ عليها التغيّر أو صاحب النفس التي طالها التغير؟

لعل لدى معظم الناس رأي يمثل تنويعة هجينة من كل هذه الأيديولوجيات الثلاثة: الشخص مكوّن من جسد، وذهن، ونفسه. غير أن كل مدارس الفكر إشكالية بطريقة أو أخرى.

افحص الطريقة التي يتعلم بها الناس التعرف على أشياء مختلفة، ويصوغون تعريفات، ويعقدون تمييزات. في البداية يتعرّض الطفل الصغير

لعدد كبير من الإحساسات والمؤثرات، وبتقدمه في السن، يتعلم التعرّف على أشياء في العالم. مثل هذا أنه حين يرى شيئًا فضيًا لامعًا مغطى بمادة لزجة يتحرك في اتجاهه، يتعلم أن أنه تفاح مسلوق وضع في ملعقة وأن عليه أن يفتح فمه. وبتعلّم إدراك أن المثير المادّي المتمثل في شيء فضي مغطى بمادة لزجة تفاح مسلوق، يكون في وسعه التعامل مع الحياة بشكل أفضل. تحتاج الكائنات البشرية إلى تصنيف الأشياء. إننا نتعلم كيف نميّز بين الأشياء كما نتعلم كيف نحدد أنها الشيء نفسه. إننا نتعلم أن الشيء يظل موجودًا حين يغيب عن أنظارنا («ديمومة الأشياء»). وهكذا يتعلم الطفل بعد فترة التعرف على أمه. وبعد أشهر قليلة يتعلم أنه على الرغم من أنها تضع على وجهها مستحضرات تجميلية – وتبدو مختلفة – فإنها تظل الشخص نفسه. وسوف يلزمه تعلّم أن أمه هي نفسها حتى حين تضع عطرًا وتنبعث منها رائحة مختلفة. هنا يتصرف الأطفال الصغار على شاكلة الفلاسفة ويتعلمون كيفية التعامل مع أسئلة مختلفة حول الهوية الشخصية. بهذه المهارات يفرض الأطفال نظامًا وبنى على العالم المركب الذي ولجوه. وقبل إتقان هذه المهارات، يتعرضون لتيار غير قابل للفهم من المثيرات والإحساسات. وبهذه القدرات على التصنيف يتسنى لهم الفهم والشروع في التحكم في بيئتهم. لو فشلوا في تعلم مهارات التصنيف، لأعيت كواهلهم أحمال المؤثرات الخارجية وعجزوا عن التعامل مع محيطهم.

وبقدر كاف من البراعة يتعلم الطفل أيضًا تصنيف كينونات مجردة. قد يتعلم مثلًا ما تعنيه الأسرة، وأن أمه عضو في أسرة. أبوه وأخوته وأخواته يشكلون بدورهم جزءًا من الأسرة. ماذا عن أبناء عمّه وخاله؟ وماذا عن أحفاد عمّه وخاله؟ هؤلاء غامضون بعض الشيء. أحيانًا يعتبرون جزءًا من الأسرة، وأحيانًا لا يعتبرون جزءًا منها. يجب على الطفل أن يعرف من ينتمي إلى أسرته ومن لا ينتمي إليها. وبتقدم السن به، يتعلم حتى تصنيف كينونات مجردة مثل الأعداد والأحزاب السياسية.

لكن الأطفال لا يتعلمون فحسب تصنيف الأشياء والناس، بل يتعلمون أيضًا تسميتها. إنهم يدركون أننا نعيش في مجتمع مع مصنِّفين آخرين، وأن التواصل مع هؤلاء الأشخاص الذين استحوذ عليهم هاجس التنصيف يستدعي التأسي بهم في تسمية الأشياء. في البداية يسمّون المثيرات الخارجية بأسماء يختلقونها. وبتطور مهارات التواصل يتعلمون نسيان هذه الأسماء ويشرعون في استخدام تسميات الآخرين. إنهم يسمون المادة اللزجة «تفاح

مسلوق»، ويتعلمون تسمية المرأة التي ترعاهم «ماما»، بصرف النظر عما إذا كانت تضع مساحيق تجميلية. وباستخدام الأسماء التي يستخدمها الآخرون يبيّن الأطفال لمجتمعهم أنهم يمتثلون لنظام التصنيف السائد وأن عملياتهم الذهنية شبيهة لعمليات الآخرين الذهنية. آنذاك يكافئهم المجتمع بإغداق محبته عليهم وتأمين الحماية التي يحتاجون.

مؤدى الفكرة هو أن التصنيف والتسمية مهارات نتعلمها. الأطفال لا يتعلمون تعريفات دقيقة للأشياء لأن مثل هذه التعريفات لا تُعرض عليهم أبدًا. إنهم يتعلمون تصنيف مثيرات مادّية وتسميتها. بعض الأفكار دقيقة وثابتة. مفهوم العدد 4 دقيق ولديه تعريف واضح. القسم الأول من هذا الجزء يبين أنه حتى الأشياء المادّية ليست لديها تعريفات دقيقة.

بتذكّر هذا، يمكننا نقاش العديد من الأسئلة التي أثيرت في بداية الجزء. هل سفينة ثيسيوس هي نفسها بعد استبدال لوح من ألواحها؟ الإجابة المناسبة هي أن تعريفنا للسفينة ليس واضحًا بما يكفي لتأمين إجابة عن هذا السؤال. **ليس هناك تعريف دقيق لسفينة ثيسيوس**. ليس لدينا سوى ما تعلمنا: المثير الذي عُلّمنا ربطه بالسفينة.

الحال أن سفينة ثيسيوس لا توجد حقيقة بوصفها سفينة ثيسيوس. ليس هناك تعريف دقيق لما تعنيه سفينة ثيسيوس. إنها توجد بوصفها تشكيلة من الإحساسات وليس بوصفها شيئًا. صحيح أنك إذا ركلتها سوف تشعر بألم في أصابع قدمك، وإذا نظرت إليها سوف ترى خشبًا بنيًا، وإذا لحستها سوف تتذوق طعم خشب قديم وماء مالح. لكن كل هذه مجرد إحساسات تعلّمت ربطها بشيء نسميه «سفينة ثيسيوس»، والكائنات البشرية تجمّع هذه الإحساسات وتشكل سفينة ثيسيوس. وبطبيعة الحال فإن السفينة موجودة بوصفها ذرات. لكنها مصنوعة من الذرات بوصفها ذرات[1]. الذرات لا توسم بوصفها ذرات السفينة، فنحن الذين نصنع من هذه الذرات كينونة كلية تسمى سفينة. ونحن أيضًا من يميّز هذه السفينة بوصفها شيئًا ينتمي إلى الجنرال الأسطوري ثيسيوس. لقد ذكر القسم الأول من هذا الجزء عديد الأمثلة التي تبين كيف أن السفينة قد تفقد وتغير بعض الذرات وتظل السفينة نفسها. الأمر كله في أذهاننا. نحن محظوظون لعيشنا مع آخرين تعلموا استخدام الأسماء نفسها في الإشارة إلى المثيرات الخارجية التي تحدث بشكل

(1) غير أننا نستطيع أن نجري التحليل نفسه على الذرات. هل تظل ذرة الكربون ذرة كربون حين تشكل اتحادًا كيميائيًا مع ذرة أخرى؟ حتى الذرات لا توجد بوصفها ذرات.

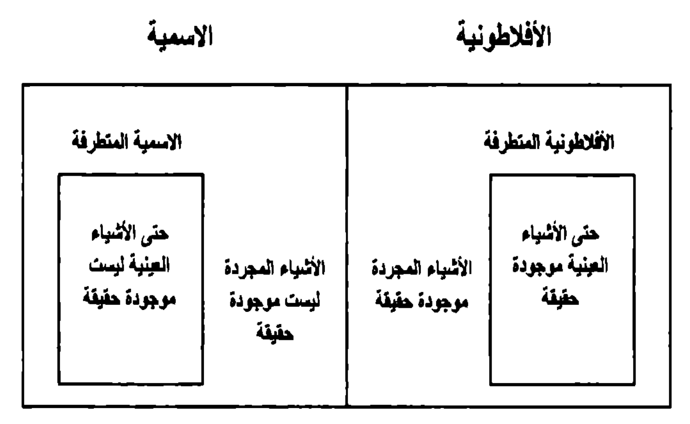
مكرور. وكل منا يسمي هذه المثيرات المتشابهة «سفينة ثيسيوس». ولأننا نتفق جميعًا على عرف التسمية هذا، فإننا لا نرسل بعضنا البعض إلى مستشفيات المجانين. على ذلك، يظل وجود سفينة ثيسيوس وهمًا.

أحيانًا نتعلم تعريفات دقيقة ونستطيع الإجابة عن كل الأسئلة المؤسسة على التعريف. مثل هذا، نتعلم أن القيادة بسرعة تتجاوز 65 ميلًا في الساعة يعني تجاوز الحد المسموح به للسرعة. إذا قاد المرء مركبة بسرعة 67 ميلًا في الساعة، فقد تجاوز هذا الحد؛ وإذا قادها بسرعة 64 ميلًا في الساعة فإنه لم يتجاوزه. نحن واضحون تمامًا في هذا الخصوص. غير أنه لا وجود لتعريفات موضوعية لمعظم الأشياء المادّية.

ويمكن أن يثور نقاش مماثل حول مسائل الإستاطيقا [علم الجمال]. سوف يتفق معظم الناس على أنه ليست هناك إجابات صحيحة حين يتعلق السؤال بالذائقة. ما يكون جميلًا عند شخص ما قد يجده شخص آخر قبيحًا. الجيل الحالي من متذوقي الفن مستعد لإنفاق ملايين الدولارات على أي اسكتش لفنسنت فان غوخ، الذي تعرض للتجاهل في حياته ولم تكن لوحاته تباع حتى بمبالغ زهيدة. أي جيل لديه الرأي الصحيح بخصوص أعمال فان غوخ؟ ليست هناك إجابة لهذا السؤال لأنه ليس هناك شيء اسمه الإستاطيقا الموضوعية. إنها مسألة ذائقة. وعلى نحو مشابه، لا يمكن طرح إجابة محددة للسؤال عما إذا كان استبدال أحد ألواح السفينة يعني تغيير السفينة، لأنه ليست هناك سفينة ثيسيوس موضوعية.

للمرء أن يختلف واثقًا مع ما طرح هنا وأن يزعم أن للأشياء وجودًا واقعيًا خارج الذهن البشري، وأن ما يتعلم الأطفال القيام به هو تصنيف هذه الكينونات وتسميتها. إنهم يتعلمون ربط أسماء الكينونات بمثيرات مادّية. ووفق هذا، يلزم ربط الخشب المعطوب الذي أثّرت فيه عوامل التعرية والذي يبدو كسفينة في ميناء أثينا بـ«سفينة ثيسيوس». ويمكن وصف هذه الأيديولوجيا بـ **الأفلاطونية المتطرفة** (انظر الشكل 3.1). الأفلاطونية الكلاسية هي الاعتقاد في أن للكينونات المجردة وجودًا واقعيًا خارج الذهن البشري. العدد 3 موجود فعلًا، وهناك فكرة دقيقة تحيل على حكومة الولايات المتحدة، كما أن فكرة الكرسي موجودة. غير أن الأفلاطونية الكلاسية لا تتخذ موقفًا من الكينونات المادّية العينية. في المقابل، الأفلاطونية المتطرفة هي الاعتقاد بأنه يوجد بالنسبة لكل شيء مادّي عيني نمط من الكينونات الأفلاطونية المرتبط به. عند من يأخذ بهذا المذهب، توجد فكرة «السفينة

الثيوسيونية» الأفلاطونية، وحين يُطرح سؤال حول تغيّر سفينة ثيسيوس فإن كل ما نحتاج للقيام به هو الاتصال بالفكرة الأفلاطونية ورؤية ما إذا كانت السفينة المتغيرة تظل تستوفي التعريف. تتطلب الأفلاطونية المتطرفة ميتافيزيقا متقدمة إلى حد كبير، وليس في وسعنا أن نقومها كميتافيزيقا من حيث الصحة والبطلان. ولكن، وكما هو الحال مع كل الأفكار الميتافيزيقية، ليس هناك مبرر حقيقي للمصادرة على مثل هذا الوجود[1]. إذا زعمت أن اسم الشيء أو تعريفه نوع من «اللافتات» التي توضع عليه، لنا أن نسأل عن مكان وجود هذا اللقب. فلماذا يختلف الناس بكل هذا الصخب حول لافتة توضع على سفينة ثيسيوس؟



الشكل 3.1: مدارس فلسفية فكرية مختلفة

إنني أحاول في هذا الفصل الترويج لفكرة يمكن وصفها بالاسمية المتطرفة. الموقف الفلسفي الخاص بالاسمية الكلاسية هو الاعتقاد بأن الكينونات المجردة لا وجود فعلي لها خارج الذهن البشري. حسب نصير الاسمية، الأفكار المجردة، مثل العدد 3، وفكرة حكومة الولايات المتحدة، وفكرة الكرسي أو «الكرسية» لا توجد حقيقة خارج أذهان من يناقشوها. هل سبق لك أن قابلت 3 ما؟ هل يمكن أن ترطم إصبع قدمك بـ 3 ما؟ هل يمكنك أن تشير بإصبعك إلى حكومة الولايات المتحدة؟ وحسب نصير الاسمية الكلاسية، جميع هذه الكينونات لا توجد إلا في الذهن البشري. ولأننا تلقينا تعليمًا وبنى اجتماعية متشابهة، نستطيع أن نمزح بخصوص

(1) أثير شفرة أوكام في شكل نقد (متطرف) للأفلاطونية.

هذه الأسماء والمفاهيم مع جيراننا. غير أنه ليس لدى نصير الاسمية الكلاسية موقف من مسألة الكينونات المادّية العينية.

الاسمية المتطرفة تخطو بالاسمية خطوة أخرى. حسب هذه النزعة، حتى الأشياء المادّية توجد بوصفها هذه الأشياء المادّية اسميًا فقط، إذ ليس لها وجود خارج الذهن البشري. أي كرسي بعينه يعد كرسيًا لأننا نسميه كرسيًا، وليس لأنه يختص بخصائص كونه كرسيًا. سفينة ثيسيوس هي ما يسميه الناس سفينة ثيسيوس. ليست هناك تعريفات دقيقة متفق عليها لسفينة ثيسيوس. وفي تقديري، الاسمية المتطرفة صحيحة بسبب حقيقة وجود قدر كبير من الاختلاف حول ما يشكل شيئًا بعينه. لو كانت هناك تعريفات دقيقة، لكان من المفترض أن يعرفها الناس. وهناك سبب آخر للاعتقاد في الاسمية (المتطرفة) مؤداه أن أي صورة من صور الأفلاطونية تتطلب ميتافيزيقا معقدة لا ضرورة لها. لماذا نحتاج إلى افتراض وجود كينونة مجردة أو لـ «لافتة» لكل شيء ماديّ؟ إن مثل هذه الكينونات المجردة لا تؤدي أي وظيفة.

ومن الرؤية التي تطرحها الاسمية المتطرفة يصبح واضحًا أن السبب الذي يفسّر عجزنا عن الإجابة عن سؤال سفينة ثيسيوس أو التغيرات التي تطرأ على الكائنات البشرية لا يتعلق بأي قيود لغوية. إنه لا يرجع إلى عوزنا الكلمات أو التعريفات المناسبة لمثل هذه المفاهيم. كما أنه ليست هناك مسألة إبستيمولوجية - أي عوز في معرفة التعريف الدقيق لسفينة ثيسيوس. أيضًا فإنها ليست مسألة الحصول على معرفة أعمق بسفينة ثيسيوس تتجاوز المثيرات المادّية[1]. إننا نتعامل، بدلاً من كل ذلك، مع مسألة وجود. بالتعبير الفلسفي، هذه مسألة أنطولوجية. ليست هناك حاجة لوجود سفينة ثيسيوس حقيقية.

من المهم أن ندرك أنه بالنسبة للاسمية المتطرفة هناك أشياء مجردة بعينها، مثل العدد 42، تحوز وجودًا أوضح من الأشياء المادّية، مثل السفن. ففي النهاية، نتفق جميعا حول خصائص هذا العدد الكثيرة والمتنوعة. إذا أنقصت من 42 تحصل 41 وليس 42. وهذا يتقابل بشكل صارخ مع إنقاص لوح من ألواح سفينة.

لقد بينتُ أن سفينة ثيسيوس جزء من كون مشكَّل ثقافيًا. وهناك أشياء أخرى في هذا الكون المشكَّل، ومن أمثلتها ميكي ماوس ووحيد القرن. الحال أن عدد من يعرفون عن ميكي ماوس أكبر من عدد من يعرفون عن

(1) ما يسميه كانط *ding an sich* أو الشيء في ذاته.

سفينة ثيسيوس السخيفة. فأرنا الودود يُعرض تقريبًا على كل طفل في العالم، في حين أن الدراية بسفينة ثيوسيوس تقتصر على المتخصصين في الكلاسيات والفلسفة وقراء هذا الكتاب المحظوظين. ثم إنه في وسع المرء أن يذهب إلى عالم ديزني ويرى تمظهرات مادّية لميكي. تستطيع أيضًا أن ترطم إصبع قدمك به (وإن كنت لا أنصح بهذا). في المقابل، لا يستطيع أحد أن يجد أثرًا لسفينة ثيسيوس في ميناء أثينا. وهذا يتركنا مع السؤال الواضح: بأي معنى تعد السفينة أكثر وجودًا من ميكي ماوس؟

يشكك حلّ المسائل المعروضة في هذا الجزء في الرؤية المعتادة للكون. يعتقد معظم الناس أن هناك أشياء بعينها في العالم وأن الأذهان البشرية تسمي هذه الأشياء بأسماء. ما أحاول توضيحه هنا هو أنه لا وجود حقيقيًا لهذه الأشياء. ما يوجد حقيقة هو المؤثرات المادّية، والكائنات البشرية تصنّف وتسمي هذه المؤثرات المختلفة بوصفها أشياء مختلفة. غير أن التصنيف ليس محكمًا دائمًا والغموض سائد[1].

3.2 في صحبة زينون وغودل

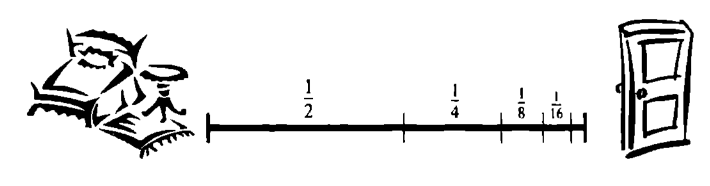
كان زينون الإيلي (حوالي 490-430 ق.م) فيلسوفًا عظيمًا تتلمذ على يد بارمنيدس (بداية القرن الخامس ق.م.). ولأنه كان تلميذًا مخلصًا، روج لأفكار أستاذه وحماها من كل نقد. وكان بارمنيدس قد تبنّى اعتقادًا فلسفيًا وصوفيًا مؤداه أن العالم «واحد» وأن التغير والحركة مجرد أوهام يمكن للمرء بتدريب كاف التخلص منها. ولإثبات أن أفكار بارمنيدس كانت صحيحة، طرح زينون عدة تجارب أو مفارقات تبيّن أنه من غير المنطقي أن يعتقد المرء بالفعل أن العالم «متكثر» وليس «واحدًا»، أو أن التغير والحركة يحدثان حقيقة. سوف أركز في هذا الجزء على أربعة من هذه التجارب الفكرية التي تثبت أن الحركة وهم. ولأن الحركة تحدث ضمن مكان وزمان، فإن مفارقات زينون تشكك أيضًا في أحداسنا بخصوص هذين المفهومين الواضحين.

لسوء الحظ أن معظم أعمال زينون الأصلية ضاعت. الراهن أن درايتنا

(1) يتخطى نقاش فلسفة أينشتاين حدود هذا الكتاب. غير أن بعضا من هذه الأفكار تقوم بدور بارز في الفلسفتين الهندية والصينية الكلاسيتين. قد يقال إن واحدا من المقاصد الرئيسة للتأمل و«محق الذات» هو القدرة على الرؤية ما وراء تصنيفات الأشياء. بدون تصنيفات وأسماء، ليست هناك تمييزات بين المفاهيم والأشياء، وسوف يتخذ الواقع شكل واحدية ووحدة مركزية في التقاليد الصوفية.

بالمفارقات تأتي إلى حد كبير من أناس رغبوا في إثبات أنه كان مخطئًا. وكان أرسطو قد عرض بإيجاز أفكار زينون قبل أن يطرحها أرضًا. ولأن أفكار زينون عُرضت بشكل لم يفِها حقها من الاهتمام، فإن مقاصده الأصلية لم تكن دائمًا واضحة. ولكن هذا يجب ألا يردعنا عن نقاشها، لأن موضع اهتمامنا المحوري ليس ما قاله زينون بالفعل، بل معرفة ما إذا كان هناك خلل في حدسنا ومعرفة الكيفية التي يجب أن يعدَّل بها. وينبغي علينا ألا نستخف بهذه الأفكار، فقد أزعجت الفلاسفة لما يقرب من 2500 سنة. وبصرف النظر عما إذا كان المرء يتفق مع زينون، فإنه لا يستطيع تجاهله.

أول وأسهل مفارقات زينون في الحركة هي مفارقة التنصيف. تخيّل كسولًا حاذقًا يستيقظ في الصباح، ويحاول التحرك من سريره إلى باب غرفته (انظر الشكل 3.2).



الشكل 3.2: مفارقة التنصيف عند زينون

كي يقطع المشوار كاملًا يلزمه أن يصل إلى نصف المشوار. وما إن يصل إليه حتى يلزمه أن يقطع أيضًا ربع المشوار. ومن هناك سوف يكون أمامه ثمن المشوار. في كل نقطة عليه أن يطوي نصف ما بقي من مسافة. يبدو أن الكسول لن يستطيع إطلاقًا الوصول إلى الباب. بتعبير آخر، إذا رغب في الوصول إلى الباب يجب عليه أن يكمل عملية لامتناهية. ولأنه ليس في وسع أحد أن يكمل عملية لامتناهية في قدر متناه من الزمن، فإن الكسول لن يصل إلى الباب أبدًا.

ويمكن أيضًا لكسولنا أن يبرر كسله بالمزيد من الاستدلالات المنطقية. كي يصل الباب، يلزمه أن يقطع نصف المشوار. وكي يقطع نصف المشوار، يلزمه أولًا أن يقطع ربعه، وقبل أن يقطع ربعه يلزمه أن يقطع ثمنه، إلخ... وبالمجمل، ينبغي عليه، قبل أن يتسنى له القيام بأي حركة، أن يقوم بنصفها، ولكي يتحرك إلى أي مكان سوف يحتاج إلى تأدية عدد لامتناه من

العمليات، والعدد اللامتناهي من العمليات يحتاج إلى قدر لامتناه من الزمن؛ ومن لديه وقت كهذا؟ فلماذا ينهض أصلًا من الفراش؟

لا تتعلق مفارقة زينون فحسب بالحركة بل تتعلق أيضًا بأي مهمة يلزم القيام بها. كي تُكمل مهمة، عليك أولًا القيام بنصفها، وتواصل من هناك. وهذا لا يثبت فحسب أن الحركة مستحيلة، بل يثبت أيضًا أن تأدية أي مهمة، بل حدوث أي تغيير، ضمن وقت محدود، شيء مناف للعقل.

ما الذي يجب علينا القيام به إزاء أحجية زينون الفكرية الصغيرة هذه؟ ففي النهاية نُكمل رحلتنا في قدر متناه من الزمن، وحين ننهض من أسرّتنا في الصباح نؤدي بعض المهام. وحسب صياغة هذا الكتاب، تتخذ مفارقة زينون صورة برهان الخلف. إننا نفترض شيئًا (خاطئًا) ونخلص منطقيًا إلى تناقض أو كذب واضح. نخلص إلى نتيجة تقر أنه ليست هناك حركة ولا تغير، في حين أننا نرى الحركة والتغير بالفعل في كل وقت. فما افتراضنا الخاطئ على وجه الضبط؟

قد يجادل عالم رياضيات بأنه لا إشكال في تأدية مهمة لامتناهية. انظر إلى المجموع اللامتناهي التالي:

1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ...

سوف يقول المبتدئ إن النقاط تعني أن الجمع سوف يستمر إلى الأبد، ولهذا فإن المجموع الكلي سوف يكون لامتناهيًا. لكن المجموع الكلي هو العدد المتناهي الجميل[1] 1.

وهناك أسلوب هندسي ثنائي الأبعاد لطيف يثبت أن هذا المجموع يساوي

(1) هذه في واقع الحال واحدة من أبسط المبرهنات التي يمكن إثباتها وهي جديرة بأن تمضي دقيقة في البرهنة بالفعل عليها. دعونا نقل إننا لا نعرف ما يكونه المجموع ولنسمه ســ:

ســ = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ...

مرة أخرى، نحن لا نعرف ما تكونه ســ. ولكننا بتسميته نستطيع التعامل معه. اعتبر 1/2 ســ. بخاصية التوزيع الحسابية نعرف أن

1/2 (بـ + تـ + جـ) = 1/2 بـ + 1/2 تـ + 1/2 جـ.

لا يصدق هذا فحسب على الأعداد الثلاثة، بل يصدق على عدد لامتناه من الأعداد. ولهذا فإن لدينا

1/2 ســ = (1/2) 1/2 + (1/2) 1/4 + (1/2) 1/8 + (1/2) 1/16 + ... = 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ...

وبإنقاص 1/2 ســ من ســ نحصل على

ســ - 1/2 ســ = 1/2 ســ

أو

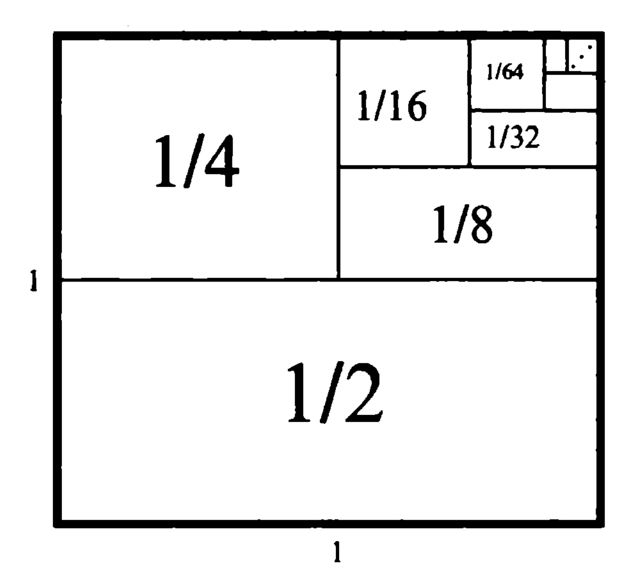
ســ - 1/2 ســ = (1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + ...) - (1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ...) = 1/2.

وهذا يعطينا

1/2 ســ = 1/2

أو ســ = 1. وبذا نكون انتهينا.

1. اعتبر مربعًا طول ضلعه 1، كما في الشكل 3.3.



الشكل 3.3: مجموع لامتناه ثنائي الأبعاد

يمكنك أن ترى أن هذا المربع مكوّن من نصف المربع زائدًا ربع المربع زائدًا ثمن المربع... كل جزء باق يمكن أن يقسّم إلى جزأين. ويتضح أن مساحة المربع كاملا هي 1.

غير أن عالِم الرياضيات سوف يكون مضللًا بعض الشيء إذا زعم أن هذا يحل مفارقة زينون المتعلقة بتأدية عملية لامتناهية في قدر متناه من الزمن. ففي النهاية، لا يضيف عالم الرياضيات كل حد من الحدود اللامتناهية إلى مجموع في حالة تشكل، بل يقتصر على عرض بضعة حدود ثم يشير باستخدام نقاط إلى أن هناك عددًا لامتناهيًا من الحدود. إنه يمارس حيلة تبين ما يكون مجموع كل منها إذا قام بجمعها. ولو كان على المرء أن يجلس ويضيف بالفعل عددًا لامتناهيًا من الحدود، لاستغرق منه الأمر قدرًا لامتناهيًا من الزمن.

أفضل من هذا الحلّ أن نقول إن الإشكال في استدلال زينون هو أنه افترض أن المكان متصل. هذا يعني أن المكان يبدو مثل خط الأعداد الطبيعية

وقابل للقسمة إلى ما لانهاية – أنه بين أي نقطتين ثمة عدد لامتناه من النقاط. لن يتسنى وصف مفارقة التنصيف إلا بالمصادرة على هذا الافتراض. في المقابل، تخيّل أننا نشاهد الكسول يذهب إلى الباب على شاشة تليفزيون من النوع القديم مؤلف من ملايين من البكسلات الصغيرة [التي تؤلف الصورة المرئية]. أثناء تحركه يعبر بكسلات. إنه يعبر نصف البكسلات ثم يعبر ربع ما تبقى من البكسلات. في النهاية يكون كسول التليفزيون على بعد بكسل واحد من التليفزيون ثم يصل إلى الباب. ليس هناك نصف بكسلات يلزمه عبورها. البكسل إما يُعبَر أو لا يُعبَر. في شاشة التليفزيون لا إشكال في وصول الكسول إلى نهاية مطافه ومفارقة زينون تتلاشى تمامًا. لعلنا نستطيع قول الشيء نفسه عن العالم الواقع. لعل المكان مؤلف من نقاط منفصلة، كل نقطة منعزلة عن جارتها، وهناك بين كل نقطتين عدد متناه على الأكثر من النقاط. في هذه الحالة لن تقلقنا مفارقة التنصيف. إذا افترضنا مثل هذا المكان بنقاطه المنفصلة، نستطيع أن نفهم لماذا استطاع الكسول الوصول إلى الباب: لم يكن أمامه سوى عدد متناه من النقاط التي كان يلزمه عبورها. في نقطة ما، لم يعد بالمقدور تقسيم المسافات إلى اثنين. تتحرك الأشياء في هذا النوع من المكان بالانتقال من نقطة منعزلة إلى النقطة التالية دون المرور بينهما.

بلغة الفصل الأول، لنا أن نقول إن هذه مفارقة لأننا نفترض أن المكان متصل.

المكان متصل ← الحركة مستحيلة.

ولأن هناك يقينًا حركة في هذا العالم، وافتراضنا يقود إلى زعم كاذب، نخلص إلى أن المكان ليس متصلًا. المكان منفصل، أو موزع إلى «ذرات مكان» صغيرة.

مثل أفكار المكان المنفصل هذه مألوفة لمن يدرس ميكانيكا الكم[1]. يناقش علماء الفيزياء شيئًا يسمى طول بلانك، الذي يساوي 1.6161×10^{35} مترًا. ما هو أقل طولًا لا يمكن قياسه. إلى حد ما، لا شيء أصغر يمكن أن يوجد. ويؤكد لنا علماء الفيزياء أن الأشياء تنتقل من طول بلانك إلى طول بلانك آخر. في كيمياء المدرسة الثانوية تعلّمنا أن الإلكترونات تسبح في صدفات حول أنوية الذرات. حين تضاف طاقة إلى ذرة، تُحدث الإلكترونات «قفزة كمومية» من صدفة إلى أخرى، دون أن تعبر بين الصدفات. لعل كسولنا يقوم بمثل هذه القفزات الكمومية بحيث يتسنى له في النهاية الوصول إلى الباب.

(1) سوف نقابل ونشرح بعض هذه المفاهيم في الجزء 7.2

دعونا نعتبر ثانية الشكل 3.3. المربع مقسم إلى ما لا نهاية، كما هو موضح. لكن هذا ليس ممكنًا إلا إذا اعتبرنا المربع موضوعًا رياضيًا. في الرياضيات كل عدد حقيقي يمثل مسافة قابل لأن يقسم إلى اثنين، ولهذا يكون في مقدورنا إجراء عملية التقسيم إلى ما لا نهاية. في المقابل، دعونا نفكر في المربع كقطعة من الورق. نستطيع أن نبدأ بتقسيم الورقة إلى قطع أصغر وأصغر باستخدام مقاصّ أصغر وأصغر. سوف ينجح هذا لفترة، لكننا سوف نصل في النهاية إلى مستوى ذري يستحيل فيه الاستمرار في عملية التقسيم. يصدق هذا على أي شيء مادّي مصنوع من ذرات. سوف نضطر إلى استنتاج أن المربع المصور في شكل 3.3 ليس نموذجًا جيدًا للفيزياء المرتبطة بالمربع الورقي. يمكن تقسيم الأعداد الحقيقية إلى ما لا نهاية، لكنه لا يمكن تقسيم الورقة إلى ما لا نهاية. ما يفرض علينا زينون القيام به هو السؤال عما إذا كان المكان (الذي لا يتألف من ذرات) قابل للقسمة إلى ما لا نهاية. إذا كان كذلك، فإن الكسول لن يصل إلى مبتغاه. وإذا لم يكن كذلك، محتم أن تكون هناك «ذرات مكانية» منفصلة، ورياضيات الأعداد الحقيقية المتصلة ليست النموذج المناسب للمكان[1].

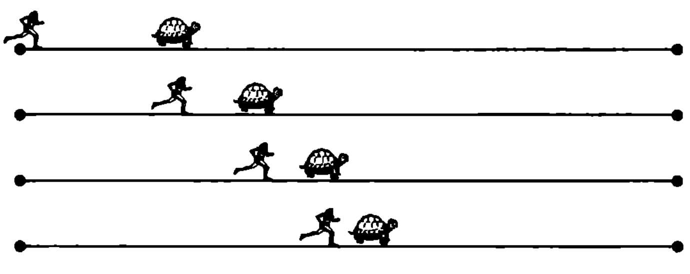
غير أننا لا نستطيع الإمساك عن اتخاذ موقف جاد بخصوص ما إذا كان المكان منفصلًا أو متصلًا. ولا ريب في أن العالم لا يبدو منفصلًا. إننا نشعر بأن الحركة متصلة. وكثير من الفيزياء الرياضية مؤسس على حساب التفاضل والتكامل، الذي يفترض أن العالم الواقعي يقبل القسمة إلى ما لا نهاية. خارج نطاق نظرية الكم وزينون، تشكل الأعداد الحقيقية المتصلة نموذجًا جيدًا للعالم المادّي. إننا نصنع الصواريخ ونشيّد الجسور باستخدام رياضيات تفترض أن العالم متصل. فدعونا لا نتعجل في التخلي عن هذا الافتراض[2].

مفارقة زينون الثانية هي حكاية آخيل والسلحفاة. آخيل هو التنويعة اليونانية القديمة من «الومضة» (The Flash)، شخصية د.سي. الكوميدية (D.C. Comics) الحديثة، وهي أسرع عدّاء في مدينته. آخيل هو الآخر أسرع عداء في مدينته. في أحد الأيام كان عليه أن يسابق سلحفاة بطيئة. ولكي يجعل السباق أكثر إثارة (ولأن له قلبًا عطوفًا)، سمح للسحلفاة بأن تبدأ من مسافة أبعد من نقطة الانطلاق، كما هو مبيّن في

(1) كتب أرسطو يقول: «إلى جانب هذا، محتّم أن تتعارض الرؤية التي تقر وجود أجسام ذرية مع العلوم الرياضية، فضلًا عن تعارضها مع الآراء السائدة ومعطيات الإدراك الحسي الظاهرة» (*De Caeto*, 303a21).

(2) إذا افترضنا أن العالم غير مترابط، فإن الرياضيات اللازمة لصناعة صواريخ وتشييد جسور سوف يكون أكثر تركيبًا من حساب التفاضل والتكامل. ولعل حساب التفاضل والتكامل مجرد تقريب للرياضيات الحقيقية التي يجب تشكيلها كي ننمذج العالم غير المترابط الذي نعيش فيه.

السطر الأول من الشكل 3،4.



الشكل 3.4: آخيل يفشل في اللحاق بالسلحفاة

الإشكال هو أن لحاق آخيل بالسلحفاة يَلزمه أولًا بالوصول إلى النقطة التي بدأت منها السلحفاة (كما هو مبيّن في السطر الثاني من الشكل 3،4). وفي تلك النقطة تكون السلحفاة قد قطعت شوطا آخر. مرة أخرى، لحاق آخيل بالسلحفاة يَلزمه أولًا بالوصول إلى النقطة التي وصلت إليها. في كل نقطة يقترب آخيل أكثر وأكثر من السلحفاة المزعجة، لكنه لا يستطيع أبدًا الوصول إليها، ناهيك بالفوز عليها.

مرة أخرى، ثمة مماثلة رياضية مع هذا. نقول في حساب التفاضل والتكامل إن الحدّ 1/س حين تذهب س إلى ما لا نهاية يساوي صفرًا. أي أنه كلما كانت س أكبر، كانت 1/س أقرب إلى الصفر. ولأن اللامتناهي ليس عددًا، لن تصل س إلى ما لا نهاية ولن تصبح 1/س صفرا أبدًا. لكن مفهوم الحدّ يجعل لهذا معنى. وعلى نحو مشابه، المسافة بين آخيل والسلحفاة لن تصبح صفرًا أبدًا لكن حدّ المسافة يصبح بالفعل صفرًا. مرة أخرى، نستطيع أن نجد خللًا في هذه المماثلة. مفهوم الحدّ الرياضي نوع من الحيلة. ذلك أنه ليس هناك عدد متناه تساوي 1/س بالنسبة له صفرًا، ولن يكون هناك زمن يلحق فيه آخيل فعلًا بالسلحفاة.

سوف تتلاشى هذه المفارقة هي الأخرى إذا افترضنا أن المضمار مؤلف مِن نقاط منفصلة. حقيقة أن آخيل أسرع من السلحفاة تعني ببساطة أنه يطوي نقاطًا منفصلة أكثر في الوقت نفسه. ولهذا فإن آخيل سوف يسبق السلحفاة. سوف يحلّ المكان المنفصل المفارقة، ولكن يلزمنا ثانية أن نبدي الحذر. يجب علينا تجنب التخلي عن فكرة المكان المتصل لأن هذا النموذج الرياضي يعمل بنجاح في الفيزياء العامة.

في المفارقة الثالثة، لا يعنى زينون بمسألة إذا كان بالمقدور إكمال الحركة، بل يهاجم فكرة الحركة نفسها. في مفارقة السهم يطلب منا التفكر في سهم يسبح في الهواء. في لحظة زمنية يكون السهم في موضع بعينه. إذا اعتبرنا الزمان سلسلة متصلة من «الآنات» الفاصلة بين «الماضويات» و«المستقبليات»، فإنه بالنسبة لكل «آن» يكون السهم في موضع بعينه. في كل نقطة زمنية يكون السهم في موضع محدد ولا يتحرك. والسؤال هو، متى يتحرك السهم؟ إذا كان لا يتحرك في أي «آن»، فمتى يتحرك؟

يمكن أيضًا حلّ هذه المفارقة إذا جلبنا للمشهد أفكارًا تتعلق بفكرة الانفصال، ولكن بدلًا من قول إن المكان منفصل، نقول هنا إن الزمان منفصل. في كل نقطة زمنية منفصلة ليست هناك حركة. ولكن الزمان يقفز من نقطة منفصلة إلى أخرى وتحدث الحركة في هذه القفزة الفورية. بتعبير آخر، الزمان منفصل وليس متصلًا. ونحن لا نرى هذه القفزات السحرية للسبب نفسه الذي يجعلنا نعتقد أننا نرى حركة متصلة حين نشاهد فيلمًا. الواقع أن الحركة مؤلفة من أطر منفصلة عديدة وليست هناك حركة بينها. ولأن النقاط الزمنية المنفصلة غاية في القرب من بعضها البعض، وغاية في الكثرة، نتوهم أنها متصلة.

تصف هذه المفارقة الاشتقاق التالي:

الزمان متصل ← الحركة مستحيلة.

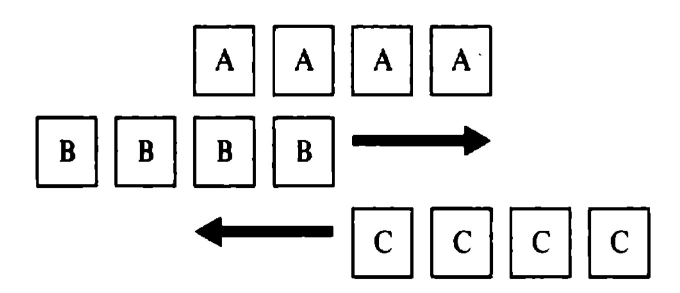
مرة أخرى، لأن إمكان الحركة حقيقة واضحة، نستنتج أن الزمان ليس متصلًا بل منفصلًا.

وهناك أيضًا مماثلة رياضية لهذه المفارقة. اعتبر خط الأعداد الحقيقية على أنه يمثل الزمان. كل نقطة في الخط تناظر «آنا» ما. وليس لدى أي «آن» شمك. في السنة الدراسية التاسعة تعلمنا أن الخط مؤلف من عدد لامتناه من النقاط، وأن طول كل نقطة صفر. ولكن كيف يمكن رسم خط متناه مؤلف من نقاط ليس لدى أي منها شمك؟ صفر ضرب أي شيء يساوي صفرًا. هل كان معلم السنة الدراسية التاسعة يكذب علينا؟ هل ثمة معنى منطقي لخط الأعداد الحقيقية؟ وهل يجب علينا التخلي عنه؟

مرة أخرى، ثمة إشكال في التخلي عن فكرة الزمان المتصل في صالح فكرة الزمان المنفصل. الفيزياء الحديثة والهندسة مؤسستان على حقيقة أن الزمان متصل. في كل هذه المعادلات متغير زمان-متصل يشار إليه عادة

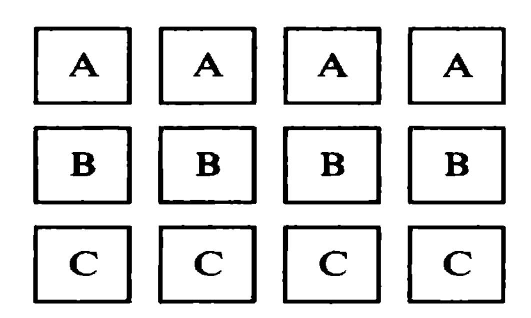
بالحرف تـ. على ذلك فإن فكرة الزمان المتصل، كما بين لنا زينون، ليست منطقية.

المفارقة الرابعة والأخيرة ضد الحركة هي مفارقة الملعب. يطلب منا زينون تخيّل ثلاثة فرقة تتحرك، كما في الشكل 3.5.



الشكل 3.5: موضع ثلاثة الفرق المتحركة البدئي

الفرقة A ساكنة لا تتحرك، فيما تتحرك الفرقتان B وC بالسرعة نفسها في اتجاهين متعاكسين. بعد مرور بعض الوقت، سوف يكون وضع الفرق المتحركة كما هو مبين في الشكل 3.6.



الشكل 3.6: موضع ثلاثة الفرق المتحركة النهائي

لاحظ أن الفرقة المتقدمة B تمر في الفترة الزمنية نفسها بعنصرين في الفرقة A وأربعة عناصر في الفرقة C. ولكن كيف يمكن للفرقة B أن تمرّ بعدد مختلف من عناصر فرقتين متساويتين في الحجم؟ الإجابة

الواضحة، والسبب الذي جعل أرسطو ينكر المفارقة مباشرة، هو أن الفرقة A واقفة في حين أن الفرقة C متحركة. هناك فرق بين السرعة والسرعة النسبية. نحن نألف مثل هذا التمييز حين نقود أو نستقل سيارة ونشعر بالسرعة التي تمرّ بها المنازل مقارنة بسرعة السيارات التي تسير في الاتجاه المعاكس.

ولكن لعله يجب علينا ألا نستخف إلى هذا الحد بتلميذ بارمنيدس المخلص. والواقع أنه لا سبيل للتأكد من مقاصد زينون الأصلية لأن كل ما لدينا نقاش موجز من أرسطو. وقد صادر علماء الفيزياء الحديثون على سيناريو أكثر تطوزا. في المفارقات الثلاثة السابقة رأينا أن مشاكلنا تختفي حين نعتبر كلًا من المكان والزمان منفصلًا أو كموميًا. فدعونا في هذه المفارقة الأخيرة نفترض أيضًا أن كلًا من المكان والزمان منفصل. اعتبر عناصر الفرق المتحركة على أن لديها أصغر أحجام منفصلة ممكنة. في الوقت نفسه، تخيّل أن الفرقة B تتحرك بالسرعة القصوى الممكنة. تحتاج الفرقة إلى لحظتين زمانيتين كي تنتقل من وضع الشكل 3.5 إلى وضع الشكل 3.6. بهذه السرعة يمرّ كل عنصر من عناصر B بصندوق واحد في كل لحظة. هذه أقصر فترة زمنية منفصلة ممكنة لغدو الفرقة أمام عنصرين في الفرقة A. فكيف تستطيع الفرقة B في هذه الفترة الزمنية المنفصلة الأقصر أن تعبر ضعف عناصر الفرقة C؟ هذا يعني أن الفرقة B تمر بالفرقة C بمعدل أسرع. كيف كان هذا ليبدو لعنصر في الفرقة B؟ سوف يبدو له أن عناصر الفرقة C تتخطى بعض الصناديق أو تتجاوز السرعة المسموح بها. إن هذه القراءة لمفارقة الملعب توضح أن افتراض أن المكان والزمان منفصلان إشكالي هو الآخر.

المكان منفصل والزمان منفصل ← زعم كاذب.

يلزمنا إذن أن نستنتج أنه لا المكان منفصل ولا الزمان منفصل.

أي بديل متاح لنا؟ هل المكان والزمان منفصلان أو متصلان؟ من جهة، توجهنا مفارقة الملعب إلى تبني موقف يقول إن كلاهما متصل. ومن جهة أخرى، سوف نتمكن من حلّ المفارقات الثلاث الأولى إذا اعتبرنا كليهما منفصلًا. والإجابة هي أننا بكل بساطة نجهل طبيعة المكان والزمان.

وهذا التعارض شكلٌ مصغّر لمعركة تدور في الفيزياء المعاصرة. أعظم

إنجازين في فيزياء القرن العشرين هما نظرية النسبية وميكانيكا الكم[1]. غير أنهما متعارضتان. ومن بين أهم أسباب هذا التعارض هو أن النظرية النسبية تعتبر المكان والزمان منفصلين، في حين تعتبرهما نظرية الكم متّصلين. في معظم السياقات، وبحسبان أن النظريتين تتعاملان مع مجالات مختلفة، لا إشكال ينتج عن هذا التعارض. غير أنه واضح في ظواهر بعينها، كالثقوب السوداء، التي توصف بأنها «حافة الفضاء». ولأنه لا يصح أن تكون لدينا نظريات فيزيائية متعارضة، فإن هذا يعني أننا لا نعرف القصة النهائية. لا يزال المحلفون يجهلون بنية المكان والزمان.

ولأننا نناقش علاقة المكان والزمان والمنطق، دعونا نتحدث عن مفارقات الترحل عبر الزمان. علينا بداية أن نسأل أنفسنا عما يعنيه الترحل نكوصًا[2] عبر الزمان. ما الذي يعنيه أن أعود إلى «المجلس القاري» الذي عقد في فيلادلفيا عام 1776م، بحيث أشهد التوقيع على «إعلان الاستقلال»؟ لو أني نُقلت بشكل إعجازي إلى هناك وحضرت التوقيع، فإن واقعة وجودي في الغرفة في ذلك اليوم الحار من شهر يوليو تعني أنه لم يكن «المجلس القاري» الأصلي، فأنا لم أكن هناك أثناء انعقاده. لو كان عدد من حضروا «المجلس القاري» الأصلي 150 شخصًا، ونُقلت إلى هناك، لكان عدد الحاضرين 151 شخصًا. لكن الأصل لم يكن كذلك. ثمة فرق أساسي بين ما انتقلت إليه وهذا الأصل. فما الذي انتقلت إليه على وجه الضبط؟ ثمة شيء مؤكد: إنه ليس «المجلس القاري» الذي عقد عام 1776[3]. إن هذه الأحجية تبيّن الكيفية التي يصعب بها استيعاب المفاهيم الأساسية التي ينطوي عليها الترحل عبر الزمان.

ومهما يكن من أمر، دعونا نتخيل للحظة أننا نفهم ما يعنيه الترحل عبر الزمان بالفعل. إذا كان الترحل عبر الزمان ممكن، قد يرجع المترحل في الزمان ويطلق النار على جده العازب، بما يضمن أن المترحل لن يولد أبدًا. ولكن لو أنه لم يولد إطلاقًا، لما كان له أن يطلق النار على جده، ولما كانت هناك مدعاة للقيام بسلوك إجرامي لتحقيق نتائج المفارقة. يكفي للمترحل عبر الزمان أن يضمن ألا يكون لوالديه أي أبناء[4]، أو يمكنه ببساطة أن

(1) يناقشها الفصل 7 بمزيد من التفصيل.

(2) كلنا رحالة زمان: فنحن جميعا نمضي قدما في الزمن.

(3) يجب أن نلاحظ أنه لو كنت قادرا على العودة إلى شيء شبيه بـ «للمجلس القاري»، فإن هذا لن ينجح إلا في إرباكي. من جهتي، أعلم أنني لم أكن في «المجلس» الأصلي، وأنا الآن كنت فيه. غير أن الأمر بالنسبة إلى كل شخص آخر، بحسبان أني غيرت التاريخ بأن كنت هناك، لن يكون غريبًا.

(4) كان هذا موضوعا في فلم 1985 العودة إلى المستقبل (*Back to the Future*).

يرجع في الزمان ويتأكد من أنه لن يدخل في آلة الزمان. سوف تستلزم هذه الأفعال تناقضًا ويستحيل من ثم أن تحدث. يجب على المترحل ألا يطلق النار على جده (بصرف النظر عن الأسباب الأخلاقية) لأنه لو فعل لما كان له أن يوجد أصلًا، ناهيك بأن يترحل عبر الزمان ويطلق النار على جده. ولهذا فإنه بقيامه بفعل ما يضمن استحالة قيامه بهذا الفعل. الحدث يحيل على ذاته. في العادة يؤثر فعل في فعل آخر، لكنه يستحيل أن يكون هناك فعل يؤثر في نفسه. بلغة الفصل 1، ما حاولت تبيانه هو أن

الترحل عبر الزمان ← تناقض.

ولأن الكون لا يسمح بالتناقضات، علينا أن نبحث عن سبيل لتجنب هذه المفارقة. إما أن الترحل عبر الزمان مستحيل، أو أننا، حتى في حال إمكان، لا نستطيع تسبيب تناقض عبر قتل نسخة مبكرة من أنفسنا. أي استحالة يجب علينا تفضيلها؟

تخبرنا نظرية آلبرت أينشتاين في النسبية أن الطريقة المعتادة في تصور العالم تجعل الترحل عبر الزمان مستحيلًا. في عام 1949، قام صديق أينشتاين وجاره في برنستون كرت غودل بعمل إضافي، إذ تمثّل دور عالم الفيزياء وكتب بحثًا حول النظرية النسبية. وقد صاغ غودل أسلوبًا رياضيًا في النظر إلى الكون يجعل من الترحل عبر الزمان ممكنًا. في «كون غودل» هذا، يصعب، وإن لم يستحل، الرجوع في الزمان. وكان غودل، أعظم المناطقة منذ أرسطو، يدرك تمامًا المسائل المنطقية التي يثيرها الترحل عبر الزمان. وقد أخبرنا الرياضي والكاتب ردي بكر عن مقابلة مع غودل سأله فيها عن مفارقات الترحل عبر الزمان. الفقرة المعنية جديرة بنقلها نصًا: «الترحل عبر الزمان ممكن، غير أنه لن يتسنى لأي شخص أن يقتل نفسه الماضية». ضحك غودل ضحكته، ثم خلص إلى أن «القبلي يُغفل إلى حد كبير. المنطق غاية في القوة»[1]. وقد ردّ غودل بأن الكون ببساطة لن يسمح لأي شخص بأن يقتل نفسه. وتمامًا كما أن مفارقة الحلّاق تبين أنه لا سبيل لوجود قرى بعينها تمتثل لقواعد صارمة، فإن العالم المادّي لن يسمح لك بالقيام بفعل يسبب تناقضًا.

يقودنا هذا إلى أسئلة أكثر إزعاجًا. ماذا يحدث لو أن شخصًا رجع في الزمان كي يقتل نسخة مبكرة منه؟ بأي طريقة سوف يقوم الكون بإيقافه؟ ألن تكون لديه حرية اختيار القيام بعمل خسيس كهذا؟ هل ستفشل

(1) Rucker 1982, 168.

البندقية في إطلاق النار؟ وإذا انطلقت الرصاصة وكانت موجهة في الاتجاه الصحيح، هل ستتوقف الرصاصة قبل أن تصل إلى جسمه؟ لا ريب في أن العيش في عالم لا يسمح بالتناقضات محيّر هو الآخر.

3.3 صُلع، وكثبان، وغموض

متى يفقد الرجل ما يكفي من الشعر كي يكون أصلع؟ هل يلزم أن نتمكن من رؤية فروة رأسه؟ ماذا لو كان الشعر طويلًا لكنه خفيف؟ هل يحدث هذا فرقًا؟ ومتى يعد المرء طويلًا؟ وهل ثمة فرق بين «كومة» من الألعاب و«كثيب» من الألعاب؟ هل هذا اللون أحمر أم كستنائي؟ كل هذه الأسئلة مؤسسة على مفاهيم غامضة بعض الشيء. ولا يبدو أن هناك اتفاقًا عامًا حول متى يكون الرجل أصلع، ولا على استخدام حدي طويل وقصير. حتى مصمم الديكور الداخلي قد يواجه صعوبة في التفريق بين الأحمر الداكن والكستنائي. سوف أتقصى في هذا الجزء عنصر الغموض السائد في لغتنا وفكرنا.

العثور على تناقضات من بين سبلنا الأساسية في وصف قيود العقل. وكما أكدت في الفصل 1، ليست هناك تناقضات في الكون المادّي. غير أنه يمكن الوقوع في تناقضات في اللغة والفكر البشريين. الراهن أن لغتنا وفكرنا مترعان بالجمل والاعتقادات المتناقضة. حين نرغب في الاستدلال والحديث عن العالم المادّي يجب علينا التأكد من خلو لغتنا وفكرنا من التناقض. غير أن هناك أوقات نفكر فيها أو نناقش ما يبدو متعلقًا بالعالم المادّي ويظل المعنى الذي نريد غير واضح. يحدث هذا حين يكون هناك غموض. وخلافًا للتناقض، حيث تكون الجملة صادقة وكاذبة، يمكن اعتبار الجملة الغامضة جملة ليست صادقة ولا كاذبة.

يسري الغموض على الكلمات التي لا تعرّف دائمًا بشكل كامل. مثل هذا، يتضح تمامًا أن من يبلغ عمره خمسة أعوام طفل، ويتضح تمامًا أن من يبلغ عمره خمسة وعشرين عامًا ليس طفلًا. ولكن متى يصح لنا قول إن شخصًا ما لم يعد طفلًا؟ ثمة حالات حدية لا يكون فيها المرء طفلًا ولا أكبر سنًا من الأطفال. الألفاظ ذات الحالات الحدية غامضة. ومن بين الألفاظ الأخرى ذوات الحالات الحدية طويل، وذكي، وأحمر. أين ينتهي الأحمر ويبدأ الكستنائي. ماذا عن القرمزي، والأحمر المصفر، والأحمر

الفاتح، والأحمر الداكن، والوردي، والياقوتي، والأرجواني[1]؟

ويجب علينا أن نميّز بين الجمل الغامضة والجمل المشتركة. الجملة المشتركة جملة موضوعها غير محدد. الجملة «جاك أطول من ستة أقدام» جملة مشتركة لأننا لا نعرف أي جاك نتحدث عنه. جاك بكستر أطول من ستة أقدام، وجاك ملر أقصر من ستة أقدام. لكن هذه الجملة ليست غامضة لأن ستة أقدام مقدار محدد بدقة. وبطبيعة الحال يمكن للجملة أن تكون غامضة ومشتركة، كما هو حال «جاك طويل» مثلًا.

ويجب علينا أن نميز أيضًا بين الجمل الغامضة والجمل النسبية. «جاك بكستر ذكي» قد تصدق أو تكذب وفقًا على من يقارن معه. إذا قورن بزملائه في الفصل، قد يكون غاية في الذكاء؛ ولكن فصله قد لا يكون أذكى الفصول. ويمكن تحديد قيم صدق الجملة النسبية بمعاينة سياق الجملة. عن أي شخص نتحدث؟ ولنا تصوّر أن يصف صاحب الترتيب الأول على دفعته في جامعة هارفرد صاحب الترتيب الثاني بالغباء.

وفي حالي الاشتراك والنسبية يوجد عوز في التحديد، أي نقص في المعلومات. وعادة ما تكون الجملة قابلة للفهم بشكل واضح حين تضاف بعض المعلومات. لو نجحنا في تحديد موضوع الجملة المشتركة أو سياق الجملة النسبية، لاستطعنا تحديد ما إذا كانت الجملة صادقة أو كاذبة. في المقابل عادة ما لا تكون الجملة الغامضة قابلة للتوضيح بإضافة المزيد من المعلومات، لأنه ليست هناك معلومات ناقصة يمكن إضافتها. متى يعد المرء أصلع؟ لا جدوى من الإجابة، لأنه ليست هناك إجابة صحيحة.

غير أن الغموض ليس بالضرورة أمرًا سيئًا. أحيانًا يكون الغموض رغيبة. علماء البيولوجيا يستخدمون خصائص غامضة في وصف أنواع مختلفة[2]، وكثير من المحامين يوظّفون من أجل التعامل مع الغموض (وتعتيم الحقائق). الدبلوماسيون غامضون حين يناقشون المعاهدات مع دول أجنبية لأنهم يرغبون في تجنب الوقوع في إشكاليات بسبب كلماتهم. حين تسألك امرأة عما إذا كان لباس بعينه يجعلها تبدو بدينة، قد يكون

(1) حتى كلمة إباحي غامضة. وقد قال عضو المحكمة العليا بوتر ستيوارت إنه لا يستطيع أن يعرّف الصور الإباحية «كني أعرفها حين أراها».

(2) عادة ما نقول إن حيوانين ينتميان إلى النوع نفسه إذا أمكن أن يتزاوجا. غير أن هناك مشكلة أساسية تواجه هذا التعريف: إذ يمكن أن يهجّن الحيوان أ مع الحيوان ب، ما يجعلهما من النوع نفسه. وفي الوقت نفسه، قد يهجّن ب مع الحيوان ج، ما يجعلهما من النوع نفسه. غير أن لا سبيل لأن يهجّن أ مع ج، ما يجعلهما من نوعين مختلفين. عدم تعدي الهوية في حالة الأنواع شبيهة بالمسائل الأخرى الذي وقفنا عليه في مسألة الهوية في الجزء 3.1.

من الحكمة أن تكون غامضًا في إجابتك.

وعادة ما يختلف الفلاسفة حول الأسباب التي تؤدي إلى الغموض. البعض يناصر الغموض الأنطولوجي - بمعنى أنهم يرون أن السبب الذي يجعل بعض الكلمات لا تحوز معنى محددًا هو أنه لا وجود أصلًا لمعاني محددة لها. ففي حين يوجد تعريف دقيق لـ «أطول من ستة أقدام»، ليس هناك تعريف دقيق لـ «طويل». في المقابل، هناك فلاسفة يناصرون الغموض الإبستيمي. إنهم يرون أن هناك تعريفات دقيقة للكلمات الغامضة، لكننا لا نعرفها.

أيهما الصحيح؟ الغموض الأنطولوجي أو الغموض الإبستيمي؟ في حين أن لكل شخص رأيًا، ليس لدى أي أحد حجة دامغة. ولسوء الحظ أن هذه مسألة ميتافيزيقية غير قابلة للحلّ. شخصيًا، أميل متواضعًا إلى الغموض الأنطولوجي[1]. لأسباب فصلت فيها في الجزء 3.1، يصعب الاعتقاد في أن هناك تعريفات دقيقة لـ طويل، أو أصلع، أو أحمر. من تراه سوف يحدد هذه التعريفات الدقيقة؟ وهل يجب العثور عليها في علّية أفلاطون؟ هل يوجد ارتفاع محدد بدقة يعد طويلًا؟ وهل هناك عدد محدد للشعر الموزع بشكل متساو يجعل صاحبه أهلب [غير أصلع]؟ هل يوجد طول موجة دقيق يرتبط باللون الأحمر ولا يرتبط باللون الأحمر الفاتح؟ أشك في هذا كثيرًا. ولأننا استبعدنا وجود تعريف دقيق لسفينة ثيسيوس، من المناسب أن نستبعد وجود تعريف للطول، والصَّلَع، والحمرة.

من بين مشاكل الكلمات الغامضة أن الأدوات المعتادة في المنطق والرياضيات التي نستخدم في فهم العالم لا تنجح معها. مثل هذا أنه من بين القواعد الأساسية في المنطق أنه بالنسبة إلى أي قضية ق، يصدق دائمًا أنه إما ق أو ليس ق. فمثلًا، الجملة «إما أن درجة الحرارة أبرد من 32 درجة فهرنهايت أو أنها ليست أبرد من 32 درجة فهرنهايت» جملة صادقة دائمًا (وخالية من ثم من أي محتوى). تسمى هذه القاعدة بـ قانون الوسط المرفوع. هذا يعني أن القضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة وليس هناك شيء في الوسط. غير أن قانون الوسط المرفوع لا يعمل في حالة المحمولات الغامضة. نعرف جميعًا أناسًا ليسوا طوالًا وليسوا غير طوال، بل هم وسطٌ بين هذا وذاك. وهناك أناس ليسوا صُلعًا وليسوا غير صُلع... بل هم، مثل الكثير من الرجال، في طريقهم لأن يصبحوا صُلعًا.

ومن بين أدوات المنطق الأساسية قانون يسمى مودس بوننز (modus

(1) من شأن هذا أن يفسر وجود هذا الجزء في هذا الفصل، وليس في فصل المفارقات اللغوية (الفصل 2).

ponens)، يقر أنه إذا كانت الجملة ق صادقة وكانت الجملة «ق تستلزم ع» صادقة أيضًا، نستطيع أن نستنتج أن الجملة ع صادقة. رمزيًا نكتب هذا على النحو التالي

ق

ق ← ع

―――

ع

فعلى سبيل المثل، نستطيع أن نستنتج من حقيقة «إنها تمطر»، وحقيقة أنه «إذا كانت تمطر فثمة سحب في السماء»، «أن هناك سحبًا في السماء». هذا القانون الأساسي هو أصل كل الاستدلالات. غير أنه لا ينطبق في حالة الكلمات الغامضة. في الفقرتين التاليتين أصف استنباطات منطقية غريبة بعينها تنتج عن فشل مودس بوننز.

إذا لم يكن لدى رجل أي شعرة في رأسه، فلا شكّ في أنه أصلع. ولكن ماذا لو أن لديه في رأسه شعرة واحدة؟ سوف يتفق معظم الناس على أنه يظل أصلع. ماذا عن شعرتين في رأسه؟ يصعب اعتقاد أنه إذا كان الشخص صاحب الشعرة الواحدة أصلع، فإن شعرة صغيرة أخرى سوف تجعله أهلب. ولهذا يجب أن يعد أصلع. ماذا عن ثلاث شعرات؟ ووفق هذا، يجب أن تكون هناك قاعدة تقر أنه إذا كان صاحب 3 شعرات أصلع، فإن صاحب 4 شعرات أصلع هو الآخر.

مرة أخرى، نحن لا نضيف سوى شعرة صغيرة، ولذا يجب أن تكون هذه القاعدة صحيحة. والواقع أننا نستطيع أن نعمم هذه القاعدة بالنسبة لكل الأعداد الصحيحة الموجبة ن:

إذا كان صاحب الـ ن شعرة أصلع، فإن صاحب الـ ن + 1 شعرة أصلع هو الآخر.

وبالاستمرار في تطبيق هذا التحليل نصل إلى نتيجة تقر أن صاحب الـ 100 ألف أو حتى 10 ملايين شعرة أصلع. لكن هذا ببساطة ليس صحيحًا. من لديه مثل هذا العدد من الشعر ليس أصلع. تسمى هذه مفارقة الأصلع.

وهذه المفارقة مثلٌ على نوع من الحجج يرجع إلى العصور اليونانية القديمة ويسمى مفارقة الكثيب (من الكلمة اليونانية soros التي تعني

«كثيب»). وعادة ما يعزى فضل أول صياغة لهذه الأحجية ليوبوليدس الملطي (القرن الرابع ق.م)[1]، الذي تساءل عن عدد حبات القمح التي تشكّل كثيبًا. هل تشكل حبّة قمح كثيبًا؟ يتضح أنها لا تكفي. ماذا لو أضفنا حبّة أخرى؟ هل تشكل حبتان كثيبًا؟ حتى حبتان لا تكفيان، فنحن لم نضف سوى حبّة واحدة. ويمكن لنا أن نصوغ القانون التالي:

إذا كان ن حبّة لا يشكل كثيبًا، فإن ن + 1 حبّة لا يشكل هو الآخر كثيبًا.

وعلى منوال تحليل الرجل الأصلع، نخلص إلى النتيجة الخاطئة التي تقر أنه لا قدر من الحبات يكفي لتشكيل كثيب. فأين الخلل؟

دعونا نحلل بحرص الحجة المطروحة. لنبدأ بالجملة الواضحة:

حبّة واحدة لا تشكل كثيبًا.

نستخدم قاعدة الحبّة الـ ن حين تكون ن = 1 فنحصل على

إذا كانت حبّة واحدة لا تشكل كثيبًا، فإن حبتين لا تشكلّان كثيبًا.

بالجمع بين هاتين القاعدتين وباستخدام مودس بوننز، نحصل على

حبتان لا تشكلّان كثيبًا.

وبجمع هذا مع

إذا كانت حبتان لا تشكلّان كثيبًا، فإن ثلاث حبات لا تشكل كثيبًا

نحصل على

ثلاث حبات لا تشكل كثيبًا.

وبالاستمرار في هذا سوف يتبين لنا أنه بالنسبة إلى أي ن، مهما بلغ قدرها، لا تشكل ن كثيبًا.

وهذا حكم كاذب بشكل واضح.

يمكننا أيضًا أن نسلك الطريق المقابل. اعتبر كثيبًا يتألف من 10000 حبّة قَمح. لو أخذنا منه حبّة صغيرة، هل سنخلص إلى نتيجة تقول إن 9999 حبّة لا تشكل كثيبًا؟ من الواضح 9999 حبّة تظل تشكل كثيبًا. ويمكن صياغة قاعدة تقول:

(1) لدى صديقنا القديم زينون صيغة من هذه المفارقة. وهناك من يجد حتى مفارقات من نوع سورتيز في الإنجيل
see Genesis, 18: 23- 33.

إذا كان ن حبّة تشكل كثيبًا، فإن ن - 1 حبّة تشكل هي الأخرى كثيبًا.

وباستخدام هذه القاعدة وتطبيق قاعدة مودس بوننز عدة مرات نصل إلى النتيجة واضحة الكذب أن حبّة قمح واحدة تشكل كثيبًا. ويمكن لحجة مماثلة أن تثبت أن الرجل صاحب الشعرة الواحدة في رأسه ليس أصلع.

من مفارقات نمط الكثيب الأخرى مفارقة العدد الأصغر (وتسمى أيضًا مفارقة وانغ). 0 عدد صغير. إذا كان ن عددًا صغيرًا، فكذا شأن ن + 1. ومن هذا نخلص إلى الجملة واضحة الكذب أن كل الأعـداد صغيرة. وهناك أنماط عديدة أخـرى من مفارقات الكثيب. هل يصبح الشخص طويلًا بإضافة سنتيمترٍ واحدٍ لطوله؟ وهل يصبح ثقيلًا بإضافة رطلٍ واحدٍ لوزنه؟ وعلى نحو مشابه، توجد بالنسبة إلى أي حد غامض مثل غني، فقير، ذكي، إلخ.، مفارقة مرتبطة من نمط الكثيب.

كيف يجب علينا فهم مثل هذه المفارقات؟ يقول بعض الفلاسفة إن مفارقات الكثيب تبيّن لنا أن هناك خللًا ما في قاعدة مودس بوننز. بتطبيق هذه القاعدة خلصنا إلى نتيجة كاذبة، ولهذا فإنه لا سبيل للثقة فيها. غير أن هذا الموقف يبدو متعجلًا بعض الشيء. ذلك أن قاعدة مودس بوننز تطبّق بشكل جيد في معظم المنطق والرياضيات والاستدلال. فلماذا يلزمنا التخلي عنها؟ وهناك فلاسفة آخرون (يعتقدون أن الغموض إبست يمي، بمعنى أن الحدود الدقيقة موجودة لكننا لا ندركها) يفترضون أن القاعدة إذا كان ن حبّة لا تشكل كثيبًا، فإن ن + 1 حبّة لا تشكل هي الأخرى كثيبًا خاطئة.

حسب رأيهم، ثمة ن بعينها، حيث ن حبّة لا تشكل كثيبًا، لكن ن + 1 حبّة تشكل كثيبًا. نحن الفانين لا نعرف أي ن تكون هذه، لكنها موجودة. حسب مثل هؤلاء الفلاسفة، مودس بوننز صحيحة، لكن هذا الاستلزام ليس صحيحًا، ولا يمكن مـن ثـم استخدامه في حجة مـودس بوننز. وكما سبق أن لاحظنا، يبدو لنا أن الغموض ليس إشكالًا إبستيميًا بل أنطولوجيًا. ليست هناك حدود دقيقة، والاستلزام من ن إلى ن + 1 حبة، في واقع الأمر، صحيح دائمًا.

وبدلا من قول إن هناك خللًا في قاعدة مودس بوننز الواضحة، أفضّل قول إنه لا غبار على هذه القاعدة المدهشة، لكننا لا نستطيع تطبيقها دائمًا، خصوصًا على الكلمات الغامضة. وعلى الرغم من أن مودس بوننز تبدو ناجحة في بضع التطبيقات الأولى للقاعدة (أي أن 2، و3، و4 حبات

لا تشكل كثيبًا)، نخلص من المزيد من التطبيقات إلى نتائج كاذبة. يجب علينا إذن قصر تطبيق مودس بوننز على الكلمات الدقيقة. لن نستطيع استخدامها مع الكلمات الغامضة لأن هذا يجعلنا نتجاوز حدود العقل.

وهناك معنى منطقي لكون هذه الأدوات المنطقية والرياضية لا تعمل مع الكلمات الغامضة، فقد شُكِّلت بحيث تطبّق على الكلمات الدقيقة. يحتاج المرء إلى ألفاظ دقيقة كي يمارس العلم، والمنطق، والرياضيات. وحين نغادر منطقة التعريفات الدقيقة - فنتحدث مثلًا عن الصلع والطول والحمرة - نغادر المنطقة التي يمكن لنا فيها تلقي العون من المنطق والرياضيات. الغموض خارج حدود العقل، وفي حين نعيش ونتواصل جميعا بحرية باستخدام مثل هذه الألفاظ بشكل يومي، يجب علينا توخي الحذر خشية تجاوز هذه الحدود.

وكما سبق أن بيّنا، حين يتعلق الأمر بالجمل الغامضة، يفقد علماء الرياضة والمناطقة بوصلتهم. أدوات العمل العادية التي يحتفظون بها في صندوق عدّتهم لا تسعفهم. ولكن لأن الكلمات الغامضة تغمرنا في كل مناسبة، ليس في وسعنا التغاضي عنها. ولهذا طوّر البحاث عـددًا من المناهج المختلفة لفهم العالم الغامض أوجز فيما يلي بعضًا منها.

عادة ما يتعامل المنطق مع الجمل التي إما أن تكون صادقة أو كاذبة. المنطق الغائم فرع من المنطق يتعامل مع الجمل التي يمكن أن تحوز قيمة بين الصدق والكذب. هب صادق هي 1 وكاذب هي 0. بدلًا من استخدام فئة تتألف من عنصرين [0، 1]، يستخدم المنطق الغامض فترة لامتناهية مؤلفة من كل الأعـداد الحقيقية بين 0 و1. كل من تيلي سفالس ويول برنر أصلع تمامًا ولذا فإن كليهما يحصل على القيمة 0. أصحاب الشعور التي تملأ رؤوسهم يحصلون على القيمة 1. أما أصحاب الشعور المتوسطة فيحصلون على قيم متوسطة. 0.1 تعني أصلع تقريبًا، و0.5 تعني بلوغ منتصف الطريق إلى الصلع. وقد يحصل المرء على القيمة 0.7235. وقد طوّر البحاث باستخدام هذه المقاربة مختلفة القيم عمليات مختلفة شبيهة بأداة الوصل «و» وأداة الفصل «أو» بما مكّنهم من توظيف هذا النسق المنطقي.

ومنطق ثلاث القيم حقل متعلق شبيه بالمنطق الغائم. بدلًا من قول إن الجملة أما أن تكون صادقة أو كاذبة، نقول إن الجملة إما صادقة أو كاذبة أو غير محددة. وتُستخدم فروع المنطق هذه بشكل مكثف في حقل الذكاء الاصطناعي، الذي يحاول جعل سلوك الحواسيب شبيهًا بسلوك البشر. إذا رغبنا في الحصول على حواسيب تتفاعل مع البشر، سوف يلزمها

التعامل مع الكلمات الغامضة على طريقتهم. وقد حققت أنساق المنطق متعددة القيم نجاحًا كبيرًا في التعامل مع المحمولات الغامضة.

تقييد المنطق أسلوب آخر في التعامل مع الألفاظ الغامضة. اعتبر رجلًا في نصف الطريق بين أن يكون أصلع وأن يكون أهلب. بدلًا من قول إنه ليس أصلع وليس غير أصلع، نقول إنه أصلع وليس أصلع. في المنطق الكلاسي، إذا حدث أن صدقت جملة وسلبها يكون لدينا تناقض ويكون النسق غير متسق. الإشكال الأساسي في مثل هذا النسق هو أنك تستطيع أن تثبت أي شيء ضمنه - لأنك تستطيع أن تستنتج من الكذب أي شيء. وفي حين أن معظم المناطقة يتجنبون مثل هذه الأنساق، فإن هناك مناطقة، من أمثال غراهام بريست، يستخدمونها. إنهم يحاولون توسيع مجال المنطق بحيث يغطي الغامض عبر السماح بأنماط بعينها من التناقض. الاعتقاد في وجود أنماط من التناقضات الصادقة يعرف باسم الدايليثية [نزعة التناقض الصادق]، والأنساق المنطقية المستخدمة تسمى الأنساق المنطقية المتحفظة إزاء الاتساق. ما يقومون به يتمثل أساسًا في تقييد المنطق بحيث لا تكون كل الجمل قابلة لأن تشتق من تناقض. وبتطبيق هذه القيود يمكن اشتقاق جمل ذات معنى حول ألفاظ غامضة. وقد حقّق هذا التوجه في البحث هو الآخر تطورًا في السنوات القليلة الماضية[1].

3.4 حين تعرف أنه يعرف

تخيل أنك منافس في برنامج الألعاب التلفزيوني لنعقد صفقة (Let's Make a Deal) مع مقدم البرنامج مونتي هول. يعرض عليك مونتي ثلاثة أبواب ويخبرك أن خلف كل واحد من اثنين منها معزة، وخلف الثالث سيارة فاخرة من موديل جديد، ويسمح لك بالاحتفاظ بما تجده خلف الباب الذي تختار. وبعد أن تختار أحد الأبواب، وقبل فتحه لترى ما حصلت عليه، يوقفك مونتي ويفتح بابًا آخر يعرف أن خلفه معزة ويريك إياها، ثم يعرض عليك الاختيار بين التشبث باختيارك الأصلي أو اختيار الباب الآخر. ما الذي يجب عليك فعله؟

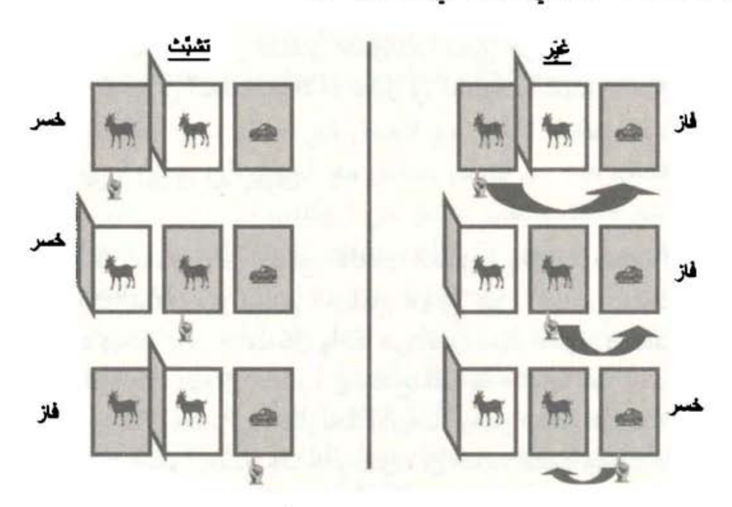
قد يكون ردّ فعلك المباشر هو الاحتفاظ باختيارك الأصلي. ذلك أن احتمال حصولك على سيارة كان في البداية 1/3، وبعد فتح أحد الأبواب

(1) كتب روهت باريخ أيضا دراسة غاية في الأهمية في هذا الموضوع:
Parikh 1994.

أصبح احتمال أن تكون السيارة خلف الباب الذي اخترت 1/2. فما الذي سوف تكسبه باختيار الباب الآخر؟

طُرح هذا السؤال على مارلين فوس سافانت، فكتبت عمود أحاجي خاص في مجلة باريد (*Parade Magazine*) نصحت فيه بتغيير الباب، لأن احتمال أن تكون السيارة خلف الباب الذي لم تختر أكبر من احتمال أن تكون خلف الباب الذي اخترت. إذا شعرت أنه ليس هناك مبرر للتغيير، فلا تبتئس: فهذا الشعور ينتاب كثيرين. وكرد فعل لإجابتها وصلتها أكثر من 10000 رسالة من قرّاء يخبرونها بأنها مخطئة، من بينها 1000 رسالة من أشخاص قدموا أنفسهم على أنهم من حملة دكتوراه. وكان الأثر الذي أحدثته المقالة والرسائل كبيرًا إلى درجة أن الحكاية نشرت في الصفحة الأولى من صحيفة نيويورك تايمز (*New York Times*).

ولكي ترى أنه من الأفضل أن تغيّر اختيارك، دعونا ننظر إلى كل الاحتمالات، كما هي مبيّنة في الشكل 3.7.



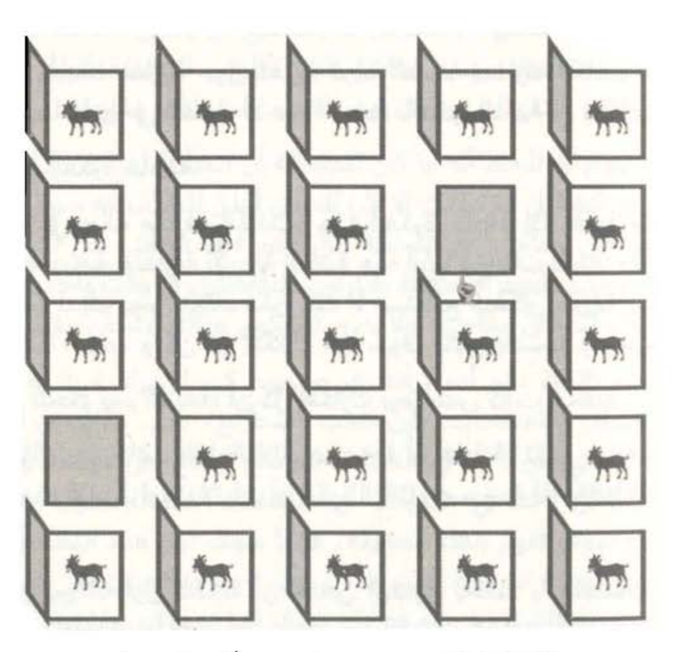
الشكل 3.7: جميع إمكانات مسألة مونتي هول.

هب مونتي وضع السيارة خلف الباب الثالث. لديك ثلاثة أبواب ممكنة تختار منها. الاختيارات الثلاثة مصورة بالأسهم الثلاثة. العمود الأيسر يبين ما كان ليحدث لو أنك تشبّثت باختيارك الأصلي، والعمود الأيمن يبين

ما كان ليحدث لو أنك غيرت اختيارك. استخدامك إستراتيجية التشبث يجعل احتمال حصولك على السيارة يساوي 1/3، في حين أن استخدامك إستراتيجية التغيير يجعل احتمال حصولك على السيارة يساوي 2/3. ولهذا يجب عليك أن تغيّر اختيارك.

ما الذي يحدث هنا؟ لماذا تغيير الإستراتيجية أفضل من التشبث بها؟ حين يفتح مونتي هول الباب يعطيك معلومة جديدة. إنه يعرف مكان السيارة ولن يفتح باب الغرفة التي توجد به. وبتجنبه فتح هذا الباب يزودك بمعلومة أنه يتجنبه. وبحصولك على هذه المعلومة تتغير إمكانات ما يوجد خلف كل باب.

كي ترى هذا بشكل أوضح تخيّل أن مونتي يعرض عليك 25 بابًا، ويخبرك بأن السيارة خلف أحد الأبواب، وبأن هناك معزة خلف كل باب من سائر الأبواب. تختار أحد الأبواب ثم يشرع مونتي في فتح 23 بابًا آخر. كل باب يفتحه يكشف عن معزة، كما هو مبيّن في الشكل 3.8.



الشكل 3.8: تنويعة موسعة من مسألة مونتي هول

هناك الآن بابان لم يفتحهما: الباب الذي اخترت، والباب الذي تجنبه مونتي. (أ) قد يكون الباب الذي اخترت هو الباب الذي يخفي السيارة (احتمال 1/25) ومونتي ببساطة يحاول خداعك ويأمل في أن تغير اختيارك؛ (ب) قد يكون الباب الذي اخترت بابًا يخفي عنزة (احتمال 24/25)، ولأن مونتي يعرف مكان السيارة، لن يفتح الباب الذي يخفيها. من الواضح أنه من الأفضل لك أن تغير. هنا يسرب لك مونتي معلومة حول مكان السيارة بعدم إخبارك عن مكان السيارة.

التالي سيناريو مثير جدير بالتفكير. تخيّل أن مونتي هول لا يعرف هو الآخر مكان السيارة. سوف يفتح الأبواب بشكل عشوائي، وقد يتصادف أن يفتح الباب الذي يخفي السيارة وتنتهي اللعبة. ولكن إذا لم يحدث هذا، هل من الأفضل لك أن تغير اختيارك؟ الإجابة: كلّا! لن تكسب شيئًا. لا يجب عليك أن تغيّر إلا حين تعرف أن مونتي يعرف، ويسرّب لك المعلومة بأسلوب موارب.

هذه مجرد واحدة من جوانب المعرفة والمعلومات التي نتقصى في هذا الجزء.

لعل أبسط مفارقة حول المعرفة قريبة النسب بمفارقة الكاذب الشهيرة التي وقفنا عليها في الفصل الأخير. احتفظ بالفكرة التالية في ذهنك:

هذه الفكرة خاطئة.

كما في حالة مفارقة الكاذب، هذه الفكرة خاطئة إذا وفقط إذا كانت فكرة صحيحة. ولمفارقة الإحالة الذاتية هذه أيضًا تنويعات كثيرة. مثل هذا، قد تكون لديك يوم الثلاثاء فكرة أنك لا تستطيع التفكير بطريقة صحيحة طيلة هذا اليوم، ولكن كل أفكارك غدًا سوف تكون واضحة وصحيحة.

ثم تلحظ يوم الأربعاء أن كل أفكارك يوم أمس كانت خاطئة.

سؤال: هل كانت أفكار الثلاثاء صحيحة أم خاطئة؟ تكفي حجة صغيرة تتابع هذه الاستلزامات لإثبات أن فكرة الثلاثاء صحيحة إذا وفقط إذا كانت خاطئة.

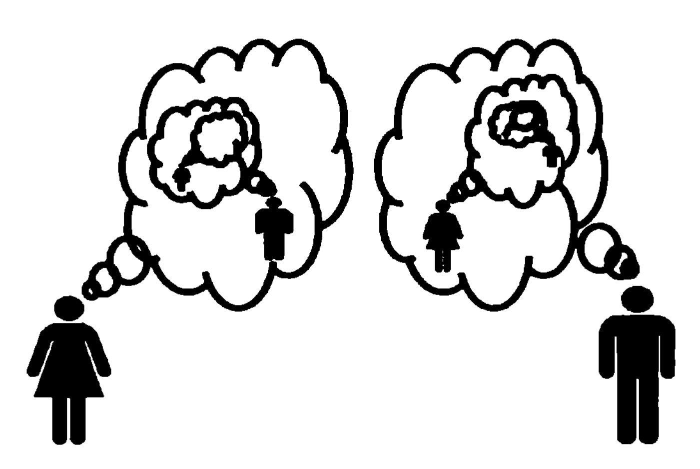
من بين الحلول الممكنة أن الذهن البشري يحشد بالتناقضات. وكما ذكرت في الفصل 1، الذهن البشري ليس آلة مثالية ولديه أفكار متعارضة. ويكفي قليل من التأمل لتبيان أننا نعتقد في أفكار يتناقض بعضها مع بعضها الآخر.

ومن بين أكثر مفارقات المعرفة إثارة مفارقة الامتحان المفاجئ. يعلن مدرّس عن امتحان مفاجئ الأسبوع التالي. الجمعة من كل أسبوع هو آخر أيام تدريس المادة المعنية. أي يوم يمكن أن يُجرى فيه الامتحان؟ سوف يعرف الطلبة مساء الخميس أن الامتحان سوف يكون يوم الجمعة، ولن يكون مفاجئًا، ولهذا فإنه لا يصح أن يُجرى الامتحان يوم الجمعة. ولأن هذا استدلال منطقي، سوف يعرفه الجميع. هل يمكن أن يُجرى الامتحان يوم الخميس؟ سوف يكون بمقدور الطلبة بعد انتهاء درس الأربعاء أن يستدلوا على النحو التالي. لأن الامتحان لم يجر بعد، ولأنه لا يصح أن يجرى يوم الجمعة، فلا بد أنه سوف يُجرى يوم الخميس. ولأنهم سوف يعرفون أنه لا بد أن يُجرى يوم الخميس، لن يكون مفاجئًا، ولهذا فإنه لا يصح أن يجرى الامتحان يوم الجمعة، ولا يصح أن يجرى يوم الخميس. وفي وسعنا أن نواصل استدلالاتنا على المنوال نفسه ونستنتج أنه لا يصح إجراؤه أيام الأربعاء، والثلاثاء، والاثنين. فمتى على وجه الضبط سوف يجرى هذا الامتحان؟

لقد بيّن لنا المنطق أن المدرّس لا يستطيع أن يجري امتحانًا مفاجئًا ضمن فترة محددة. وهذه مفارقة لأنها تعارض الحقيقة الواضحة أن المدرسين ظلوا لآلاف السنين يعذبون طلابهم بامتحانات مفاجئة.

ومن المهم أن نلحظ أنه ما كان للمفارقة أن تنشأ لو أن المدرس احتفظ بصمته. إن المشاكل لم تحدث إلا لأن المدرس أعلن للطلاب أنه سوف يكون هناك امتحان مفاجئ. في اللحظة التي أُخبر فيها الطلاب عن الامتحان المفاجئ، وجب عليهم الاحتفاظ بفكرتين متناقضتين في وقت واحد: سوف يكون هناك امتحان مفاجئ، ولا يصح أن يكون هناك امتحان مفاجئ.

في عام 2006 نشر آدم براندبرغر وجيروم كيسلر دراسة رائدة حول طبيعة العقل والاعتقادات. حين تلعب الشطرنج، يجب عليك أن تلعب بأسلوب عقلاني وأن تأخذ في حسبانك تموضع القطع على الرقعة. ويجب عليك أيضًا أن تأخذ في حسبانك أن منافستك تلعب بأسلوب عقلاني. فكما أنك سوف تقوم بنقلة معقولة، فإنها سوف ترى هذه النقلة وتقوم هي الأخرى بنقلة معقولة. وبدورها، سوف تأخذ منافستك في حسبانها أنك تتصرف بعقلانية وهي تعرف أنك تعرف أنها تتصرف بعقلانية. يحدث هذا كرًّا وفرًّا وفي كل مرة تطبّق فيها إستراتيجيات (كما في الشكل 3.9).



الشكل 3.9: شخصان يفكّر كلّ منهما في إستراتيجية الآخر

غير أن هناك إشكاليات في مثل هذه السيناريوهات. قدرة الاعتقادات على التعامل مع نفسها يسبب مفارقات إحالة ذاتية وهي تشكل لهذا السبب نوعًا من القيود.

ثمة مثل بسيط أصبح يعرف بـ مفارقة براندنبرغ-كيسلر، وهي نمط من أنماط مفارقة الكاذب لكنها تشمل شخصين. تخيّل أن كلًا من آن وبوب يفكّر في أفكار الآخر. اعتبر الآن الموقف الذي يصفه السطران التاليان:

آن تعتقد أن بوب يفترض أن

آن تعتقد أن افتراض بوب خاطئ.

هل تعتقد آن أن افتراض بوب خاطئ؟

إذا قلت نعم، فإنك تتفق مع السطر الثاني. السطر الأول يقول إن آن تعتقد أن هذا الافتراض صحيح وليس خاطئًا. ولهذا فإن الإجابة هي لا. دعونا نجرب البديل الآخر: إجابة السؤال هي لا. لا تعتقد آن أن افتراض بوب خاطئ. ولهذا فإن آن تعتقد أن افتراض بوب صحيح. وهذا يعني أن السطر الثاني، الذي يقول إن آن تعتقد أن افتراض بوب خاطئ، صحيح. ولهذا يجب أن تكون الإجابة نعم. وهذا تناقض.

يذهب براندنبرغ وكيسلر بهذه الفكرة بعيدًا، فعملهما الثوري يحاول

تبيان أن هناك اختلالات أو «فجوات» في أي نوع من الألعاب يفكر فيها كل من اللاعبين بخصوص الآخر. بتعبير آخر، سوف تكون هناك مواقف تقع فيها تناقضات.

قراءات إضافية

الجزء 3.1

إلى حد كبير، استُلهم الجزء الخاص بسفينة ثيسيوس ومسألة الهوية ومسألة الهوية الشخصية من النقاشات الساخنة التي كانت تجري في قاعة الدرس مع طلابي في جامعة بروكلن، ومن قراءاتي لأعمال ديفيد هيوم. ويخلص عمل Unger (1979) إلى نتائج مشابهة من منظور مختلف بعض الشيء.

الجزء 3.2

يمكن العثور على مفارقات زينون في الجزء السادس من كتاب الطبيعة (*Physics*) لأرسطو. وقد أفاد نقاشي كثيرا من *Grunbaum* (1955)، و*Hugget* (2010)، و*Makim* (1998)، وأفاد بوجه خاص من *Glazebrook* (2001). هناك أيضًا أبحاث رائعة في *Salmon* (1972). وهناك أيضًا عرض جيد في *Sainbury* (2007). أما *Mazur* (2007) فكتاب تاريخ شهير حول مفارقات زينون.

ويمكن العثور على نقاش رؤية غودل في الترحل عبر الزمان في *Rucker* (1982). وفي *Yanofsky* (2003) أبيّن كيف أنه يمكن وضع مفارقات الترحل عبر الزمان في نفس خِطاطة مفارقات الإحالة الذاتية.

الجزء 3.3

Sorensen (2001) كتاب مهم في المفهوم العام للغموض. ويغطي الفصل 2 من *Sainsbury* (2007) المادة نفسها. ويمكن العثور على

المزيد بخصوص الدايليثية والمنطق المتحفظ إزاء الاتساق في أعمال غراهام بريسيت، مثل *Priest* (2003). أما *Parikh* (1944) فنقاش مهم جدير بالدراسة للألفاظ الغامضة.

الجزء 3.4

نُشرت المقالة الصحفية التي جعلت مسألة مونتي هول شهيرة في:

Parade Magazine, September 9, 1990, 16.

والمقالة التي نُشرت في الصفحة الأولى من صحيفة نيويورك تايمز (21 يوليو، 1991) كتبها John Tierney تحت عنوان «خلف أبواب مونتي هول: أحجية، وجدال، وإجابة؟» (Behind Monty Hall's Doors: Puzzle, Debate and Answer?).

ويمكنك أن تقرأ عن مفارقة الامتحان المفاجئ وعن عدد كبير آخر من المفارقات الإبستيمية في *Sorensen* (2006). أما مفارقة براندنبرغر-كيسلر فيمكن العثور عليه وعلى ما هو أكثر بكثير منها في Brandenburger and Keisler (2006).

4 أحاجي اللاتناهي

آخر وظائف العقل هي أن يدرك أن هناك عددًا لامتناهيًا من الأشياء التي تتعدى حدوده. والعقل ضعيف إذا عجز حتى عن معرفة هذا[1].

- بليز باسكال (1623-1662)

حتى اللاتناهي وأبعد!

- بز لايتيير، حكاية لعبة (1995) (Toy Story)

ثمة عدد لامتناه من القرود في الخارج يرغبون في التحدث معنا حول نص «هاملت» هذا الذي كتبوه.

- دوغلاس آدمز (1952-2001)، مرشد هتشكر للمجرة (*The Hitchhiker's Guide to the Galaxy*)

تأمل الناس منذ أقدم العصور في اللامتناهي وخصائصه. في معظم الوقت، تختلط أفكارنا حول اللامتناهي بأفكار لا تصمد أمام إحكام الاستدلال الدقيق. وبمثل هذا الإرباك، كان علماء العصر الوسيط يناقشون بلا نهاية أسئلة تافهة على شاكلة «كم عدد الملائكة التي يمكنها أن ترقص على رأس دبوس؟» وفي نهاية القرن التاسع عشر استطاع جورج كانتور (1845-1918) وعدد من مشاركيه القبض على هذا الموضوع الزلق ونجحوا في تحقيق بعض التقدم. غير أن علم اللاتناهي الجديد يشمل مفاهيم غير بدهية تتحدى حدسنا. من المهم أن نلحظ أن الأفكار المتعلقة باللاتناهي ليست أفكارًا إسكولائية [مدرسية] مجردة تقلق أساتذة شاردي الأذهان في أبراج الأكاديميا العاجية. الحال أن كل حساب التفاضل والتكامل مؤسس على أفكار اللاتناهي الحديثة التي نناقشها في هذا الفصل. وحساب التفاضل والتكامل، بدوره، هو أساس كل الرياضيات والفيزياء والهندسة الحديثة اللتين تجعلان حضارتنا التقنية المتقدمة ممكنة. والسبب الذي جعل أفكار اللاتناهي غير البدهية محورية في العلم الحديث هو أنها تعمل بنجاح، ولهذا لن يكن في وسعنا التغاضي عنها. يعنى الجزء 4.1 باللغة الأساسية الخاصة

---

(1) From Pascal, *Pensess* (267): *a derni è re d é marche de la raison est de reconna î tre qu›il y a une infinit é de choses qui la surpassent, Elle n›est que faible si elle ne va jusqu› àconna î tre cela.*

بالفئات. سوف أقصر نفسي على عالم الفئات المتناهية المألوف وأطرح تعريفًا جيدًا يحدد متى يتساوى حجم فئتين. وفي الجزء 4.2 أعاين ما يحدث لهذا التعريف الذي يُطبّق بنجاح مع الفئات المتناهية حين يطبّق على الفئات اللامتناهية. سوف يبدأ عالم اللاتناهي الغريب في جعل الحياة أكثر إثارة. لب هذا الفصل هو الجزء 4.3، حيث نواجه مستويات مختلفة من اللاتناهي. وفي الأثناء، سوف نتعلم أشياء حول أسلوب إثبات قوي يسمى القطرنة [نسبة إلى القطر]. وفي الجزء 4.4 أناقش مواضع فلسفية أكثر تقدمًا.

4.1 فئات وأحجام

يعبّر عن فكرة اللاتناهي في لغة الفئات. الفئة تشكيلة من المواضيع المتمايزة. ويمكن لهذه المواضيع أن تكون أي شي وكل شيء (بما في ذلك الفئات). وتسمى مواضيع الفئة عناصر الفئة أو أعضاءها. ويمكن الإشارة إلى الفئات باستخدام أقواس معقوصة حول عناصرها. وهكذا فإن للفئة

{بـ تـ ثـ} ثلاثة عناصر، هي الحروف بـ، تـ، ثـ. ولنا أن نتحدث عن فئة طلاب في قاعة درس، أو فئة السيارات الحمراء، أو فئة المقيمين في الولايات المتحدة، أو فئة الكسور، وهكذا.

وهناك طرق مختلفة في الإشـارة إلى الفئات. نستطيع سرد قائمة بأعضاء الفئة، على سبيل المثل

{كلّاب، قطط، ببغاوات، سمك، ثعابين}،

كما نستطيع وصف الفئة نفسها بصياغة وصفية:

{سـ: حيث سـ أشهر حيوانات منزلية}،

التي تقول: «فئة كل الـ سـينات، حيث سـ أحد أشهر الحيوانات المنزلية». التالي مثل آخر،

{3، 5، 7، 9، 11}.

هذه الفئة هي الفئة التالية نفسها

{سـ: حيث سـ عدد صحيح فردي يساوي أو أكبر من 3 وأقل من 12}.

أحيانًا، حين أتحدث عن فئات لامتناهية، أستخدم علامة الإيجاز (...)

التي تعني أن السلسلة مستمرة. مثل هذا أنه يمكن كتابة الأعداد الأولية على النحو التالي

{2، 3، 5، 7، 11، 13، ...}.

سوف نستخدم حروفًا [لاتينية] كبيرة في وصف فئات بعينها:

S = {1، 3، 5، 7، 9، 11، 13، 15،...}.

وتتساوى الفئتان إذا كان كل عنصر في إحداهما عنصرًا في الأخرى. وهكذا إذا كانت

F = {س: حيث س عدد صحيح فردي}

يتضح أن

F = S. بعض الفئات فئات جزئية من فئات أخرى. ومثل هذا أن فئة الإناث في قاعة درس ما قد تكون فئة جزئية من مجموع طلابه. ذلك لأن كل أنثى في القاعة طالبة فيها. وبوجه عام، بالنسبة إلى أي فئتين S وF، نقول إن S فئة جزئية من F إذا وفقط إذا كان كل عنصر في S عنصرًا في F. لاحظ أن فئة جزئية من F قد تساوي F كلها. S فئة جزئية فعلية من F إذا كانت S فئة جزئية من F لكنها لا تساوي F. وهذا يعني أن الفئة الجزئية ليست فئة فعلية إذا ساوت الفئة كلها. S فئة جزئية فعلية من F إذا كان هناك عنصر في F ليس عنصرًا في S. ومن حيث عدد العناصر، S فئة جزئية من F إذا كان لدى S حصرًا عناصر أقل من F. وسوف تثير هذه الحقيقة الواضحة حول الفئات المتناهية بعض المسائل الشائكة حين نقابل الفئات اللامتناهية في الأجزاء القادمة.

وهناك فئة خاصة لا عناصر فيها، تسمى الفئة الخالية ويشار إليها باستخدام الرمز $\emptyset$. ونسبة لكل فئة S، تصدق الجملة التالية دائمًا:

كل عنصر في $\emptyset$ عنصر في S.

ففي النهاية ليست هناك عناصر في $\emptyset$، ولهذا فإن $\emptyset$ فئة جزئية من S.

ونسبة لكل فئة S، سوف نعنى بفئة فئات S، التي تسمى الفئة الأشية [أو فئة القوة] ويشار إليها باستخدام الرمز $\wp(S)$. ومثل هذا إذا كانت S = {ب، ت}، فإن

$\wp(S)$ = {$\emptyset$، {ب}، {ت}، {ب، ت}}.

لاحظ أن لهذه الفئة أربعة عناصر ثلاثة منها فئات جزئية فعلية من S. لو كان هناك عنصر ثالث في S، مثل {ب، ت، ث}، فإن الفئة الأسية تضم الفئات الجزئية السابقة، أي ∅، {ب}، {ت}، {ب، ت}، ولكن الآن كل واحدة من هذه الفئات الجزئية تستطيع أن تشمل ث وبذا تكون لدينا الفئات الجزئيات {ث}، {ب، ث}، {ت، ث}، {ب، ت، ث}. ومن ثم لدينا

℘{ب، ت، ث} = {∅، {ب}، {ت}، {ب، ت}، {ث}، {ب، ث}، {ت، ث}، {ب، ت، ث}.

أي إننا بإضافة ث إلى S ضاعفنا عدد الفئات الجزئية. بالنسبة للفئة المؤلفة من عنصرين، تتألف الفئة الأسية من أربعة عناصر. وبالنسبة للفئة المؤلفة من ثلاثة عناصر، تتألف الفئة الأسية من 2 ´ 4 = 8 عناصر. وبالنسبة للفئة المؤلفة من أربعة عناصر، تتألف الفئة الأسية من 2 ´ 8 = 16 عنصرًا. وبوجه عام، تتألف الفئة الأسية للفئة المؤلفة من العدد ن من العناصر من

(2 ´ 2 ´ 2... ´ 2 = $2^{ن}$) / ن عنصرًا.

ولهذا عادة ما تكون الفئة الأسية للفئة أكبر كثيرًا من الفئة.

متى يتساوى حجم الفئتين؟ اعتبر الفئة

S = {ب، ت، ث، جـ، حـ}

وفئة الحيوانات المنزلية

T= {كلاب، قطط، ببغاوات، سمك، ثعابين}.

يتضح أن لهاتين الفئتين الحجم نفسه: فكل منهما يتألف من خمسة عناصر. ولكن دعونا نعاين هذه الحقيقة البادية بطريقة أخرى. سوف نقول إن للفئتين S و T الحجم نفسه إذا كان في الوسع مطابقة [مزاوجة] كل عنصر في S مع عنصر فريد في T. أي أن حجم S و Tمتساو لأن هناك مطابقة تربط كل عنصر في S مع عنصر فريد في T، والعكس بالعكس. وبالنسبة لكل عنصر في S يوجد زوج متفرد في T وبالنسبة لكل عنصر في T يوجد زوج متفرد في S. ويمكن رؤية هذه المزاوجة أو المطابقة على النحو التالي:

S	ب	ت	ث	جـ	حـ
T	كلاب	قطط	ببغاوات	سمك	ثعابين

وقد تكون هناك مطابقات أخرى بين الفئتين؛ مثل هذا

S	بـ	تـ	ثـ	جـ	حـ
T	ثعابين	كلّاب	ببغاوات	قطط	سمك

الواقع أنه يمكن إثبات وجود مطابقة بين S و Tوبين الفئة

{1، 2، 3، 4، 5}.

وبهذه المطابقات نتأكد من أن لهاتين الفئتين الحجم نفسه.

هذه الفكرة البسيطة هي لب هذا الفصل. نقول إن الفئتين الاعتباطيتين S و T متساويان حجمًا أو من الحجم نفسه إذا كانت هناك مثل هذه المطابقة بينهما. سوف نقول إن لدى الفئتين الـ كاردينالتي (cardinality) [الحجم] نفسه.

الأمثلة على الفئات متساوية الأحجام جمّة:

- فئة قلوب البشر في العالم تساوي حجمًا فئة البشر في العالم. (لاحظ أن هذا لا يصدق على الآذان لأن للإنسان في العادة أذنين).
- يمكن مزاوجة فئة الولايات في الولايات المتحدة
- {ألباما، ألاسكا، أريزونا، .....، ويسكانسن، ويومنغ}

مع فئة عواصم الولايات في الولايات المتحدة

{مونتغمري، جونو، فينكس، ...، ماديسون، تشين}

التي يمكن أيضًا مطابقتها مع الفئة

{1، 2، 3، ...، 49، 50}.

- يمكن مطابقة فئة أرقام الإيداع الوطني [ISBN] مع الكتب المنشورة.

لا يثير عالم الفئات المتناهية والمطابقات بينها أي إشكاليات. ولا شك في وجاهة التعريف المطروح لتساوي أحجام الفئات. دعونا الآن نقم ببضع خطوات قصيرة في منطقة اللامتناهي.

4.2 الفئات اللامتناهية

يروي لنا ديفيد هلبرت (1862-1943)، أعظم رياضيّ جيله، حكاية مثيرة. تخيل أنك تملك فندقًا به عدد لامتناه من الغرف. لنسمّه «فندق هلبرت». العمل يجري على ما يرام وليست هناك غرف شاغرة. تصل سيارة يستقلها ضيف يحتاج إلى غرفة. لا يرضيك أن ترده خائب الرجاء في ليلة عاصفة باردة، لكن كل الغرف مشغولة. كيف تتصرف؟ يقترح هلبرت التالي: اطلب عبر مكبر صوت الهوتيل من كل نزيل من العدد اللامتناهي من النزلاء أن ينتقل إلى الغرفة التالية. وهكذا ينتقل النزيل صاحب الغرفة 57 إلى الغرفة 58، وينتقل النزيل صاحب الغرفة 53462 إلى الغرفة 53463. وبوجه عام، ينتقل صاحب الغرفة رقم ن إلى الغرفة رقم ن +1.

دعونا نواصل الحكاية. ما أن يستقر كل نزيل في حجرته الجديدة ويغط في سبات عميق، حتى تقف حافلة أمام فندق هلبرت يستقلها عدد لامتناه من الركاب الباحثين عن غرف فيه. كل غرفة من غرفك اللامتناهية مشغولة وأنت في حاجة إلى عدد لامتناه من الغرف الخالية. ما الذي ينبغي على مدير فندق مخلص أن يفعل؟ مرة أخرى، لدى هلبرت نصيحة جيدة: اطلب من كل نزيل عبر مكبر صوت الهوتيل الميسر أن ينتقل إلى الغرفة التي تحمل رقمًا ضعف رقم غرفته الحالية. وهكذا ينتقل صاحب الغرفة 57 إلى الغرفة رقم 114، وينتقل صاحب الغرفة 53462 إلى الغرفة رقم 106924. وبوجه عام، ينتقل صاحب الغرفة رقم ن إلى الغرفة رقم 2 ن. بانتهاء هذه العملية سوف تكون كل الغرف ذوات الأرقام الزوجية مشغولة وتكون كل الغرف ذوات الأرقام الفردية شاغرة في انتظار ركاب الحافلة المتعبين.

لاحظ أن مثل هذه الحيل لن تنجح مع الفنادق العادية المملة التي لا يوجد بها سوى عدد متناه من الغرف. وحده فندق هوتيل الممتاز بعدد غرفه اللامتناهي يستطيع نقل النزلاء دون خشية من فقد أي منهم. ما يثبته هلبرت بالفعل في الحالة الأولى هو أن هناك مطابقة بين فئة الغرف اللامتناهية {1، 2، 3، 4، 5، ...} والفئة الجزئية الفعلية {2، 3، 4، 5، ...}. وما يثبته في الحالة الثانية هو أن هناك مطابقة بين فئة الغرف {1، 2، 3، 4، 5، ...} والفئة الجزئية الفعلية {2، 4، 6، 8، 10، ...}. وهذه المطابقات الغريبة والمخالفة للبداهة هي موضع عنايتنا في الجزء التالي.

وبدلًا من رواية حكايات حول فنادق وهمية، دعونا نتعامل مع فئات

لامتناهية واقعية. ثمة عدد كبير من الأمثلة على الفئات اللامتناهية، ولكنها تشمل ما هو أكثر من الأشياء المادّية، لأنه لا يوجد سوى عدد متناه من مثل هذه الأشياء في العالم. ثمة مفاهيم كثيرة أخرى يمكن أن تشكل فئات لامتناهية. وهناك الكثير من فئات الأعداد اللامتناهية المألوفة:

- الأعداد الطبيعية، 5 ،4 ،3 ،2 ،1} = **N**، ...}
- الأعداد الصحيحة، 5 ،4 ،3 ،2 ،1 ،0 ،1- ،2- ،3- ،...} = **Z**، ...}
- الأعداد المُنطقة أو الكسور، **Q** = {ن/مـ: مـ ون في Z ون ليست 0}
- الأعداد الحقيقية، **R**

الأعداد الطبيعية فئة جزئية فعلية من فئة الأعداد الصحيحة. ولأنه يمكن اعتبار كل عدد صحيح ن كسرًا [ن/1]، فإن الأعداد الصحيحة فئة جزئية فعلية من فئة الأعداد المُنطقة. وأخيرًا، الأعداد الحقيقية هي فئة كل الأعداد، حتى تلك التي لا يمكن التعبير عنها بكسور. وكنا عرفنا منذ أكثر من 2500 سنة أن هناك أعدادًا، مثل جذر 2، p- ،e ، وجذر 5، لا يمكن التعبير عنها بكسور. تسمى هذه الأعداد بـ «الصماء» أو «اللامعقولة» - بمعنى أنها «ليست وجيهة»[1]. وتشمل الأعداد الحقيقية، R، كل الأعداد المُنطقة والصماء. ولهذا فإن الأعداد المُنطقة فئة جزئية فعلية من الأعداد الحقيقية.

اعتبر الآن فئة الأعداد الزوجية

E = {2، 4، 6،...}.

كل عدد زوجي عدد طبيعي، ولهذا فإن E فئة جزئية فعلية من فئة الأعداد الطبيعية N. الواقع أنه لنا أن نقول إن عدد الأعداد الطبيعية ضعف عدد الأعداد الزوجية، ففي النهاية تتألف الأعداد الطبيعية من الأعداد الزوجية والأعداد الفردية! غير أننا لن نمتثل لحدسنا حول الفئات والفئات الجزئية الفعلية، بل نمتثل لتعريف تساوي الأحجام الذي ناقشنا في الجزء السابق. ثمة مطابقة بين الأعداد الطبيعية والأعداد الزوجية: ببساطة كل عدد طبيعي ن يطابق العدد الطبيعي 2 ن:

N	0	1	2	3	4	5	...	ن	...
E	0	2	4	6	8	10	...	2 ن	...

(1) سوف نرى المزيد من هذا في الجزء 9.1.

يثبت هذا أن حجم N يساوي حجم E. كيف يتأتى هذا؟ كيف يكون عدد الأعداد الطبيعية مساويًا لعدد الأعداد الزوجية؟ ماذا عن الأعداد الفردية: أنّى للجزء أن يساوي الكل؟

أين أخطأنا؟ الإجابة هي أننا لم نخطئ. لقد استخدمنا الاستدلال نفسه مع الفئات المتناهية التي سبق أن ناقشنا. غير أن تساوي الأحجام في حالة الفئات المتناهية امتثل لحدسنا. وهذا متوقع لأن حدسنا تطور عبر النظر في العالم وفئاته المتناهية. أما في حالة الفئات اللامتناهية فإن المنطق يملي علينا حقيقة أن حدسنا الساذج لم يعد صحيحًا ويحتاج إلى تعديل. وكان غاليليو غاليلي (1564-1642) أوّل من كتب عن غرابة الفئات اللامتناهية. وقد أثبت أنه يمكن لفئة لامتناهية أن تساوي فئةً جزئية فعلية من نفسها. وخلال الأربعة القرون التي تلت غاليليو وجد هذا التعريف سبيله إلى الرياضيات والفيزياء، وليس في وسعنا التغاضي عنه لمجرد أنه يتعارض مع حدسنا. إن هذه التعريفات حاسمة للنماذج المستخدمة في تأويل الكون وفي التنبؤات العلمية. ولهذا يجب علينا أن نفهم ونقبل التعريف، وأن نعدّل حدسنا.

لنعاين المزيد من الفئات اللامتناهية. اعتبر الفئة S، فئة الأعداد المربعة – أي الأعداد التي تساوي حاصل ضرب عدد صحيح في نفسه:

S = {0، 1، 4، 9، 16، 25،...}.

هذه فئة لامتناهية وهي أيضًا فئة جزئية فعلية من N، فئة الأعداد الطبيعية. وعدد الأعداد المربعة أقلّ حتى من عدد الأعداد الزوجية: في أوّل مائة عدد طبيعي لا يوجد سوى عشرة أعداد مربعة. غير أننا نستطيع أن نجري مطابقة بين S وN:

N	0	1	2	3	4	5	...	ن	...
S	0	1	4	9	16	25	...	$ن^2$	...

تثبت هذه المطابقة أن فئة الأعداد الطبيعية تساوي فئتها الجزئية الفعلية الخاصة بالأعداد المربعة. إن لديهما الـ الكاردينالتي نفسه. هل نستطيع تحديد عدد يصف قدر عناصر هاتين الفئتين. يتضح أنه ليس هناك عدد متناه قادر على القيام بهذه المهمة. وكان كانتور قد أشار إلى قدر أو حجم الفئات اللامتناهية بالرمز $\aleph_0$ الذي ينطق «ألف-صفر» («aleph-

null»). ألف هو أول حروف الألفبائية العبرية. كل الفئات التي تساوي N، أي تساوي الأعداد الطبيعية، حجمها ℵ0، وتوصف بأنها فئات لامتناهية بشكل قابل للعدّ [عدودة]. ومن المهم أن نلاحظ أننا لا نستطيع إكمال عدّ مثل هذه الفئات اللامتناهية. غير أننا نستطيع على الأقل الشروع في عددها. وبالنظر إلى مطابقة مع الأعداد الطبيعية نستطيع أن نحدد ما يكونه العنصر الصفري، والعنصر الأول، والعنصر الثاني، وهكذا.

وهناك فئات أخرى بهذا الحجم. تذكّر أن العدد يكون أوليًا إذا كان أكبر من 1 ولا يقبل القسمة إلا على 1 وعلى نفسه. اعتبر فئة كل الأعداد الأولية:

P = {2، 3، 5، 7، 12، 13،...}.

على الرغم أنه يبدو أن عدد الأعداد الأولية أقل من عدد الأعداد الطبيعية، تظل هناك مطابقة بينهما:

N	0	1	2	3	4	5	...	ن	...
P	2	3	5	7	11	13	...	العدد الأولي الـ ن	...

وهذا يثبت أن حجم P يساوي حجم الأعداد الطبيعية. كيف نصف هذه المطابقة. ماذا عن العدد الأولي الثاني والأربعين؟ ليست هناك صيغة بسيطة توفر لنا هذه المعلومة. ولكن على الرغم من صعوبة وصف المطابقة، كل ما نطلبه هو أن تكون هناك مطابقة تبين أن حجم P هو ℵ0.

حتى الآن كل الفئات اللامتناهية التي ناقشنا فئات جزئية فعلية من الأعداد الطبيعية. ماذا عن الفئات التي يبدو أنها أكبر من الأعداد الطبيعية؟ وهل هذه فئات أكبر فعلًا من الأعداد الطبيعية؟ اعتبر فئة الأعداد الصحيحة

Z = {...، -3، -2، -1، 0، 1، 2، 3، 4، 5،...}.

الأعداد الطبيعية فئة جزئية فعلية من الأعداد الصحيحة. لكن Z تشمل أيضًا أعدادًا صحيحة سالبة. كيف يمكن لنا أن نجري مطابقة بين الفئة N والفئة Z التي تشمل أعدادًا طبيعية موجبة وسالبة؟ لحسن الحظ استطاع أشخاص غاية في الذكاء، من أمثال كانتور، الاشتغال على هذه المسألة والعثور على مطابقة بسيطة، كما هو مبيّن هنا:

...	ن2	1- ن2	...	5	4	3	2	1	0	**N**
...	- ن	ن	...	3	-2	2	-1	1	0	**Z**

بتقسيم N إلى أعداد زوجية وأعداد فردية نجعل الأعداد الفردية من N تطابق الأعداد الموجبة من Z، ونجعل الأعداد الزوجية من N تطابق الأعداد السالبة من Z. ولأننا لن نصل أبدًا إلى نهاية الأعداد الفردية أو الزوجية، فإن كل عدد في Z سوف يجد نظيره. هذا على وجه الضبط ما فعلناه في فندق هلبرت، حين خصصنا الغرف ذوات الأرقام الزوجية لفئة النزلاء القدماء اللامتناهية، وخصصنا الغرف ذوات الأرقام الفردية لفئة الضيوف الجدد اللامتناهية.

دعونا الآن ننظر إلى فئة كبيرة حقيقة. اعتبر فئة N ´ N المؤلفة من أزواج مرتبة من الأعداد الطبيعية، أي فئة الأزواج > مـ، ن<، حيث مـ ون عددان طبيعيان. بالنسبة لكل مـ، توجد نسخة من الأعداد الطبيعية:

> مـ0<، > مـ، 1<، > مـ، 2<، > مـ، 3<،...

ولأن هناك عددًا لامتناهيًا من مـ، فإن N ´ N تتألف من نسخ عددها لامتناه من N. أما الأعداد الصحيحة، Z، فلديها نسختان من N، واحدة للأعداد الموجبة والأخرى للأعداد السالبة. في المقابل، لدى هذه الفئة N × N عدد لامتناه من النسخ. يخبرنا حدسنا أن لهذه الفئة عناصر أكثر بكثير من N. لكن حدسنا خاطئ! لقد كان كانتور شخصًا غاية في الذكاء وكان قادرًا على العثور على مطابقة بين الفئة N والفئةN ´ N ويمكن وصف المطابقة على النحو التالي:

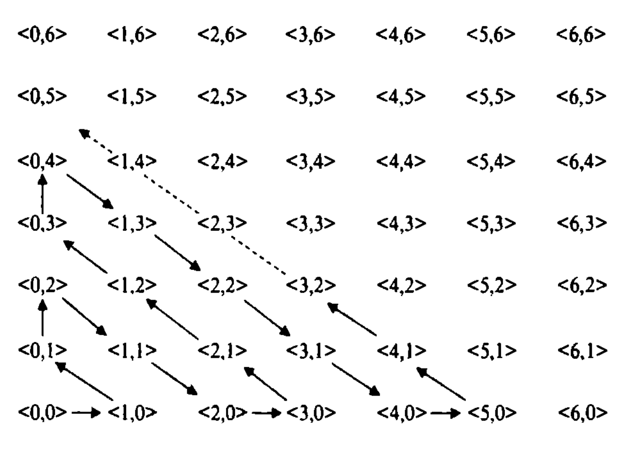
...	5	4	3	2	1	0	*N*
...	0< ، ـ>2	1< ، ـ>1	2< ، ـ>0	1< ، ـ>0	0< ، ـ>1	0< ، ـ>0	*N* x *N*

ولترى هذه المطابقة بوضوح، اعتبر الأعداد الطبيعية خطًا طويلًا من الأعداد، كما هو مبيّن في الشكل 4،1.

0 → 1 → 2 → 3 → 4 → 5 → ... n ...

الشكل 4.1: N ثعبان طويل بلا لا نهاية.

بكتابة الفئة N ´ N كما في الشكل 4،2، دع الأعداد الطبيعية «تزحف كثعبان» متلمسة طريقها عبر N ´ N بطريقة متعرجة.



الشكل 4.2: مطابقة بين N و N ´ N

ولأن هذه الفئات لامتناهية وليس لدينا سوى قدر متناه من الورق، لا نستطيع عرض المطابقة بأكملها. غير أننا بتطبيق هذه النموذج بتسنى لكل زوج مرتب، بما في ذلك <303،1227>، أن يتطابق في النهاية مع عدد طبيعي ما في N. ولأسباب واضحة يوصف هذا الإثبات أحيانًا بالإثبات المتعرج. باختصار، N ´ N تتساوى من حيث الحجم مع N وحجمها هو $\aleph_0$.

ماذا عن Q، فئة الأعداد المُنطقة؟ لا ريب في أن عدد الكسور أكبر من الأعداد الطبيعية! ففي النهاية كل ن في N هو ببساطة ن/1 في Q. ولهذا فإن لدى Q نسخة من N في داخلها:

1/0، 1/1، 1/2، 1/3، ...

لكن Q تتألف أيضًا من

ز/2، ز/3، ز/4، ...

ودعونا لا ننس الكسور السالبة:

-/2 ز، -/3 ز، -/4 ز، ...

وفضلًا عن ذلك، لاحظ أن هناك بين كل كسرين، 3/5 و4/5 مثلًا، كسر آخر: 7/10. ونستطيع أن نستمر في هذا: فبين 3/5 و7/10 هناك 20/13. يبدو واضحًا أن عدد الأعداد المُنطقة أكبر بكثير من عدد الأعداد الطبيعية. ولكن، بحلول هذا الوقت، لا بد أنك بدأت في توقع غير المتوقع. قد يبدو أن عدد الأعداد المُنطقة أكبر بكثير من عدد الأعداد الطبيعية، لكن حجمهما في واقع الأمر متساويان. سوف نثبت هذا عبر عرض مطابقة بين N و Q كما هو مبيّن في الشكل 4.3

0/5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	6/5
0/4	1/4	2/4	3/4	4/4	5/4	6/4
0/3	1/3	2/3	3/3	4/3	5/3	6/3
0/2	1/2	2/2	3/2	4/2	5/2	6/2
0/1	1/1	2/1	3/1	4/1	5/1	6/1
-0/1	-1/1	-2/1	-3/1	-4/1	-5/1	-6/1
-0/2	-1/2	-2/2	-3/2	-4/2	-5/2	-6/2
-0/3	-1/3	-2/3	-3/3	-4/3	-5/3	-6/3
-0/4	-1/4	-2/4	-3/4	-4/4	-5/4	-6/4
-0/5	-1/5	-2/5	-3/5	-4/5	-5/5	-6/5

الشكل 4.3: مطابقة بين N وQ

مرة أخرى، الأعداد الطبيعية «تزحف كثعبان» حول الكسور وتلدغ كل كسر. أحيانًا يوصف هذا الإثبات بإثبات القلادة. أتدري لماذا؟

غير أن هناك مشكلة طفيفة هنا. ثمة تكرارات لأعداد مُنطقة في قائمة الشكل 4.3. قيمة العدد المُنطق 4/7 تساوي قيمة العدد المُنطق 8/14. فهل ترانا نطابق حقيقة مع فئة الأعداد المُنطقة؟ الحال أننا نقوم بشيء أصعب من هذا: إننا نطابق بين N وفئة أكبر من الأعداد المُنطقة. غير أن هناك سبلًا للمطابقة مع فئة الأعداد المُنطقة وحدها، بأن نجعل ثعباننا يقفز فوق الكسور التي سبق له لدغها.

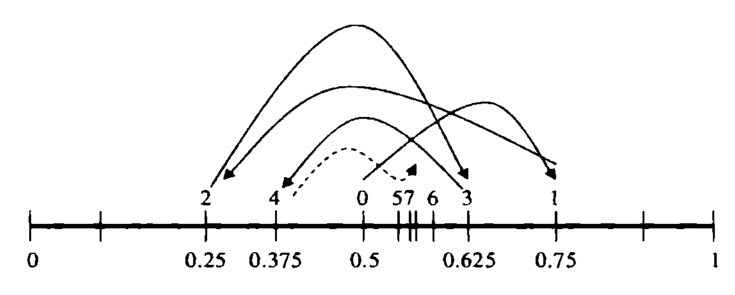
نخلص إلى أن الكثير من الفئات التي تبدو أكبر إلى ما لا نهاية من الأعداد الطبيعية تتساوى في حقيقة الأمر معها. ولكن هل هناك أي فئة لامتناهية أكبر بالفعل من الأعداد الطبيعية؟

4.3 هل ثمة أكبر؟

أثناء قراءة الجزء الأخير، قد يستنتج القارئ أنه يمكن، بما يكفي من المهارة، مطابقة كل فئة لامتناهية بالأعداد الطبيعية. الواقع أن كانتور نفسه اعتقد هذا لفترة من الوقت... إلى أن فحص الأعداد الحقيقية.

اعتبر كانتور فئة جزئية من الأعداد الحقيقية تتألف من الأعداد بين 0 و1. يشار إلى هذه الفئة الجزئية بـ (0، 1)،[1] وهي تشمل أعدادًا من قبيل 0،43905346...، 0،5، ...0،373468، إلخ. وقد حاول أن يجد مطابقة بين الأعداد الطبيعية N والفئة (0، 1). وكان يبحث عن حيلة مشابهة للإثبات المتعرج أو إثبات القلادة الذي رأينا في الجزء السابق أنه فعال تمامًا. لعلنا نستطيع أن نجعل الأعداد الطبيعية «تزحف كثعبان» متلمسة طريقها عبر كل نقطة في الفئة (0، 1)، كما هو مبيّن في الشكل 4.4.

(1) يجب ألا تعتبر الفئة (0، 1) زوجين مرتبين مؤلفين من العدد 0 و1، فهي تشير إلى فترة في كل الأعداد الحقيقية بين العددين 0 و1.



الشكل 4.4: محاولة (فاشلة) لإجراء مطابقة بين N و(0، 1)

الأعـداد فوق الخط هي الأعـداد الطبيعية، والأعـداد تحت الخط هي الأعداد الحقيقية المطابقة معها. ويمكن كتابة هذه المطابقة على النحو التالي

N(0، 1)

...00,500000

...10,750000

...20,250000

...30,625000

...40,375000

..

ولكن هذه المطابقة المفترضة لا تحقق الغاية منها. الواقع أن كل حيلة جرّبها كانتور لإثبات أن الأعداد الطبيعية تتطابق مع (0، 1) منيت بالفشل. في كل مرة كان يجد أن عنصرًا ما في (0، 1) مفقود في محاولة المطابقة.

فشل كانتور في العثور على مطابقة لكنه نجح في إثبات ما هو أكثر

أهمية: ليست هناك مثل هذه المطابقة[1]. وبدلاً من قول إنه لم يكن ماهرًا بما يكفي للعثور على مطابقة، أثبت أن ليس بمقدور أحد، مهما كانت مهارته، العثور على مثل هذه المطابقة، لأنه لا وجود لها أصلًا. وبإثبات أنه لا وجود لمطابقة بين الأعداد الطبيعية و(0، 1) برهن كانتور على أن الفئة (0، 1) أكبر من الفئة N. بعد قليل سوف نعرض هذا الإثبات الأنيق والبسيط بكل مجده.

توصف الفئات التي تتساوى حجمًا مع الأعداد الطبيعية بأنها لامتناهية عدودة. نستطيع على الأقل البدء في عدّ مثل هذه الفئات. وسوف تساعدنا المطابقة مع الأعداد الطبيعية على عدّها. وقد رأينا في الجزء الأخير أن الفئات N ´ N، Z، P، E، N وQ كلها لامتناهية عدودة. وعلى منوال هذا الاستدلال، توصف الفئات اللامتناهية التي لا سبيل لمزاوجتها مع الأعداد الطبيعية بأنها لامتناهية بشكل غير قابل للعدّ [لاعدودة]، إذ ليس في الوسع حتى البدء في عدّ عناصرها. سوف نثبت أن (0، 1) لامتناهية لاعدودة. والفئات اللامتناهية اللاعدودة أكبر بكثير من الفئات اللامتناهية العدودة.

نتيجة كانتور هي أول إثبات على وجود أنماط أو مستويات مختلفة من اللاتناهي، وهذا مضاد للبداهة بشكل متطرف. ففي النهاية، من كان له أن يعتقد أن هناك أنماطًا مختلفة من «الاستمرار في الذهاب إلى الأبد»؟ غير أن هناك في واقع الحال مثل هذه الأنماط. بتطبيق التعريف المنطقي لما يعنيه تساوي الفئات، خلص كانتور إلى هذه النتيجة الجذرية. مرة أخرى - ولا سبيل للمبالغة في توكيد هذا - تُستخدم هذه التمييزات بين مستويات مختلفة من اللامتناهيات في كتب حساب التفاضل والتكامل التدريسية الحديثة. وبهذه المعرفة في أذهانهم، يشيّد المهندسون وعلماء الفيزياء الجسور ويصنعون الصواريخ. سوف يكون من الحمق أن تعبر جسرًا معلقًا حديثًا لو أنك عرفت أن المهندس لم يكن يثق في أعمال كانتور. ومهما كان قدر معارضة المستويات المختلفة من اللاتناهي للبداهة، فإنها أساسية لفهمنا للكون.

الإثبات الفعلي برهان خلف. كي يثبت كانتور أنه لا وجود لمطابقة بين N وكل (0، 1)، افترض (خطأ) وجود مثل هذه المطابقة وخلص إلى تناقض.

---

(1) صّرح كانتور بهذه النتيجة الصادمة في رسالة بعث بها إلى صديقه رتشارد ديديكند (1831-1916) كتبها يوم 7 ديسمبر عام 1873. ويمكن اعتبار هذا اليوم بداية نظرية الفئات الحديثة.

باستخدام الإطار المطبق في الفصل 1، نقول:

توجد مطابقة بين N و(0، 1) ← تناقض.

التناقض المشتق هو عدد حقيقي بين 0 و1 لا يُزاوج مع أي عنصر في المطابقة المقترحة. ولأننا افترضنا أن المطابقة تزاوج كل عدد حقيقي بين 0 و1، فإن لدينا تناقضًا.

بأسلوب غير صوري، يبدأ الإثبات بوصف عدد حقيقي بين 0 و1 لا وجود له في المطابقة المعنية.

وبتعبير أدقّ، يختلف هذا العدد الحقيقي عن كل عدد آخر في المطابقة المعنية.

يعرف هذا الإثبات بالإثبات القطري وهو يسير على النحو التالي. افترض أن هناك نوعًا من المطابقة المتخيلة بين الأعداد الطبيعية وكل عنصر في الفئة (0، 1). يمكن توضيح مثل هذه المطابقة كما هو مبيّن في الشكل 4.5.

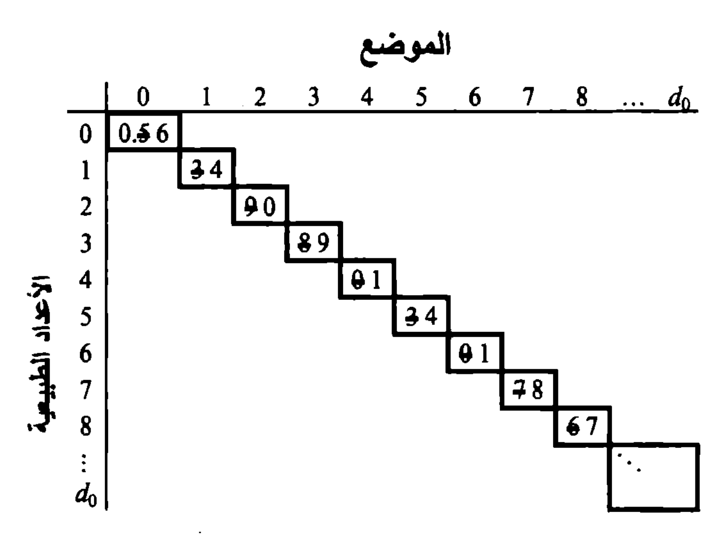
(1،0)
الموضع

الأعداد الطبيعية

N		0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
0	0.	5	0	3	0	3	2	0	0	0	...
1	0.	3	3	5	9	7	3	8	6	8	...
2	0.	2	5	9	4	1	1	7	8	3	...
3	0.	0	5	2	8	2	8	2	6	4	...
4	0.	5	0	0	0	0	0	0	0	0	...
5	0.	3	3	3	3	3	3	3	3	3	...
6	0.	9	9	1	1	2	3	0	4	1	...
7	0.	1	2	2	7	1	9	6	7	0	...
8	0.	1	0	5	4	1	7	3	5	6	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

الشكل 4.5: مطابقة مزعومة بين N و(0، 1)، وقطرها

على اليسار توجد الأعداد الطبيعية، وعلى اليمين نكتب العدد العنصر في (0، 1) المزاوَج معه. في هذه المطابقة المزعومة نصف عددًا لا يرد في القائمة. سوف يكون هذا العدد عددًا حقيقيًا بين 0 و1 ويرمز له بالحرف D [اختصار diagonal (قطري)]. D مشتق من المطابقة المزعومة كما هو مبيّن في الشكل 4.5



الشكل 4.6: وصف للعدد D غير الموجود في المطابقة المزعومة.

وفق هذا فإن العدد D هو 0.640914187...، وهو ضمن (0، 1)، لكنه ليس موجودًا في هذه المطابقة. دعونا نبحث عنه:

- يستحيل أن يُطابق D مع 0 لأن العدد 0 في الموضع 0 هو 5 والعدد D في الموضع 0 هو 6.
- يستحيل أن يُطابق D مع 1 لأن العدد 1 في الموضع 1 هو 3 والعدد D في الموضع 0 هو 4.
- يستحيل أن يُطابق D مع 2 لأن العدد 2 في الموضع 2 هو 9 والعدد D في الموضع 2 هو 0.
- يستحيل أن يُطابق D مع 3 لأن العدد 3 في الموضع 3 هو 8 والعدد D في الموضع 3 هو 9.
- إلخ.
- يستحيل أن يُطابق D مع d0لأن العدد d0في الموضع d0هو س والعدد D في الموضع d0ليس س.
- إلخ.

ولأن D ليس موجودًا في هذه المطابقة، نستنتج أن المطابقة المزعومة ليست مطابقة إطلاقًا. الواقع أن ما قمنا به هو وصف D مختلف في كل صف في المطابقة المزعومة. لاحظ أن D ليس العدد الوحيد الذي لا يظهر في المطابقة. ولكي تعثر على مثل هذه الأعداد الأخرى، كل ما يلزمك القيام به هو أن تغير بطريقة نسقية عددًا في إحدى الخانات في كل صف. بالقيام بهذا سوف تعثر على أعداد يستحيل أن تكون مماثلة في أي صف. في السابق قمنا بتغيير كل صف بتغيير العنصر عبر القطر، ولكن كان في وسعنا القيام بهذا بطريقة مختلفة. فضلًا عن ذلك، قمنا بالتغيير عبر إضافة 1 إلى العدد (باستثناء العدد 9، الذي غيرناه إلى 0). غير أن هناك طرقًا أخرى لتغيير الأعداد.

ولنا أن نصف مطابقة ممكنة أخرى يظهر فيها العدد D. لكن الحيلة نفسها قابلة أيضًا لأن تطبق في هذه المطابقة. سوف يكون هناك عدد آخر 'D بين 0 و1 يلزم أن يكون في المطابقة لكنه ليس فيها. وسوف تعوز كل مطابقة عناصر في (0، 1)[1].

نختتم بقول إن هناك عددًا هائلًا في (0، 1) لا يزاوج في أي مطابقة معطاة وهو أكبر بكثير من تلك التي تتم مزاوجتها. وهذا يعني أن الفئة (0، 1) أكبر بكثير من فئة الأعداد الطبيعية. الفئات اللامتناهية اللاعدودة ضخمة مقارنة بالفئات اللامتناهية العدودة. سوف نعود مرارًا في هذا الكتاب إلى هذه الحقيقة. سوف نثبت أن العديد من الفئات لامتناهية عدودة، وهي صغيرة مقارنة بالفئات اللامتناهية اللاعدودة. الراهن أننا حين «ننقص» فئة لامتناهية عدودة من فئة لامتناهية لاعدودة، تظل لدينا فئة لامتناهية لاعدودة.

وهناك فئات لاعدودة أخرى. اعتبر الفئة الأسية للأعداد الطبيعية $\wp$ (N) - أي فئة كل فئات N. لقد رأينا أن حجم $\wp$ (N) بالنسبة للفئات المتناهية التي تتألف كل منها من العدد ن من العناصر هو 2ن. قد نحسب أن هناك حيلة تطبق على الفئة اللامتناهية تثبت أن هناك مطابقة بين الفئة وفئتها الأسية. لكن هذا غير صحيح. يستحيل وجود مطابقة بين الفئة وفئتها الأسية.

يتبين هذا أيضًا باستخدام برهان الخلف:

توجد مطابقة بين N و $\wp$(N) ← تناقض.

(1) عرضت في الجزء 2.3 مفارقة رتشارد حول العبارات التي تصف أعدادًا طبيعية. ويجب أن يتضح الآن أن الإثبات القطري كان في الذهن حين اقترحت مفارقة رتشارد.

يُشتق التناقض عبر وصف فئة جزئية من الأعداد الطبيعية – أي عنصر في $\wp$ (N) – ليست موجودة في المطابقة المقترحة. ولأننا افترضنا أن المطابقة تزاوج كل فئة جزئية من الأعداد الطبيعية، فإن لدينا تناقضًا.

بأسلوب غير صوري، يبدأ الإثبات بوصف فئة جزئية من الأعداد الطبيعية ليست في المطابقة المعنية.

بتعبير أدق هذه الفئة الجزئية من الأعداد الطبيعية مختلفة عن كل فئة جزئية من الأعداد الطبيعية معطاة في المطابقة.

صوريًا، يمكن تبيان هذا باستخدام برهان قطري. افترض أن هناك مطابقة بين N و $\wp$ (N) - أي توجد طريقة لمطابقة كل عدد طبيعي n مع فئة جزئية من N. بدلًا من ذكر عناصر الفئة الجزئية، سوف نقول Yes [نعم] أو No [لا] وفقًا على ما إذا كان العنصر موجودًا في الفئة الجزئية. ويمكن توضيح وصف المطابقة بالشكل 4.7.

الأعداد الطبيعية

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
0	Yes	No	No	No	Yes	No	Yes	Yes	Yes	...
1	Yes	No	Yes	No	No	Yes	No	No	No	...
2	No	No	Yes	No	No	Yes	No	No	No	...
3	No	Yes	No	Yes	No	No	No	No	Yes	...
4	Yes	No	Yes	Yes	No	No	Yes	No	Yes	...
5	No	No	No	No	No	No	No	No	No	...
6	No	No	No	No	No	Yes	No	No	No	...
7	No	Yes	No	No	No	Yes	No	Yes	Yes	...
8	No	No	No	No	No	No	No	No	No	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

الشكل 4.7: مطابقة مزعومة بين N و $\wp$ (N)، وقطرها

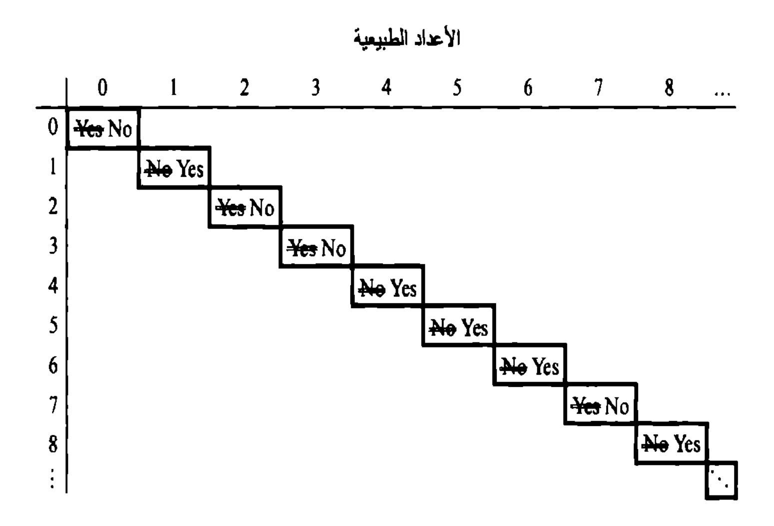
دعونا نعاين بعض الفئات الجزئية. الفئة التي تزاوج 1 تشمل 0، ولا تشمل 1، وتشمل 2، وتشمل 5، وهكذا. ولهذا فإن هذه الفئة هي

{0، 2، 5، ...}.

والفئة التي تزاوج العدد 7 هي

{1، 5، 7، 8، ...}.

يستحيل على هذه المطابقة أن تشمل كل فئات N الجزئية. بالنظر إلى القطر نستطيع أن نجد فئة جزئية ليست في القائمة. دعونا ننظر إلى عكس ما هو موجود في القطر، كما هو مبيّن في الشكل 4،8



الشكل 4.8: فئة من N ليست في المطابقة المزعومة

الفئة D

- لا تشمل 0 لأن الفئة التي تزاوج العدد 0 تشمل 0؛
- تشمل 1 لأن الفئة التي تزاوج العدد لا تشمل 1؛

- لا تشمل 2 لأن الفئة التي تزاوج العدد 2 تشمل 0؛
- لا تشمل 3 لأن الفئة التي تزاوج العدد 3 تشمل 0؛
- .
- .
- .
- تشمل d0 إذا وفقط إذا كانت الفئة التي تزاوج العدد d0 لا تشمل d0؛
- .
- .

الواقع أننا نصف فئة جزئية من الأعداد الطبيعية:

D = {د في N: الفئة الجزئية التي تزاوج d لا تشمل d }.

والزعم هو أن D لا تزاوج أي عنصر في الأعداد الطبيعية. لو قيل إن الفئة الجزئية D تزاوج العدد d0 فلنرى ما إذا كان d0 موجودًا في D.

d0 في D إذا وفقط إذا لم تكن d0 في D.

وهذا تناقض. ومن هذا نخلص إلى أن الفئة الجزئية D تختلف عن الفئة الجزئية المطابقة للعدد d0. الراهن أن D تختلف عن أي فئة جزئية في المطابقة المقترحة. ولهذا فإن مزاوجتنا تفتقد إلى فئة جزئية واحدة على الأقل.

لاحظ أن الأعداد الطبيعية لم تقم بدور رئيس في الإثبات الأخير. ذلك أننا نستطيع تعميم هذا الإثبات بتبيان أنه بالنسبة إلى أي فئة S، تستحيل مطابقة فئة S الأسية مع S. أي أن هناك عددًا من الفئات الجزئية يفوق عناصر الفئة. ويتطابق هذا بشكل أنيق مع زعمنا بخصوص قيود الإحالة الذاتية. تستحيل «مطابقة» أو «وصف» أو «تناول» كل عناصر الفئة S لكل الخصائص العنصرية التي تختص بها الفئة S.

يسير الإثبات القصير على النحو التالي: تخيل (خطأ) أن هناك مطابقة بين S و $\wp$ (S). اعتبر الآن الفئة

D = { d في S: الفئة الجزئية من S التي تزاوج d لا تشمل d}.

D فئة جزئية من S ولذا فإنها عنصر في ℘ (S) لكنها لا تزاوج أيا من عناصر S. الواقع أن D تقول هذه الفئة الجزئية مختلفة عن أي فئة جزئية في المطابقة.

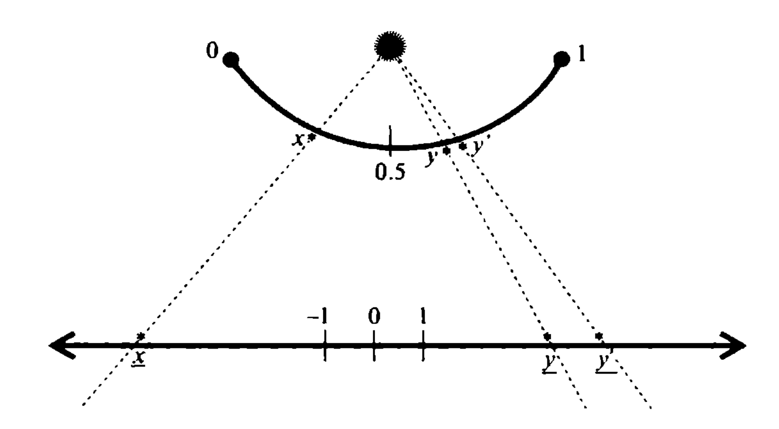
إذا زعمت (خطأ) أن هناك d0 في S تزاوج مع D، فانظر في العنصر d0:

d0 في D إذا وفقط إذا لم تكن d0 في D.

هذا تناقض ونخلص إلى D ليست في المطابقة. ولهذا فإن ℘ (S) أكبر من S.

لقد أثبتنا أن كلًا من (0، 1) و℘ (N) أكبر من N. والراهن أن هناك مطابقة (لن أصفها) بين هاتين الفئتين تثبت أنهما متساويتان من حيث الحجم. ولأن الفئة الأسية للفئة من الحجم ن تساوي 2نـ، وحجم N هو ℵ0، فإن حجم ℘ (N) هو 2 أس ℵ0. ولأن هذا هو أيضًا حجم الفترة المتصلة (0، 1)، فإنها تسمى أيضًا بـ «كاردينالتي المتصل».

لماذا نقصر أنفسها على (0، 1)؟ ماذا عن فئة الأعداد الحقيقية R بأسرها؟ يبدو أن فئة الأعداد الحقيقية بأسرها أكبر بكثير من (0، 1)، لأن الأعداد الحقيقية تشمل أيضًا الفترات (1، 2)، و(2، 3). ولا تنس الفترات السالبة مثل (-23، -18). الأعداد الحقيقية تشمل نسخًا لامتناهية من (0، 1). ولكن وفق تعريفنا لما يعنيه تساوي أحجام الفئات، نستطيع أن نثبت أن حجم (0، 1) يساوي حجم R. الاسم الصوري لهذا الإثبات هو الإثبات عبر الإسقاط المجسم، لكني أفضل تسميته بإثبات أشعة الشمس. الإثبات في أساسه هو الشكل 4.9.



الشكل 4.9: المطابقة بين (0، 1) وR

اعتبر الشمس في البداية، ساطعة ولامعة تمامًا، وضعها في أعلى صورتك. بعد ذلك اعتبر الفترة (0، 1) وانثها حول الشمس. اعتبر الآن خط الأعداد الحقيقية الذي يمثل الفئة R وضعه أسفل الصورة. لاحظ أن خط الأعداد الحقيقية يستمر يمينًا ويسارًا إلى الأبد. وصف المطابقة بين (0، 1) وR كالتالي: بالنسبة إلى كل نقطة x في (0، 1)، ارسم خطًا مستقيمًا من الشمس عبر x ودعه يمرّ عبر R. النقطة التي يعبر فيها هذا الخط R سوف تزاوج ـسـ وسوف نشير إليها بالرمز x. كي ترى أن هذه مطابقة جيدة، يكفيك أن تلحظ أن هناك نقطتين مختلفتين y وy* في (0، 1) سوف يذهبان إلى نقطتين مختلفتين y وy* في R. ولكي تثبت أن كل نقطة z في R سوف تكون في هذه المطابقة يكفيك رسم خط مستقيم من النقطة z في R إلى الشمس. سوف يمرّ هذا الخط عبر نقطة متفردة في (0، 1). والنتيجة هي أن هناك مطابقة بين (0، 1) وR، ومن ثم فإنهما متساويان حجمًا.

لقد أثبتنا أن هناك بالفعل طريقتين لإثبات أن لفئة لامتناهية حجمًا أكبر من $\aleph_0$. في الوسع أولًا صياغة حجة قطرية تثبت أنه ليست هناك مطابقة بين الفئة والأعداد الطبيعية. وفي الوسع ثانيًا إثبات أن هناك مطابقة بين الفئة وفئة أخرى نعرف مسبقًا أن لها كارديناتلي [حجم] أكبر من $\aleph_0$.

وصفنا العديد من الفئات اللامتناهية من ذوات الحجم $\aleph_0$. وقد رأينا أيضًا عدة فئات لامتناهية ذات الحجم $2^{\aleph_0}$. والسؤال الواضح هو ما إذا

كان هناك أي شيء أكبر من $2^{\aleph_0}$. والإجابة هي نعم. الفئة الأسية للفئة أكبر من الفئة. ومن هذا يمكن أن نرى أن فئة (0، 1) الأسية، التي نرمز إليها بـ $\wp$(0، 1) لا تطابق الفئة (0، 1). أي أن فئة الفئات الجزئية الخاصة بفترة الوحدة (0، 1) أكبر من (0، 1). وحجم هذه الفئة هو 2 أس 2 $\aleph_0$. من الصعب على الذهن تخيّل مثل هذه الفئة. حاول أن تدوّن بعض العناصر.

وبالطبع ليس هناك مبرر للتوقف هنا. نستطيع الاستمرار في استخدام دالّة الفئة الأسية في وصف فئات أكبر حجمًا. ولا واحدة من فئات مستويات اللاتناهي المختلفة يمكن أن تطابق مع فئة أخرى من هذه الفئات.

4.4 القابل وغير القابل لأن يُعرف

أفكار نظرية الفئات التي وصفتُ في الأجزاء الثلاثة الأولى وجيهة ومعقولة تمامًا. لسوء الحظ فإنها تعاني من خطأ صغير لكنه قاتل: نظرية الفئة، كما عبّرنا عنها حتى الآن، ليست متسقة. وهذا يعني أننا نستطيع بلغة نظرية الفئات التي استخدمنا أن نشتق تناقضات. وأول من أشار إلى هذا هو برتراند رسل (1872-1970) في رسالة بعثها بتاريخ 16 يونيو 1902 إلى غوتلوب فريغه (1848-1925) أوضح فيه أول مرة تناقضًا بسيطًا في نظرية الفئات الأساسية. يُسمى هذا التناقض بمفارقة رسل. وعلى الرغم من أنه سبق لنا أن وقفنا على هذه المفارقة في الجزء 2.2، من المفيد أن نذكّر أنفسنا بفكرتها.

في الوسع أن نناقش العديد من الفئات. اعتبر الفئة

H = {ب، ت، {جـ، حـ}}.

تتألف هذه الفئة من ثلاثة عناصر؛ عنصران منها هما الحرفان ب، ت، والعنصر الآخر هو الفئة {جـ، حـ}. اعتبر الآن الفئة

J = {ب، ت، J}.

هذه أيضًا فئة تشمل ثلاثة عناصر، لكن أحد هذه العناصر هو الفئة نفسها! اعتبر الآن الفئة التالية، التي سوف نسميها R على اسم رسل:

R = فئة الفئات التي لا تشمل نفسها.

لهذا فإن H أعلاه عنصر في R، لكن J ليست عنصرًا في R. اسأل الآن

السؤال البسيط التالي:

هل R عنصر في نفسها؟

لو كانت R عنصرًا في نفسها، للزم وفق شرط كون الشيء عنصرًا في R ألا تكون R عنصرًا في نفسها. في المقابل، لو لم تكن R عنصرًا في نفسها، لاستوفت شرط كون الشيء عنصرًا في R، ولكانت R عنصرًا في R. ولهذا فإن لدينا تناقضًا ما يثبت أن الصورة الساذجة من نظرية الفئات التي وصفنا ليست متسقة. وقد كانت هذه صدمة كبيرة للبُحاث في ذلك العصر. ذلك أن التناقض ضمن أي نسق يجعله عديم الجدوى.

هذه مفارقة. لقد صادرنا على افتراض وانتهيا بتناقض. الافتراض الخفي الذي صادرنا عليه هو أن هناك، بالنسبة لكل وصف، فئة من العناصر التي تشمل الأشياء الموصوفة. هذا صحيح معظم الوقت لكنه ليس صحيحًا دائمًا. مثل هذا، إذا أفكرتُ في الخاصية أحمر، سوف يكون بمقدوري تشكيل فئة تتألف من كل الأشياء الحمراء. وبالنسبة لوصف سيارات الكاديلاك الحمراء، هناك فئة سيارات الكاديلاك الحمراء. لكن الوصف «لا يشمل نفسه» لا يطابق فئة الأشياء التي لا تشمل نفسها. إنه يفضي بنا إلى تناقض، ولهذا يجب علينا توخي الحذر.

لتجنب التناقضات التي تكون على شاكلة مفارقة رسل، حاول البُحاث صورنة بعض أفكار نظرية الفئات ووضع قيود على نمط الفئات التي يمكن أن توجد. وقد أُنجز هذا عبر تطوير نسق بدهيات [أكسيومات] بيّنة بذاتها، وباستخدام هذه البدهيات في إنتاج مبرهنات حول الفئات.

من بين أنساق البدهيات نسق صاغه إرنست زرميلو (1871-1956) وإبراهام فرانكل (1891-1965). وهذا النسق، الذي أصبح يعرف باسم نظرية فئات زرميلو-فرانكل، هو الأهم في الحقل[1]. بدهيات نظرية فئات زرميلو-فرانكل هي التالية:

1. بدهية الماصدقية: تتماهى الفئتان إذا تألفتا من العناصر ذاتها.

2. بدهية المزاوجة: بالنسبة إلى أي سـ وصـ، توجد الفئة {سـ، صـ}.

(1) هناك الكثير من الأنساق البدهية الأخرى إلى جانب نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات، ولكن معظمها معروفة على أنها بقوة نظرية زرميلو-فرانكل في حساب الفئات. وهذا يعني أن ما يمكن إثباته في نظرية زرميلو-فرانكل في حساب الفئات يمكن إثباته في الأنساق الأخرى، والعكس بالعكس. ولهذا سوف أقتصر على نقاش زرميلو-فرانكل في حساب الفئات.

3. بدهية اختيار الفئات الجزئية (وتسمى أيضًا بدهية الاشتمال): إذا كانت X فئة، وزِ خاصية تصف عناصر بعينها في X، فإن هناك فئة جزئية Y من X لا تشمل سوى العناصر سـ في X التي تختص بهذا الخاصية زِ، وهذا يعني أن

Y = {سـ في X |φ (سـ) صادقة}.

(يكاد هذا يقول إنه إذا كانت لديك خاصية، «الحمرة» مثلًا، فإن لديك فئة تتألف من الأشياء الحمراء. غير أننا نحتاج إلى تقييد هذه البدهية وإلا واجهنا صعوبة مع مفارقة رسل عبر النظر ببساطة إلى الخاصية «لا يشتمل على نفسه». إننا لا نستطيع التحدث عن فئة جزئية من «كل شيء»، بل نستطيع فحسب التحدث عن فئة جزئية من شيء ما. ولهذا فإننا لا نستطيع أن نقول، بالنسبة إلى الخاصية زِ، ان

Y = {سـ |φ (سـ) صادقة}

فئة، بل يجب علينا قصر هذا على فئة بعينها X).

4. بدهية الاتحاد: اتحاد فئة الفئات فئة.

5. بدهية الفئة الأسّية: بالنسبة إلى أي فئة X، فئة X الأسّية فئة أيضًا.

6. بدهية اللاتناهي: توجد فئات تتألف من عدد لامتناه من العناصر.

7. بدهية الاستبدال: إذا كانت F دالّة – أي طريقة في تعيين عناصر من فئة إلى أخرى – و X فئة، فإن F (X)، أي فئة قيم F، فئة أيضًا.

F (X) = { F(سـ) في X}.

بدهية الانتظام (وتسمى أيضًا بدهية التأسيس): ليست هناك متراجعة لامتناهية تتألف من فئة تشمل فئة تشمل فئة... بتعبير اصطلاحي، كل فئة غير خالية X تشمل عنصرًا Y بحيث تكون X و Yفئتين مختلفتين.

وهناك سؤال فلسفي مهم يجب طرحه. تمنعنا نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات من نقاش أو قبول فئات بعينها. إننا لا نستطيع أن نعتبر سوى تشكيلات بعينها فئات، ولا يُسمح لنا باعتبار تشكيلات أخرى فئات. هل هذا يعني أن هذه التشكيلات الأخرى لا وجود لها؟ أليست هي الأخرى فئات؟ نعم، من الجيد أن نتجنب التناقضات، ونحن نحبذ الأنساق الخالية من الأخطاء، ولكن هل نتعامل بشكل صحيح مع ما يوجد

بالفعل؟ أم ترانا تخلصنا من أشياء يجدر بنا الاحتفاظ بها؟

الحقيقة المدهشة حول نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات هي أنه يمكن صياغة الجزء الأعظم من الرياضيات الحديثة باستخدام فئات وهذه البدهيات البسيطة. في دائرة معارف شاملة للرياضيات نجد الملاحظة التالية: «نعرف الآن أنه بالإمكان، من وجهة نظر منطقية، اشتقاق الرياضيات الراهنة، كلها تقريبًا، من مصدر واحد: نظرية الفئات»[1]. بتعبير آخر، يمكن اعتبار معظم الرياضيات قائمة على أساس هذا العدد القليل من البدهيات. لا يفكر معظم علماء الرياضيات العاملين في العادة في البدهيات، ولا يهتمون بما إذا كان يمكن صياغة إنتاجهم عبر نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. غير أنه يمكن صياغة هذا الإنتاج، ببذل جهد قليل، باستخدام لغة نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. ومن هذا المنظور، يمكن اعتبار بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات بدهيات مجمل الرياضيات، ومن ثم بدهيات الاستدلال الدقيق هو نفسه.

السؤال الواضح هو ما إذا كانت نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات متسقة. ففي النهاية من بين الأسباب لصياغة نظرية الفئات في بدهيات هو التأكد من تجنب الإشكاليات، كمفارقة رسل وغيرها من التناقضات. وفيما يتعلق بالاتساق، ثمة خبر سار وآخر سيئ. الخبر السيئ هو أنه مرّ على نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات حوالي قرن ولم يُشتق منها بعد أي تناقض، ولا يبدو أن هناك من سوف يكتشف فيها تناقضًا في المستقبل. الخبر السيئ هو أنه من ضمن نتائج مبرهنتي غودل الشهيرتين في التمام (المناقشتين تفصيلًا في الجزأين 9.4، و 9.5) هو أن تمام نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات ليس قابلًا للإثبات ضمن الرياضيات القياسية. ولهذا فإننا لا نستطيع التيقن من أن نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات وكل الرياضيات الحديثة التي تستلزمها متسقة[2].

دعونا نفحص قضايا يمكن إثباتها وأخرى يستحيل إثباتها في نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. لقد أثبتنا في الجزء 4.2 أن هناك عددًا كبيرًا من الفئات التي تتساوى حجمًا مع الأعداد الطبيعية N. وفي الجزء 3 أثبتنا أن هناك العديد من الفئات التي تتساوى حجمًا مع الفئة (0، 1)، وأن هذه الفئات أكبر من N. السؤال الواضح الذي يثار هنا هو: هل هناك أي فئات

(1) Nicholas Bourbaki, "Aujord'hui qu'il est possible, logiquement parlant, de faire deriver toute la math é matique actuelle d' une source unique, la Thé orie des Ensembles" (*Théorie des ensembles* (Paris, 1954), 4).

(2) لخص واحد من أبرز المنظرين في القرن الأخير، أندري ول، هذا بأسلوب أنيق بقوله: «الله موجود لأن الرياضيات متسقة، والشيطان موجود لأننا لا نستطيع إثبات ذلك».

بين N و(0، 1)؟ أي هل هناك فئة لامتناهية S حيث N أصغر من S و S أصغر من (0، 1)؟ وما نسأل عنه في حقيقة الأمر هو ما إذا كان هناك شيء بين $\aleph_0$ و2 أس $\aleph_0$. هذا سؤال بسيط تمامًا. كل ما نود معرفته هو وجود فئة بعينها من حجم بعينه. إننا لا نبالي حتى بهوية عناصر هذه الفئة، بل شاغلنا الوحيد هو حجم الفئة. وكان كانتور أول من طرح هذا السؤال في ثمانينيات القرن التاسع عشر، وقد اعتقد أن الإجابة سلبية، وصاغ وسمّى تخمينه «فرضية المتصل»:

ليس هناك فئة حجمها بين N و (0، 1).

وعلى الرغم مما بَذل من جهود، لم يستطع كانتور إثبات تخمينه. وفي عام 1900، ألقى ديفيد هلبرت خطبة شهيرة سرد فيها 23 مسألة يشكل حلّها تحديات في القرن العشرين. وكانت فرضية المتصل أولها.

وفي عام 1940، أثبت كرت غودل (1906-1978) أن فرضية المتصل (بافتراض أن نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات متسقة) تتسق مع بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. وهذا يعني أنه ليس في الوسع اشتقاق تناقض من بدهيات نظرية زرميلوا-فرانكل في الفئات بمجرد إضافة بدهية تقر صدق فرضية المتصل. بتعبير آخر، هناك طريقة لتأويل البدهيات يجعل فرضية المتصل صادقة بحيث لا توجد فئة بين N و (0، 1).

وفي عام 1963 طرح بول كوهن (1934-2007)، الذي درس في جامعة بروكلن، إجابة نهائية عن هذه المسألة التي بلغ عمرها آنذاك ثمانين عامًا. لقد أثبت (بافتراض أن نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات متسقة) أن سلب فرضية المتصل يتسق مع بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. وهذا يعني أنه لا سبيل لاشتقاق تناقض من بدهيات زرميلو-فرانكل بمجرد إضافة بدهية تقر كذب فرضية المتصل. بتعبير آخر، هناك طريقة لتأويل البدهيات يجعل فرضية المتصل كاذبة بحيث توجد بالفعل فئة بين N و (0، 1).

بنتيجتي غودل وكوهن، لنا أن نقول إن فرضية المتصل «مستقلة» عن بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. وهذا يعني أن البدهيات لا تستطيع إثبات صدقها ولا تستطيع إثبات كذبها. لا سبيل للإجابة عن هذه الأسئلة باستخدام بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات، أو أي نظرية فئات مكافئة أخرى. وبهذه الاستقلالية عن البدهيات، لنا أن نسأل عما إذا كانت فرضية المتصل صادقة أم كاذبة حقيقة؟ هل هناك بالفعل فئة بين N و (0، 1).

فرضية المتصل مجرد فكرة من الأفكار الفاتنة في نظرية الفئات. ومن بين القضايا الأكثر إثارة في هذه النظرية ما يسمى «بدهية الاختيار». دعونا نبدأ بمعاينة مثل بسيط يستخدم فئات متناهية. اعتبر فئة كل مواطني الولايات المتحدة. يمكن تقسيم هذه الفئة إلى خمسين فئة غير متداخلة تناظر حقيقة أن الشعب الأمريكي يعيش في خمسين ولاية مختلفة[1]. ولنا أن نسأل عن فئة مفردة من المواطنين تتألف من عنصر واحد أو ممثل عن كل فئة جزئية. الطريقة البسيطة في تشكيل هذه الفئة هي اختيار حاكم كل ولاية بوصفه ممثلًا لها، أو اختيار أكبر أعضاء مجلس الشيوخ في الولاية، أو أكبر مواطنيها سنًا. ثمة خيارات عديدة متاحة لنا. ولكن ماذا لو كان لدينا تقسيم لفئة لامتناهية؟ هل يظل في وسعنا اختيار عنصر واحد من كل فئة جزئية؟ الأمور تبدو أكثر تعقيدًا في حالة الفئات اللامتناهية. تخيل أنه عرضت علينا فئة لامتناهية من أزواج الأحذية (وهذا مبعث قدر لامتناه من السرور). لنا أن نطلب حذاء من كل زوجي أحذية من كل أزواج الأحذية اللامتناهية. ويمكن لنا القيام بهذا عبر اختيار الحذاء الأيمن من كل زوجين. ولكن ماذا لو عُرض علينا عدد لامتناه من أزواج الجوارب حيث كل جورب مشابه تمامًا لزوجه؟ هل يظل في وسعنا اختيار واحد من كل زوجين؟ أي منهما؟ لا سبيل لوصف الدالة. قد يقال إن مثل هذا الاختيار ليس ممكنًا. سوف نرى أن افتراض أننا نستطيع دائمًا القيام بمثل هذا الاختيار مثير للمشاكل.

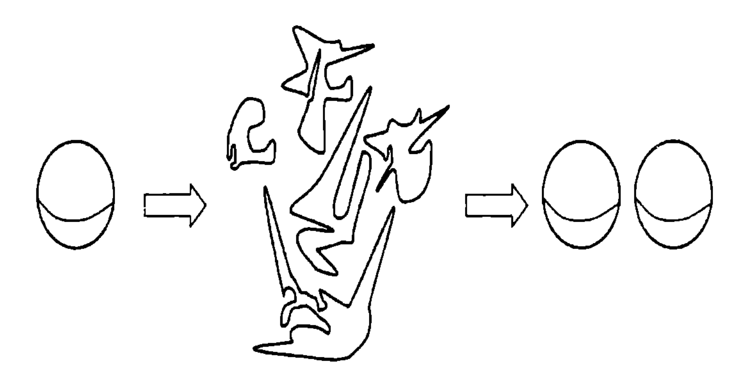
تقر بدهية الاختيار أنه بالنسبة إلى أي فئة، وبالنسبة إلى أي تقسيم لهذه الفئة إلى فئات جزئية غير متداخلة، يمكن دائمًا تشكيل فئة تشمل ممثلًا واحدًا عن كل فئة جزئية. يبدو هذا شرطًا لا تثريب عليه. بدهية الاختيار تصدق فيما يبدو بوضوح على كل فئة متناهية، لكنها إشكالية بعض الشيء في حالة الفئات اللامتناهية. هل يتضح أنه يمكن دائمًا تشكيل مثل هذه الفئة؟ لماذا نعجز عن تشكيلها؟ في عام 1963 أثبت بول كوهن ليس فقط أن فرضية الاتصال مستقلة عن بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات، بل أن بدهية الاختيار مستقلة هي الأخرى عن هذه البدهيات. وهذا يعني أننا لا نستطيع إثباتها ولا أن نستطيع إثبات نقيضها باستخدام نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات.

يعتقد كثير من علماء الرياضيات أن بدهية الاختيار «بيّنة بذاتها» بما

(1) سوف أتغاضى عن واشنطن د.سي. وكل الحالات الشاذة التي تجعل هذا المكان مثار أحكام غير معقولة.

يكفي ويجب أن تضاف إلى بدهيات نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات لوضع أساس لنظرية الفئات والرياضيات. وهم يسمون هذا البدهية الجديد نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات مصاحبة ببدهية الاختيار (**ZFC**). هذا هو النسق التأسيسي الأكثر رواجًا في كل الرياضيات. غير أن هناك علماء رياضيات آخرين أكثر حذرًا يبدون خشيتهم من تضمين بدهية الاختيار.

من بين الأسباب المهمة لتعليق الحكم بخصوص بدهية الاختيار مفارقة باناك-تارسكي. تقر هذه المفارقة أنه في الوسع، باستخدام نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات مصاحبة ببدهية الاختيار (وليس نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات وحدها)، أن نثبت التالي: يمكن تقسيم كرة ثلاثية الأبعاد بأي حجم إلى خمس قطع غير متداخلة وإعادة تجميع هذه القطع مرة أخرى في شكل كرتين يساوي حجم كل منهما حجم الكرة الأصلية (انظر الشكل 4،10).



الشكل 4.10: مفارقة باناك-تارسكي

غير أن القطع التي قُسّمت إليها الكرة الأصلية ليست قطعًا نمطية، بل تبدو وكأن زينون قام بتقسيمها تحت تأثير عقاقير مخدرة. سوف يعاد تَجميع كل القطع، لكن شكلها غريب جدًا. على ذلك، فإن هذه الحقيقة نتيجة يمكن إثباتها باستخدام بدهية الاختيار التي يبدو أنه لا غبار عليها. وهناك تنويعة من المفارقة تقر أنه يمكن تقسيم كرة صغيرة بحجم حبة بسلّة إلى فئة متناهية من الأجزاء الصغيرة ثم إعادة تجميع هذه الأجزاء

لتشكيل كرة بحجم الشمس. وتأسيسًا على كون هذه المفارقة نتيجة لبدهية الاختيار، وكونها تفضي إلى جملة واضحة البطلان، يرى كثيرون أنه يجب استبعادها من دائرة المعقول. إنهم يرغبون في استبعاد بدهية الاختيار من الرياضيات. في المقابل يرى آخرون وجوب الإبقاء عليها. وقد يركنون إلى مفارقات زينون لتبيان أن مفهومنا للمكان مترع بالخصائص المخالفة لأحكام البداهة. وعلى نحو مماثل، يفضي اللاتناهي إلى نتائج غريبة ومحيرة. ففي النهاية، وكما رأينا في الجزء 4.2، يمكن لفئة لامتناهية أن تطابَق مع فئة ضعف حجمها (الأعداد الزوجية مع الأعداد الطبيعية، والأعداد الطبيعية مع الأعداد الموجبة والسالبة)، فلماذا يستحيل على كرة قابلة للقسمة إلى ما لا نهاية أن تتساوى في حجمها مع كرتين قابلتين للقسمة إلى ما لانهاية[1]؟

ما الذي يجب علينا القيام به حيال هذه الأسئلة؟ هل نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات متسقة أم غير متسقة؟ هل فرضية المتصل صادقة أم كاذبة؟ هل بدهية الاختيار مقبولة أم غير مقبولة؟ هذه أسئلة مستقلة عن نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات، التي تشكل قاعدة معظم الرياضيات، ما يحول دون استخدام الرياضيات في الإجابة عنها. والحال أن الإجابة عن كل هذه الأسئلة المصوغة تتجاوز ببساطة حدود الرياضيات المعاصرة، وتتجاوز حدود الفكر العقلاني، ولعلها تتجاوزنا حتى نحن.

وهناك مدرستان فكريتان فلسفيتان واسعتان في كيفية التعامل مع هذه الأسئلة. من جهة هناك الأفلاطونيون أو الواقعيون، الذي يرون، متأسّين بأفلاطون، أن الفئات توجد بمعنى ما بالفعل وأن لكل هذه الأسئلة، ولأي أسئلة أخرى حول المواضيع الرياضية، أجوبة محددة. المواضيع والمبرهنات الرياضية التي تصف العلاقات بين هذه المواضيع حقيقية وتوجد بشكل مستقل عن الفكر البشري. ويعتقد الأفلاطونيون أن هناك دوائر مثالية كاملة، وأن بالنسبة المحيط إلى أقطار هذه الدوائر هي p. لو لم يوجد أي كائن بشري يفكر في الأعداد، لظلت p موجودة. وحسب الأفلاطونيين، مسألة ما إذا كانت فرضية المتصل صحيحة – أي ما إذا كانت هناك فئة بين N وبين (0، 1) – إما أن تكون صادقة أو كاذبة، وعلى

(1) لاحظ أنه يمكن بسهولة مطابقة النقاط الرياضية لامتناهية الصغر في إحدى الكرتين مع النقاط الرياضية لامتنناهية الصغر في الكرة الثانية، تماما كما يمكن مزاوجة الأعداد الطبيعية مع الأعداد الموجبة والسالبة. ولكن لو كانت الكرة مصنوعة من ذرات، لن تكون مثل هذه المزاوجة ممكنة. ليس هناك سوى عدد متناه من الذرات في أي من الكرتين، ولا سبيل لمطابقة عدد متناه مع ضعف هذا العدد. مرة أخرى، وكما فعلنا مع مفارقة زينون، يجب أن نسأل عما إذا كنا مبرّرين في استخدام رياضيات (لامتناهية) نموذجا للعالم المادّي الحقيقي.

البشر أن يحاولوا حلّ هذه المسألة. ولأن البدهيات المعنية لا تجيب عن هذا السؤال، يجب علينا البحث عن المزيد من البدهيات أو صياغة بدهيات مختلفة حتى يتسنى حسم الأمر مرة وإلى الأبد. ويجب على هذه البدهيات أن تكون بطريقة ما بيّنة بذاتها، ولا تسبب تناقضات، ولا تفضي بنا إلى نتائج مضادة للبداهة.

وفي مقابل مدرسة الفكر هذه، هناك أناس على الطرف النقيض يسمون أحيانًا بالاسميين، أو خصوم-الأفلاطونية، أو خصوم-الواقعية، أو الصوريين، أو التخييليّين[1]. وهم، في الأساس، لا يعتقدون في وجود أي شيء «هناك في الخارج». المواضيع الرياضية أشياء يتحدث عنها علماء الرياضيات ولكن لا وجود خارجيًا لديها، وهي في هذا شبيهة تمامًا مع مخلوقات تخييليّة بشرية أخرى، مثل ميكي ماوس أو جيمس بوند. وحسب هؤلاء الفلاسفة، السبب الذي يحول دون وجود أجوبة عن الأسئلة المطروحة في هذا الجزء هو أننا لم نحصل على وصف كاف لهذه المواضيع الرياضية. عند نصير الاسمية، لا وجود حقيقيًا للمواضيع الرياضية، ووحدها الأوصاف البشرية هي الموجودة. ثمة قواعد بعينها تحكم المواضيع الرياضية بقدر ما هناك قواعد بعينها تحكم ميكي وبوند. لا أحد يستطيع أن يقول إن ميكي شرير، لأن هذا لن يتطابق مع الشخصية التخييلية التي عاشت معنا. وعلى نحو مماثل، لن نقول أبدًا إن بوند كان يرتدي ملابس رثّة. وحين يتعلق الأمر بالمواضيع الرياضية، تبدو أنها أكثر واقعية لأن هناك المزيد من القواعد المتعلقة بها. وهكذا، في حين أنه من المتصور، لكنه من غير المحتمل، أن يكون قميص بوند مفتوحًا في لقطة من أحد أفلامه، فإنه يستحيل بالمطلق كليًا أن تكون 3 + 2 مساوية لـ 6. وبالعودة إلى السؤال حول فرضية المتصل، يرى نصير الاسمية أن لغة الفئات لم توصف بشكل جيّد إلى حد يمكّن من إصدار حكم حول وجود مثل هذه الفئة المتوسطة. لماذا نبحث عن بدهيات جديدة تجعل فرضية المتصل صادقة أو كاذبة؟ ليس هناك واقع خارجي محتم على فرضية المتصل أن تتطابق معه. بدلًا من ذلك يلزمنا دراسة النسقين: دراسة نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات بصحبة افتراض صدق فرضية المتصل، ودراسة نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات بصحبة افتراض كذب فرضية المتصل. كلا النسقين جدير بالدراسة.

(1) ثمة الكثير من المدارس الفكرية المختلفة وأنا لا أفيها حقها حين أجمعها في حزمة واحدة. لقد كُتبت مجلدات ضخمة تدافع عن الاسمية من نوع بعينه ضد اسمية من نوع آخر، وهكذا. غير أن كل هذه المدارس الفكرية المختلفة تتفق في استهجانها للكينونات المجردة.

لدينا الاستقلالية، فلنستعملها[1]!

ويمكن إيجاز بعض النزاعات بين هاتين المدرستين عبر الإجابة عن السؤال البسيط التالي: هل مبرهنات الرياضيات «تُكتشف» أم «تُستحدث»؟ يؤكد الأفلاطونين أن المبرهنات والمواضيع التي يتعاملون معها كانت دائمًا موجودة هناك وستبقى أبد الدهر كذلك. عندهم، يكتشف علماء الرياضيات ما كان دائمًا موجودًا. في المقابل يرى الاسميّون أن علماء الرياضيات يستحدثون مبرهنات جديدة، ويجب على مثل هذه المبرهنات أن تكون متسقة مع سائر المعرفة المتوفرة حول موضوع رياضي ما، غير أن علماء الرياضيات يضيفون لهذه الأدبيات التخييلية. وتشير مسوح غير رسمية أن أغلب علماء الرياضيات أفلاطونيون يشعرون بأنهم يكتشفون أثناء عملهم. ولكن لأن هذه مسألة فلسفية وليست رياضية، يجب ألا يؤخذ رأيهم على أنه رأي ثقات.

هل الفئات اللامتناهية موجودة؟ هل العدد 3 موجود؟ لم يسبق لي أن رأيت فئة لامتناهية، ولا اصطدمت أصابع قدمي بالعدد ثلاثة. نستطيع الحديث عن فئات لامتناهية، لكننا نستطيع أيضًا الحديث عن وحيد القرن وبينتشو [شخصية كرتونية]. وفي وسعي أيضًا أن أحكي قصة منطقية وجيهة طويلة حول «ذات القبعة الحمراء» (Little Red Riding Hood) على الرغم من أنه لا وجود لها خارج الذهن البشري. هل نستطيع الزعم بعدم وجود فئة الأعداد الطبيعية بكل بنيتها التي تبدو واقعية. هل السلسلة 0، 1، 2، 3، ... مجرد شيء استحدثته اللغة والثقافة؟ لعل سبب الحيرة راجع إلى تعدد دلالات كلمة يوجد؟ يصعب تخيّل أن تكون هذه الأفكار الواضحة في ظاهرها حول الأعداد الطبيعية مجرد جزء من اللغة ولا توجد بالفعل بمعنى حقيقي ما. على ذلك، يبدو أن اللغة والثقافة اللتين تحكمان الطريقة التي نستخدم بها اللغة كافيتان لتفسير الطريقة التي نستخدم بها الأعداد.

---

(1) الواقع أن هذا يُنجز في الهندسة. سوف نرى في الجزء 8.2 أن بدهية إقليدس الخامسة مستقلة عن البدهيات التسع الأخرى. وبدلًا من قصر أنفسهم على نسق واحد، يدرس علماء الرياضيات كليهما. إنهم يدرسون البدهيات الخمس مع افتراض صدق البدهية الخامسة ويحصلون على الهندسة الإقليدية؛ وفي الوقت نفسه يدرسون البدهيات التسع مع افتراض كذب البدهية الخامسة ويحصلون على الهندسة اللاإقليدية. لكنه هذا يظل يتركننا مع بعض الأسئلة المفتوحة. الهندسة الإقليدية هي هندسة السطوح المستوية. أما الهندسة اللاإقليدية فتصف سطوحًا منحنية ومنثنية. ما الذي يناظر هذا في نظرية الفئات؟ وما الذي يناظر النسق الذي يشمل بدهية الاختيار؟ وما الذي يناظر النسق الذي لا يشملها؟ في النهاية، هذه نظرية فئات نتحدث فيها عن تشكيلات من الأشياء. كيف يمكن أن تكون هناك قابلية للتغيير في تشكيلات الأشياء؟ وثمة إجابة ممكنة أخرى عن أسئلة تتمثل في النكوص والتخلي عن كل الأنساق البدهية. ففي النهاية أنجز كانتور أعماله العظيمة دون التعويل على البدهيات. ولكن بدون بدهيات قد نعود إلى الوقوع في مفارقات وتناقضات. سوف نقول للمزيد عن هذا في نهاية الجزء 9.5.

أقوى حجة على الأفلاطونية هي الاتساق المدهش للرياضيات. لآلاف السنين، عمل علماء الرياضيات بمعزل عن بعضهم البعض وخلصوا إلى أفكار مشابهة لا تعارض بينها. ويبدو أن التفسير الوحيد لهذا هو أنهم يحاولون وصف شيء مفارق لأذهانهم.

وأقوى حجة على الاسمية أسئلة من القبيل التالي: من وضع هذه المثل الأفلاطونية؟ لماذا وجدت؟ في القرون العديدة الماضية، أنجز العلماء تطورًا مطردًا عبر استبعاد افتراضات ميتافيزيقية؛ فلماذا نحتفظ بمثل هذه الميتافيزيقا في الرياضيات وفي نظرية الفئات؟ سوف يواجه نصير الاسمية الإثبات الأفلاطوني بقول إن علماء الرياضيات ليسوا بمعزل عن بعضهم البعض. قبل أن يدخل كل منهم صومعته، يدركون جميعهم القواعد التي تحكم السلوك الرياضي الجيد. إنهم يعرفون أنهم لو كتبوا أي شيء يسبب تناقضًا لفقدوا منزلتهم بوصفهم علماء رياضيات. إنهم ليسوا معزولين عن بعضهم البعض لأنهم يعرفون اللغة مسبقًا.

وهناك مسألة تزعج المعسكرين تتمثل في نفع الرياضيات ونظرية الفئات للعلوم الفيزيائية. لماذا يبدو العالم المادّي مطابق لُمثل علماء الرياضيات وأصحاب نظرية الفئات؟ يقول الأفلاطونيون إن هناك نوعًا من الارتباط (الغامض) بين مجال الأفكار الأفلاطوني والعالم المادّي. وهم يصادرون أيضًا على نوع من الارتباط (الغامض) بين المجال الأفلاطوني وأذهاننا يسمح لنا باكتشاف تلك المُثل الأفلاطونية. في المقابل، يرى الاسميّون أن السبب وراء نجاح الرياضيات هو أنها كانت لغة شكّلها البشر بالركون إلى أحداس حصلوا عليها من العالم المادّي. فلا عجب إذن أن يناسب العالمَ المادّي نسقٌ تطور أثناء ملاحظة العالم المادّي[1].

لا تحسب أنه في وسع المرء أن يختار بسهولة وبشكل «صحيح» بين المعسكرين. العملاقان اللذان عنيا باستقلالية فرضية المتصل خلصا إلى نتائج مختلفة. لقد شعر غودل أن علينا أن نعثر على بدهيات جديدة تأسر بطريقة ما عالم الفئات الأفلاطوني؛ فيما شعر كوهن أنه ليست هناك إجابة فعلية عن مسألة فرضية المتصل[2].

---

(1) سوف نناقش هذه المسائل بمزيد من التعمق في الفصل 8.

(2) عثرت على النص التالي للستل من بول كوهن على شبكة المعلومات الدولية (لكني لم أعثر على مصدر له): «فكرة الفئة غامضة بالنسبة لفرضية المتصل إلى حد يحول دون وجود إجابة إيجابية أو سلبية». وهذا يعني أننا لا نستطيع الخلوص إلى إجابة بخصوص فرضية المتصل لأن فكرة الفئة ليست معرّفة بشكل جيد. وهذا يثير السؤال التالي: ما الذي يمكن أن يكون غامضا بخصوص مفهوم تشكيل الأشياء الواضح؟

وقد استمرت هذه المعارك ألف عام دون أن تسفر عن منتصر واضح. وفي تقديري أن الاسميّين قادرون على الردّ بطريقة أفضل على أي حجة يطرحها الأفلاطونيون. غير أني أدرك أننا - نحن الفانين - لن نخلص إلى أي نتيجة مؤكدة.

قراءات إضافية

الأجزاء 4.1 – 4.3

عثرت على مادة الأجزاء الثلاثة الأولى في مواضع عديدة. ثمة أجزاء من كتب تاريخ ميسّرة لعموم الناس، على سبيل المثل، الفصل 24 من Kramer (1970) أو الأجزاء 4-15 من Eves (1967). هناك أيضًا كتب غير فنية مثل Kline (1980)، وRucker (1982). المواضع الفنية هي الجزء 13،3 من Ross and Wright (2003)، والجزء 3،4 من Truss (1998). معظم الأفكار موجودة أيضًا في أي كتاب تدريسي في حساب التفاضل والتكامل.

كتب جوزيف دوبن بيوغرافيا رائعة لجورج كانتور. وعلى الرغم من أن أعمال كانتور تبدو واضحة لنا، فإن كثيرًا من زملائه علماء الرياضيات يعتبرون حياته رادكالية وغير مقبولة. وقد عانى كانتور كثيرًا من تشبثه بأفكاره. ويصف Dauben (1979) حياة كانتور وأعماله مضمّنا تفصيلات كثيرة.

ويمكن العثور على حكاية فندق هلبرت في Ganmow (1988).

الجزء 4.4

بخصوص رسالة رسل إلى فريغه، انظر Van Hejenoort (1967)، 124-125.

نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات أخذت من الفصل واحد من العمل المكين Jech (1978) والفصل 2 من Delvin (1993).

كتاب Waoner (2007) عرضٌ غاية في الوضوح لمفارقة باناك-تارسكي ميسّر لعموم الناس.

ويمكن للمرء أن يقرأ عن أنواع مختلفة من الأفلاطونية في Wang (1996) والمزيد عن التخييلية في Balaguer (2008) و Eklund (2007).

5 حوسبة المركَّبات

ينبغي أن يكون الشعار المرشد في حياة كل فيلسوف طبيعة هو، انشد البساطة ولا تثق فيها.

- آلفرد نورث وايتهيد (1861-1947)

لا أحب المفارقات، وأرى أن من يحبها يعاني من خلل في الثقافة والذكاء.

- راشد الديف[1]

في وسع معتوه أن يرمي بحجر في البحر يعجز عشرة حكماء عن استعادته.

- مثل في اليديشية [لهجة ألمانية]

الحواسيب نموذج مثالي للعقل. إنها آلات بلا قلوب تحاول دون كلل الامتثال لقوانين المنطق. ليس هناك شيء عاطفي أو هش في الحواسيب: إنها تقوم بدقة بما يُطلب منها عبر الالتزام بعمليات المنطق. ومن منظور الحواسيب كمحركات للعقل، نفحص هذه الآلات ونحدد المهام التي تستطيع إنجازها وتلك التي تعجز عن القيام بها. لدينا جميعا أحداس بخصوص قدرات الحواسيب وما تستطيع القيام به بسهولة. لا إشكال لديها في جمع قائمة من الأعداد، ولا في فرز أعداد هائلة من السجلات، ولا بالقيام بمهام سهلة أخرى. غير أنه من المفاجئ أن نعلم أن هناك مسائل تسهل صياغتها لكن الحواسيب لا تستطيع حلّها بشكل مُرض. سوف أفحص في هذا الفصل عدة مسائل يمكن للحواسيب نظريًا أن تحلّها، لكن حلها عمليًا يتطلب قدرًا هائلًا من الوقت والموارد. وسوف أشرح أيضًا السبب الذي يجعل هذه المسائل تبدو صعبة، والسبب الذي يجعل البُحاث يعتقدون أنها لن تحل أبدًا بسهولة إطلاقًا.

وفي الجزء 5,1 أعرض عدة أمثلة على مسائل سهلة نسبيًا. وبتناول هذه المسائل السهلة سوف يصبح القارئ على ألفة مع اللغة والترميز المستخدمين في الفصلين التاليين. ويغطي الجزء 5,2 خمسة أمثلة على المسائل الصعبة. وسوف أبيّن على أنه على الرغم من سهولة صياغة هذه المسائل، فإنها

(1) From Al-Dalf 2000, 4.

ليست سهلة على الحل. وفي الجزء 5.3 سوف يتضح أن ثمة رابطًا يشج بين هذه المسائل، كما سوف يتضح السبب الذي يحول دون وجود حلول سهلة لها. وفي 5.4 أشير إلى طريقة التعامل مع مثل هذه المسائل الصعبة. إنها مسائل لا يمكن دائمًا حلّها، لكننا نستطيع في بعض الأحيان مقاربة حلولها. وأختتم بالجزء 5.5، حيث أناقش مسائل أصعب من سابقاتها. وفي الفصل التالي سوف أركز على مسائل حاسوبية تسهل صياغتها لكنه يستحيل حلّها، بصرف النظر عن عدد الساعات والموارد المخصصة لحلها.

5.1 مسائل بسيطة

يعلم كل من استخدم الحواسيب في العشر سنوات الأخيرة أن سرعتها في اطراد مستمر. ما كان يستغرق ساعات أضحى الآن ينجز في ثوان، وما كان يستغرق ثواني لم يعد يستغرق أي وقت. ونحن نجد متعة في قدرة الحواسيب الشخصية على المعالجة السريعة. بعضنا ليس منظمًا في التعامل مع بريدهم الإلكتروني ولديهم 10000 رسالة في انتظار الحذف، على الرغم من أنه يمكن لجامع نفايات حديث، بالضغط على زرار، فرز هذا العدد الهائل من الرسائل في ثوان. يحدث هذا بسرعة كبيرة إلى درجة أننا لا ندرك حتى أن الحاسوب يعمل. في هذا الفصل سوف نفحص قدر العمل اللازم للفرز ولتأدية مهام بسيطة. سوف نرى أيضًا أن بعض المهام تتطلب عملًا لا تستطيع إنجازه في قدر مناسب من الوقت. ولكن دعونا بداية نعاين عن كثيب بعض المسائل البسيطة.

الجمع والضرب

بحلول السنة الدراسية الرابعة يتعلم الأطفال القواعد الأساسية لجمع وضرب أعداد تتألف من عدة أرقام. يدرّس الأطفال الإجراء القياسي الذي يلزمهم اتباعه للوصول إلى الإجابة الصحيحة. المصطلح الخاص بالإجراء القياسي أو سلسلة التعليمات هو **الخوارزمية**. الكلمة مشتقة من اسم محمد بن موسى الخوارزمي (780-850) الذي ألّف واحدًا من أوائل الكتب التي علّمت العالم الغربي كيفية القيام بعمليات جبرية. سوف نصف ونحلل خوارزميات متنوعة تحل مسائل مختلفة.

لنبدأ بشيء بسيط. لجمع أعداد تتألف من 7 أرقام، يجب علينا جمع

سبعة أزواج مؤلفة من أرقام مفردة (ومتابعة الأعداد المحمولة) كما هو مبين في الشكل 5.1.

	6	7	3	9	2	7	5
+	7	6	1	0	6	7	8
1	4	3	4	9	9	5	3

الشكل 5.1: جمع عددين يتألف كل منهما من 7 أرقام

							6	7	3	9	2	7	5
						×	7	6	1	0	6	7	8
						5	3	9	1	4	2	0	0
					4	7	1	7	4	9	2	5	X
				4	0	4	3	5	6	5	0	X	X
				0	0	0	0	0	0	0	X	X	X
			6	7	3	9	2	7	5	X	X	X	X
	4	0	4	3	5	6	5	0	X	X	X	X	X
4	7	1	7	4	9	2	5	X	X	X	X	X	X
5	1	2	9	0	4	5	1	9	7	8	4	5	0

الشكل 5.2: ضرب عددين يتألف كل منهما من 7 أرقام

حين نعرض لخوارزمية، يلزمنا السؤال عن عدد العمليات الأساسية التي تتطلبها. ويتوقف عدد العمليات اللازمة على حجم المسألة. بالنسبة للأعداد التي تتألف من 7 أرقام، نحتاج إلى القيام بسبع عمليات. وبالنسبة للأعداد التي تتألف من 42 رقمًا، نحتاج إلى 42 عملية. وبوجه عام، لجمع عددين يتألف كل منهما من العدد ن رقمًا، نحتاج إلى القيام بـ ن عملية جمع أرقام مفردة.

اعتبر الآن عملية الضرب. كي تضرب عددين يتألف كل منهما من 7 أرقام، يجب علينا ضرب كل رقم في العدد الثاني في كل رقم من أرقام العدد الأول. بالنسبة لكل من الأرقام السبعة في العدد الثاني، نحتاج إلى القيام بسبع عمليات ضرب، ومن ثم ما مجموعه 7 ´ 7 = 72 = 49 عملية ضرب (تغاضى عن عدد عمليات الجمع اللازمة). وبوجه عام، بالنسبة لكل عدد يتألف من ن رقمًا، نحتاج لضرب كل رقم من الأرقام الـ ن في العدد الثاني في كل رقم من

الأرقام الـ ن في العدد الأول، أي ما مجموعه ن2 عملية ضرب. وعادة ما تكون ن2 أكبر من ن ولكن - وكما سوف نرى - فإنها ليست كبيرة جدًا.

ما الوقت الذي يستغرقه إنجاز مثل هذه المهام؟ تتوقف الإجابة على سرعة الحاسوب؛ فكلما كان أسرع، قلّ الوقت اللازم. والواقع أن سرعة الحاسوب، كما سوف نرى، ليست مهمة. دعونا نقم ببعض الحسابات. هبنا نريد ضرب عددين يتألف كل منهما من 100 رقم. سوف يتطلب هذا 1002 = 10000 عملية. وبصرف النظر عما إذا كان الحاسوب قادرًا على تأدية 100000 أو 1000000 عملية في الثانية، سوف تُنجز المهمة في أقل من نصف ثانية. وسوف يتضح أنه بدلًا من الاهتمام بسرعة الحاسوب، ينبغي علينا الاهتمام بعدد العمليات اللازمة.

سوف يتضح أيضًا أنه على الرغم من أن الضرب سهل نسبيًا، فإن معكوس ضرب عددين - أي تقسيم عدد لتحديد عوامله - أصعب بكثير.

عمليات البحث

تخيّل أن لديك غرفة مليئة بملفات يحتوي كل منها على معلومات حول فرقة موسيقية، وأن هذه الملفات ليست مرتبة بأي طريقة. افترض أيضًا أنك مهتم بالعثور على ملف فرقة موسيقية بعينها. هذا شبيه بالبحث عن إبرة في كومة من القش. السبيل الوحيدة للعثور على الملف المعني هو فحص جميع الملفات، كلًا على حدة. يسمى أسلوب البحث هذا بـ **خوارزمية البحث التخميني**. إذا كان هناك ن ملفًا في الغرفة، كم عدد الملفات التي يجب عليك فحصها؟ قد تجد الملف المعني بعد بضع محاولات. ولكن عليك في أسوأ الأحوال أن تفحص كل الملفات كي تعثر على ما تريد، أو لتعرف أن الملف المعني ليس موجودًا أصلًا في الغرفة. وهكذا فإن البحث التخميني في تشكيلة غير مرتبة تتألف من ن عنصرًا قد يتطلب ن عملية.

اعتبر الآن غرفة تحتوي على ملفات، تتعلق بفرق موسيقية مختلفة، مرتبة ألفبائيًا بشكل أنيق. قد تقوم ببحث تخميني في الغرفة المرتبة على منوال بحثك في الغرفة غير المرتبة. إذا كنت تبحث عن ملف فرقة ABBA، فإن البحث التخميني سوف يؤدي المهمة بنجاح [لأنه موجود على رأس القائمة]. ولكن إذا كنت تبحث عن ملف ZZTop [الموجود في ذيل القائمة] فسوف تضيّع الكثير من الوقت. نحن نريد خوارزمية تبذل القدر الأقل من

الجهد في جميع الحالات. دعونا نجرب خوارزمية البحث التشطيري التي تتضمن تقسيم مجموعات الملفات إلى شطرين. حين تبحث عن ملف، لا تبدأ بالملف الأول وتواصل من هناك، بل ابدأ بالملف الموجود في المنتصف وانظر ما إذا كان الملف المعني موجودًا قبل المنتصف أو بعده. تخيّل أننا نبحث عن Pink Floyd. سوف ننظر في الملف الموجود في المنتصف، وليكن Madonna. ولأن Pink Floyd يأتي ألفبائيًا بعد Madonna، سوف نتجاهل كل ملفات البداية حتى المنتصف ونركز على جزء الغرفة الذي يبدأ بـ Mariah Carey وينتهي بـ ZZTop. ويمكن وصف هذا البحث بالعمود الأول من الجدول 5.1. سوف نضع نجمة (*) بجانب ملف التشطير - أي الملف المقارَن.

الجدول 5.1: البحث التشطيري في قائمة مرتبة

البحث الأول	البحث الثاني	البحث الثالث	البحث الرابع
ABBA			
AC/DC			
.			
.			
.			
Led Zeppelin			
*Madonna			
Mariaha Carey	Mariaha Carey	Mariaha Carey	
Metallica	Metallica	Metallica	
Neil Diamond	Neil Diamond	Neil Diamond	
Paul McCartney	Paul McCartney	Paul McCartney	
Pink Floyd	Pink Floyd	*Pink Floyd	
Prince	*Prince		
Rod Stewart	Rod Stewart	Rod Stewart	
Tom Jones	Tom Jones	Tom Jones	
U2	U2	U2	
Van Morrison	Van Morrison	Van Morrison	
ZZTop	ZZTop	ZZTop	

ضيفنا التالي هو الملف الواقع في منتصف هذا التشطير للغرفة: وهو في حالتنا Prince. ولأن Pink Floyd يأتي قبل Prince، سوف نغفل كل الملفات من Rod Stewart حتى ZZTop ونركّز على الملفات من Mariah Carey حتى Prince. نواصل مع طريقة التشطير هذه فيما تبقى حتى نجد ملف محبوبنا Pink Floyd في التخمين الرابع.

كم مقارنة يجب علينا عقدها؟ إذا بدأنا بـ ن ملفًا، سوف نكون بعد معاينة واحدة قد استبعدنا ما يقرب من 2/ن ملفًا وركزنا على 2/ن الباقية. وبعد معاينة أخرى، سوف نُعنى فحسب بـ 4/ن ملفًا. نستمر على هذا المنوال إلى أن يبقى ملف واحد ونرى ما إذا كان هو الملف المعني، أو نكتشف أنه ليس موجودًا في الغرفة. بالنسبة إلى القيمة ن، عدد المرات التي يمكن أن تقسم إليها ن بشكل متكرر إلى النصف تصفه الدالّة الخوارزمية: لو2ن. ولهذا فإن خوارزمية البحث التشطيري تعمل بـ لو2 ن معاينة.

دعونا نفحص بضعة أمثلة على الخوارزميات. بالنسبة إلى ن = 256، نستطيع أن نجري التشطيرات التالية:

128، 64، 32، 16، 8، 4، 2، 1.

ولأن هناك ثمانية أشطار، نقول إن لو2 256 = 8. بالنسبة لـ ن = 1024، لدينا التشطيرات 512، 256، 128، 64، 32، 16، 8، 4، 2، 1

ومن ثم فإن لو2 1024 = 10. وأخيرا، بالنسبة لـ ن = 65536، لدينا التشطيرات:

32768، 16384، 8192، 2048، 512،124، 256، 128، 64، 32، 16، 8، 4، 2، 1.

ولأن هناك ستة عشر شطرًا، نقول إن لو2 66536 = 16.

بالنسبة لـ ن = 1000، سوف يقوم البحث التخميني، في أسوأ الأحوال، بـ 1000 معاينة، في حين يقوم البحث الشطري بـ لو^2 1000 معاينة، أي حوالي 10 معاينات. وهذا تحسّن هائل.

وبالنسبة إلى مسألة بعينها، قد تكون هناك خوارزميات متعددة ومتنوعة يمكن استخدامها في تأمين حلول. أحيانًا يلزم استخدام خوارزميات بعينها لأنواع بعينها من المدخلات، في حين يلزم استخدام خوارزميات أخرى لأنواع أخرى من المدخلات. وقد رأينا أن هناك اختلافًا

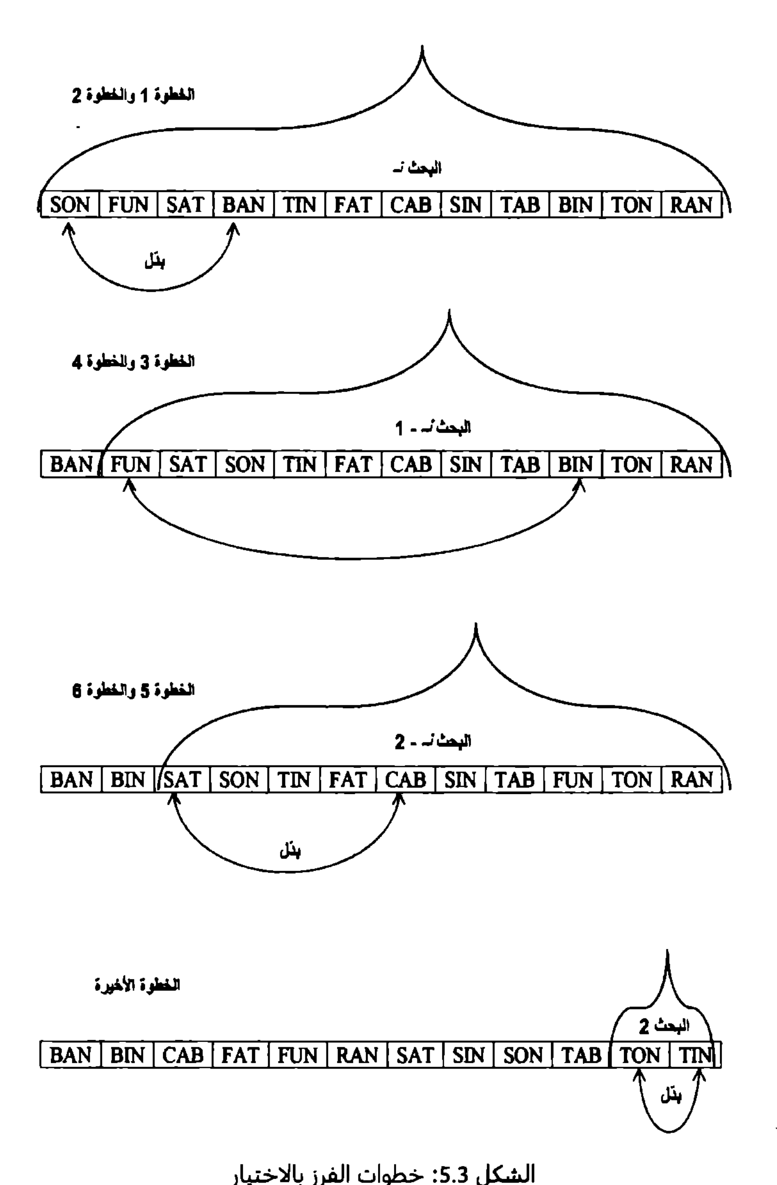
بين حالتي الغرفة المرتبة والغرفة غير المرتبة. يجب استخدام خوارزمية البحث التخميني في حالة الغرفة غير المرتبة، في حين أن خوارزمية البحث التشطيري هي التي يجب استخدامها في حالة الغرفة المرتبة. وبالنسبة لكل مسألة، نحلّل الخوارزميات المختلفة ونحاول العثور على الخوارزمية الأكثر فعالية. وسوف تتحدد المسألة بأكثر خوارزمية فعالة موجودة لحلها في أسوأ سيناريو. ولهذا نقول إن البحث في قائمة غير مرتبة يتطلب ن عملية، وإن البحث في قائمة مرتبة يتطلب لو2 ن عملية.

عمليات الفرز

رأينا في الأمثلة السابقة أنه من المفيد أن نجعل الأشياء منظمة ومفروزة. فكيف نفرز قائمة تشمل ن عنصرًا؟ توجد خوارزميات عديدة ومختلفة لتأدية هذه المهمة، سوف أعرض واحدة من أبسطها. تعمل خوارزمية الفرز بالاختيار على النحو التالي:

1. ابحث في العناصر واعثر على العنصر الأقل.
2. بادل بين العنصر الأقل وأول عناصر القائمة.
3. ابحث في بقية القائمة عن أقل عناصرها.
4. بادل بين هذا العنصر وثاني عناصر القائمة.
5. استمر على هذا المنوال حتى تصبح كل العناصر في مواضعها الصحيحة.

ويمكننا تصور هذا الفرز من خلال سلسلة قوائم لكلمات مؤلفة من ثلاثة حروف كما هي معروضة في الشكل 5.3.



الشكل 5.3: خطوات الفرز بالاختيار

ما قدر العمل الذي أُنجز؟ للحصول على الأقل في كل العناصر نحتاج

إلى معاينة ن عنصرًا. وللعثور على أقل العناصر باستثناء الأول نحتاج إلى معاينة ن - 1 عنصرًا. إذا استمررنا على هذا المنوال سوف نرى أن إكمال خوارزمية الفرز بالاختيار يتطلب معاينة ن + (ن - 1) + (ن - 2) +...+ 2 عنصرًا. والواقع أن هذا المجموع يشكل تقريبًا نصف ن^2، ولهذا نقول إن خورازمية الفرز بالاختيار تتطلب ن^2 عملية.

وتتطلب أنواع أخرى متطورة عددًا أقل من العمليات، من بينها خوارزمية الفرز بالدمج. لا نحتاج لمعرفة الطريقة التي تعمل بها هذه الخوارزمية، ويكفي أن نقول إنه بالنسبة إلى مدخل حجمه ن، يتطلب هذا النوع من الخوارزميات

ن ´ لو^2 ن عملية. ومثل هذا، إذا كانت لدينا قائمة غير مرتبة حجمها 1000، سوف تفرز خوارزمية الفرز بالدمج هذه القائمة بـ

1000 ´ (لو^2 1000) = 1000 ´ 10 = 10000 عملية.

قد تحسب أنه ليس هناك فرق كبير بين ن^2 ولو^2 ن، أو أن هذه الخوارزمية الأكثر تختيلية ليست جديرة بالعناء. والواقع أنها جديرة بالعناء. اعتبر مهمة فرز أربعة ملايين رقم في دليل هواتف بروكلين[1]. سوف يلزم الخوارزمية ن^2 التي تفزر أربعة ملايين مدخلًا القيام بـ 16000000000000 عملية. في المقابل فإن استخدام الخوارزمية الأكثر فعالية ن ´ لو^2 ن في فرز أربعة ملايين مدخل يتطلب ما يقرب من 88000000 عملية. وهذا تحسن هائل.

حلقة يولر

كونغزبرغ مدينة في روسيا كانت جزءًا من بروسيا، وهي تطل على ضفتي نهر بريغل. وكينفوف جزيرة في منتصف النهر[٢]. وتوجد سبعة جسور تربط بين أجزاء المدينة الرئيسة والجزيرة، كما هو مبيّن في الشكل 5.4.

---

(1) يوجد مليونان ونصف مليون شخص في بروكلين. بسبب سرعة كفاية شبكة المعلومات الدولية، لا تستخدم في الغالب أدلة الهواتف.

(2) يوجد في الجزيرة قبر أشهر مقيم في مدينة موناغزبرغ، إمانويل كانط.



الشكل 5.4: جسور كونغزبرغ السبعة

وكان سكان المدينة يتساءلون عما إذا كان في الوسع القيام بنزهة عبر المدينة بحيث يبدأ الواحد منهم وينتهي من حيث بدأ، بعد أن يكون قد عبر كل جسر من الجسور السبعة مرة واحدة. حاول العثور على مثل هذا الدرب.

في عام 1736، أثير السؤال من قبل ليونارد يولر (1707-1783)، أحد أعظم علماء الرياضة في التاريخ. لاحظ يولر أننا في محاولة العثور على مثل هذا الدرب عبر الجسور السبعة لا يهمنا ما إذا كان من يقوم بهذا الرحلة يتوقف لتناول البوظة، أو يتجول في الأنحاء، أو يقيم حفل شواء، أو ينهي الرحلة في ثلاثة أيام. المهم هو الكيفية التي تُربط بها المنطقة والجسور. ولاحظ أيضًا أنه يمكننا اعتبار كل منطقة نقطة مفردة. لا يهم أيضًا قدر سعة الجسور، ولا أعمارها، ولا بعدها عن بعضها البعض. يمكننا أيضًا أن نعتبر كل جسر خطًا يربط بين النقاط. ولنا أن نتخيل أن هذه النقاط والخطوط قد وضعت على خريطة كونغزبرغ، كما هو مبيّن في الشكل 5.5.



الشكل 5.5: كونغزبرغ وصورة تمثّل جسورها.

بهذا التبصر دشن يولر في واقع الأمر حقلًا في الرياضيات يعرف باسم نظرية الرسم البياني. والرسم البياني تشكيلة من القطاعات (النقاط) والحواف (الخطوط) التي تصل بين القطاعات.

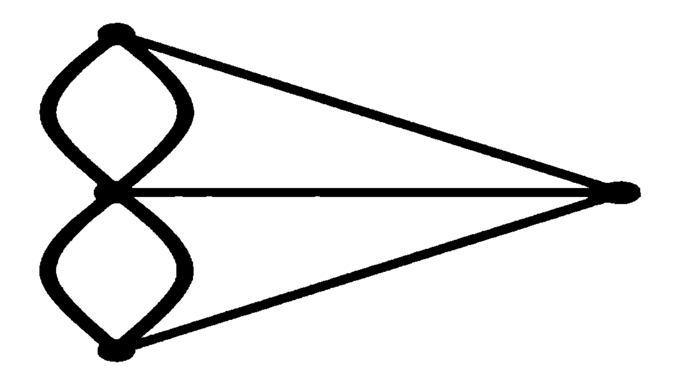
ويصف الرسم البياني علاقة بين أشياء. ولأن «أشياء» كلمة عامة، فإن لنظرية الرسم البياني تطبيقات متنوعة وأصبحت أحد أهم فروع الرياضيات. مثل هذا، يمكن لنظرية الرسم البياني أن ترسم شبكات حاسوبية: سوف تطابق النقاط الحواسيب، ويطابق خط بين نقطتين الارتباط بينهما. وشبكة المعلومات العالمية مثل آخر: يمكن لنقاط رسم بياني أن تمثل صفحات الشبكة، وللخط أن يمثل رابطًا من صفحة على الشبكة إلى صفحة أخرى عليها. خريطة المترو مثل شائع آخر على الرسم البياني.

التالي تطبيق مثير لنظرية الرسم البياني. اعتبر رسمًا بيانيًا تطابق نقاطه كل شخص على وجه الأرض اليوم. وليكن هناك خط بين كل شخصين يعرفان بعضهما البعض. يعتقد البُحاث أنه في هذا الرسم البياني، 6 هو أعلى عدد من الخطوط التي يلزم طيها للربط بين نقطتين. وهذا يعني أنه بالنسبة إلى أي شخصين، توجد سلسلة تتألف من الشخص الذي يعرف شخصًا الذي يعرف شخصًا الذي... يعرف الشخص الثاني. وبوجه عامة لا حاجة

لأن تكون السلسلة أطول من ستة. ويعرف هذا بـ «درجات الفصل الستّ».

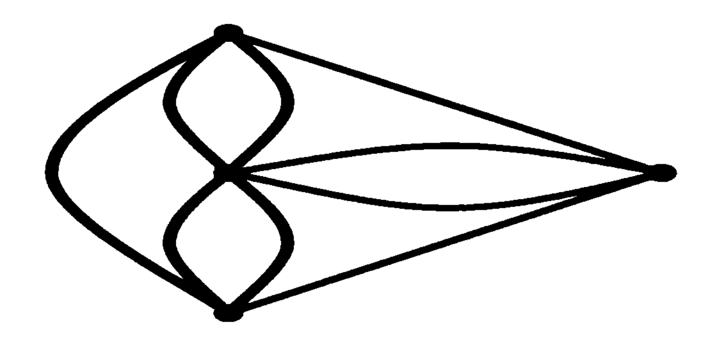
دعونا نعد إلى مسألة جسر كونغزبرغ. ما أن تغاضى يولر عن الجزء غير المهم من المسألة، حتى تسنى له أن يرى أن الدرب المرجو ممكن. لقد استدل يولر بأنه ما أن يدخل المتجول منطقة أو نقطة ما، حتى يلزم أن يكون قادرًا على مغادرتها. وبطبيعة الحال، قد يزور هذه النقطة ثانية، ولكن عليه أن يغادرها ثانية. وقد لاحظ يولر أنه من شروط وجود الدرب أن يكون لكل نقطة عدد زوجي من الخطوط التي تمسها. إذا استُوفي هذا الشرط، فإن هناك دربًا يبدأ وينتهي من حيث بدأ ويمرّ بكل خط مرة واحدة بالضبط. أما إذا لم يستوف هذا الشرط، فلا وجود لمثل هذا الدرب. ولأن لكل نقطة في الشكل 5.5 عددًا فرديًا من الخطوط/الجسور التي تمسها، فإن هذه الحلقة مستحيلة.

لا مدعاة لأن يُعنى المرء بالمتجولين في المدن البروسية القديمة كي يهتم بهذه المسألة. بالنسبة إلى أي رسم بياني، نسمي الدرب الذي يبدأ وينتهي بالنقطة نفسها بالحلقة. الحلقة التي تمرّ بكل خط مرة واحدة بالضبط تسمى حلقة يولر. وبالنسبة إلى أي رسم بياني معطى، لنا أن نسأل عما إذا كانت حلقة يولر ممكنة. هذه هي مسألة حلقة يولر. وقد رأينا أن رسم الشكل 5.6 لا يشمل مثل هذه الحلقة.



الشكل 5.6: رسم بياني لمسألة جسور كونغزبرغ

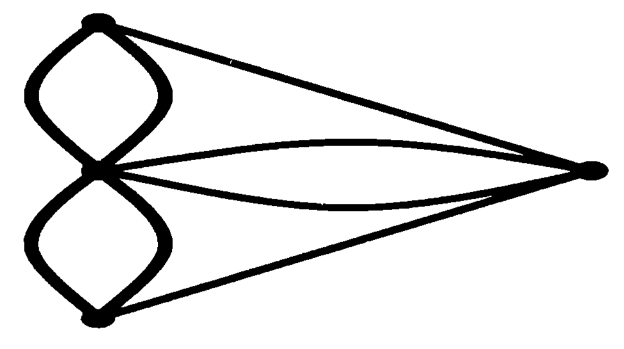
لاحظ أن لكل نقطة عددًا فرديًا من الخطوط التي تمسها. في المقابل، اعتبر الرسم البياني في الشكل 5.7.



الشكل 5.7: نسخة معدلة من إشكالية جسور كونغزبرغ

كل نقطة تمس عددًا زوجيًا من الخطوط، ولهذا توجد حلقة يولر. (حاول أن تجدها!)

لنا أن نسقط شرط أن تبدأ الدروب وتنتهي بالنقطة نفسها ونطرح مسألة درب يولر: في رسم بياني معطى، هل هناك درب يعبر كل خط مرة واحدة بالضبط ولكن دون أن يكون ملزمًا بالبدء والانتهاء بالنقطة نفسها؟ بفهم شرط يولر لحلقة يولر، الإجابة عن مسألة درب يولر واضحة: يوجد درب يولر إذا كانت هناك على الأكثر نقطتان لديهما عدد فردي من الخطوط التي تمسهما ولدى سائر النقاط عدد زوجي من الخطوط التي تمسها. سوف تكون النقطتان نقاط بدء الدرب المعني وانتهائه. اعتبر الرسم البياني في الشكل 5.8.



الشكل 5.8: رسم بياني يوجد فيه درب يولر ولا توجد فيه حلقة يولر

يوجد درب يولر من أعلى نقطة إلى أسفل نقطة، والعكس بالعكس، ولكن لا وجود لحلقة يولر.

ما علاقة هذا بالحواسيب والخوارزميات؟ بدون المعلومات المعروضة في الفقرات السابقة، لربما حسب المرء أن تحديد ما إذا كان لرسم بياني ما حلقة يولر يتطلب تجريب كل الحلقات الممكنة، لأن هذا هو السبيل الوحيدة لمعرفة ما إذا كانت هناك أي حلقة تعبر كل خط مرة واحدة بالضبط. بالنسبة لرسم بياني كبير، هناك عدد هائل من الحلقات التي يلزم فحصها. والآن، بحصولنا على حيلة يولر، لدينا أسلوب جديد في تحديد ما إذا كانت هناك حلقة يولر. تجعلنا هذه الحيلة ببساطة نحلّل كل نقطة يوجد عدد زوجي يمسّها، ويمكن إنجاز هذا بعدد قليل نسبيًا من العمليات. لقد وفّر علينا أسلوب يولر الكثير من العمل. وسوف نبحث دائمًا عن مثل هذه الحيل.

يمكن حلّ كل المسائل التي عرضت في هذا الجزء باستخدام خوارزميات تتطلب عددا عدود من العمليات، مثل ن، ن2، ن ´ لوغ 2 ن عملية. تسمى مثل هذه المسائل بـ المسائل متعددة الحدود. ويشار إلى تشكيل كل المسائل متعددة الحدود بالرمز م. ويمكن حلّ معظم المسائل متعددة الحدود باستخدام حاسوب وبالقيام بعدد صغير أو سهل من العمليات. وتستغرق مثل هذه المسائل قدرًا مناسبًا من الوقت.

وفي مقابل المسائل السهلة التي نوقشت هنا، سوف نناقش في الجزء التالي مسائل صعبة - بمعنى أنها لا تُحلّ في قدر معقول من الوقت.

5.2 مسائل صعبة

كي تستشعر صعوبة بعض المسائل، دعونا نعرض المسائل الخمس التالية، التي يسهل وصفها.

مسألة البائع المسافر

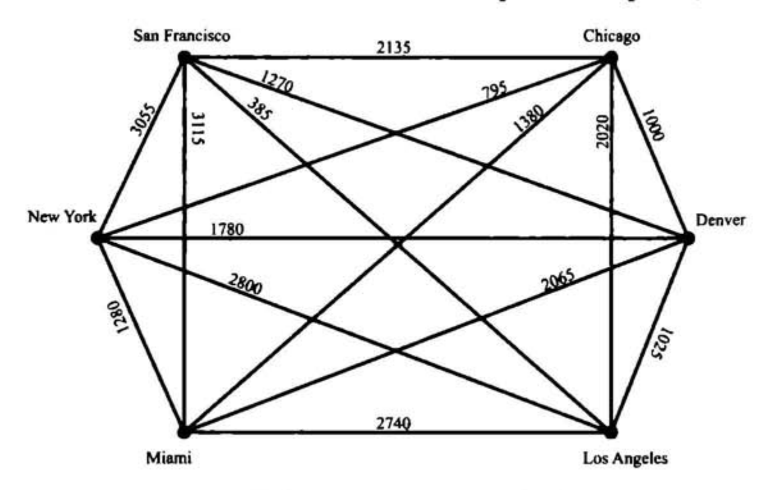
تخيّل بائعًا يرغب في الوصول مستقلًا سيارته إلى ستة مدن محددة في أرجاء الولايات المتحدة، ويرغب في زيارة كل مدينة مرة واحدة بالضبط، كما يرغب في العودة حين ينهي زياراته إلى المدينة التي بدأ منها. ثمة دروب

مختلفة كثيرة يمكنه اختيارها. لكن مسافرنا المقتّر، الراغب في توفير ماله ووقته، يودّ اختيار أقصر الدروب. عاين المسافات الفاصلة بين المدن، فعثر على المعلومات الواردة في الجدول 5.2.

	سان فرانسيسكو	نيويورك	ميامي	لوس آنجلوس	دنفر
شيكاغو	2135	795	1380	2020	100
دنفر	1270	1780	2065	1025	
لوس آنجلوس	385	2800	2740		
ميامي	3115	1280			
نيويورك	3055				

الجدول 5.2: المسافات بالأميال بين بعض المدن الكبرى في الولايات المتحدة

ولأننا كنا نناقش الرسوم البيانية، نستطيع أن نعرض المعلومات نفسها بالرسم البياني المعروض في 5.9.



الشكل 5.9: رسم بياني موزون تام للمدن

يمثل العدد في كل خط المسافة بين المدن. ويوصف مثل هذا الرسم بالرسم البياني بـ الموزون لأن الخطوط تُعرض في شكل أوزان. ولأن هناك

خطًا بين كل نقطتين، يوصف أيضًا بأنه تام.

السؤال هو: ما الدرب الأقصر الذي يمر عبر كل المدن؟ من بين أساليب تناول هذا الأمر أن تختار دربًا ممكنًا يمر بجميع المدن الستة، وتجمع المسافات الفاصلة بين المدن (ولا تنس العودة إلى حيث بدأت)، وتعرف المجموع.وما إن تقوم بهذا، حتى تجرّب دربًا آخر، وتجمع مسافاته، وترى ما إذا كان أقصر. وللتأكد من أنك عرفت الدرب الأقصر، عليك أن تجري بحثًا تخمينيًا يغطي جميع الدروب الممكنة.

كم عدد الدروب التي يلزمك فحصها؟ يجب عليك أن تبحث في كل ترتيبات أو تباديل المدن الستة الممكنة. توجد ست مدن يمكنك أن تبدأ منها.وما إن تصل المدينة الأولى، ولأنك لا ترغب في العودة إلى هذه المدينة، فإن لديك بالنسبة للمدينة التالية خمس إمكانات للوصول إلى مدينة ثانية. وهناك أربع مدن ممكنة كمحطة تالية في رحلتك. وبالاستمرار على هذا المنوال، سوف تجد أن عدد الدروب الممكنة التي يلزمك البحث فيها هو

6 ´ 5 ´ 4 ´ 3 ´ 2 ´ 1 = 720.

وهذا عمل كثير[1]، لكن تغطية كل الدروب الـ 720 الممكنة مهمة يمكن أن تنجزها الحواسيب الحديثة في جزء من الثانية.

دعونا نتقص هذه المسألة من منظور أعمّ. تخيّل أن مسافرنا رغب في زيارة ن مدينة. نستطيع تصور هذه المسألة برسم بياني يتألف من ن نقطة. وبين كل نقطتين يوجد خط موزون يمثل المسافة بين المدينتين. وبذا يكون لدينا رسم بياني موزون وتام به ن نقطة، وغايتنا هي العثور على أقصر درب يمرّ على كل مدينة (نقطة) مرة واحدة بالضبط ويعود إلى مدينة البداية. وباستخدام الاستدلال السابق نفسه: هناك ن من المدن الأُول التي يمكن البدء بها، ون - 1 من المدن الثواني، .. وبوجه عام، عدد الدروب الممكنة التي يلزم فحصها هو

ن ´ (ن - 1) ´ (ن - 2) ´ ... ´ 2 ´ 1

سوف نكتب هذا العدد هكذا: ن! ونسمي هذه الدالّة «مضروب عوامل نـ». الحقيقة المدهشة بخصوص هذه الدالّة هو أنه كلما زادت ن، زادت ن! بدرجة لا تصدق.

(1) الواقع أننا لا نحتاج إلا لمعاينة 120 دربا لأنه لا يهم أي مدينة نعتبرها الأولى. بتعبير آخر، بالنسبة إلى العدد نـ من المدن، هناك فقط (نـ - 1) دربا ممكنا.

دعونا نشمّر عن سواعدنا ونقوم بحسبة بسيطة. بالنسبة إلى ن = 100، كم درب هناك؟ وكم يستغرق حاسوب ذو قدرات معقولة للبحث في كل هذه الدروب الممكنة؟ سوف نحتاج إلى حساب 100! ويمكن أن نقوم بهذا بالجلوس وضرب 100 في 99 في 98... في 3 في 2 في 1. أو قد نمارس الغش ونطبعها على الآلة الحاسبة العلمية المتقدمة التي نجدها في كل حاسوب. سوف نحصل على النتيجة التالية:

100!=

93,326,215,443,944,152,681,699,238,856,266,700,490,715,968,264,381,621,468,592,963,895,217,599,993,229,915,608,941,463,976,156,518,286,253,697,920,827,223,758,251,185,210,916,864,000,000,000,000,000,000,000,000.

قبل أن تصاب بالدوار، دعنا لدقيقة نعاين هذا الرقم. إنه يتألف من 9 يتبعها 157 رقمًا. ثمة عدد غاية في الضخامة يوصف بأنه غوغول (googol). وهو عبارة عن 1 متبوع بـ 100 صفر[1]. عددنا أكبر من غوغول بكثير. إنه كبير بشكل لا يمكن تصوره.

بالنسبة إلى كل من هذه الدروب الممكنة، يلزمنا أن نجمع المسافات بين 100 مدينة وأن نقارن المجموع بأقل مسافة سبق لنا العثور عليها. تخيّل أن لدينا حاسوبًا يمكنه فحص مليون درب في الثانية. بقسمة 100! على مليون نحصل على

93,326,215,443,944,152,681,699,238,856,266,700,490,715,968,264,381,621,468,592,963,895,217,599,993,229,915,608,941,463,976,156,518,286,253,697,920,827,223,758,251,185,210,916,864,000,000,000,000,000,000

ثانية. ولكي نعرف عدد الدقائق التي يستغرقها هذا، نقسّم على 60 فنحصل على

1,555,436,924,065,735,878,028,320,647,604,445,008,178,599,471,073,027,024,476,549,398,253,626,666,553,831,926,815,691,066,269,275,304,770,894,965,347,120,395,970,853,086,848,614,400,000,000,000,000,000

(1) رغبت شركة شبكة معلومات بعينها في استخدام ضخامة هذا الرقم اسما لها. وتقول الأسطورة إنها أخطأت في تهجئة الكلمة. للخجل أنه لم يكن لديهم *Google* للتأكد من التهجئة.

دقيقة. وبالقسمة ثانية على 60 نحصل على

25,923,948,734,428,931,300,472,010,793,407,416,802,976,657,851,217,117,074,609,156,637,560,444,442,563,865,446,928,184,437,821,255,079,514,916,089,118,673,266,180,884,780,810,240,000,000,000,000,000,000

ساعة. وبقسمة بسيطة على 24 نحصل على

1,080,164,530,601,205,470,853,000,449,725,309,033,457,360,743,800,713,211,442,048,193,231,685,185,106,827,726,955,341,018,242,552,294,979,788,170,379,944,719,424,203,532,533,760,000,000,000,000,000,000

يوم. هل نستمر؟ بالقسمة على 365 نحصل على

2,959,354,878,359,467,043,432,877,944,452,901,461,527,015,736,440,310,168,334,378,611,593,658,041,388,569,114,946,139,776,006,992,588,985,721,014,739,574,573,764,941,185,024,000,000,000,000,000,000

سنة. وبالقسمة على 100 نحصل على

29,593,548,783,594,670,434,328,779,444,529,014,615,270,157,364,403,101,683,343,786,115,936,580,413,885,691,149,461,397,760,069,925,889,857,210,147,395,745,737,649,411,850,240,000,000,000,000,000

قرن. أي 2,9 ´ 10142 قرن. هذا وقت طويل جدًا؛ طويل بشكل صادم!

الأمر جدير بلحظة تفكّر. تبدو مسألة البائع المسافر مسألة بسيطة يمكن شرحها لأي تلميذ في المدرسة الابتدائية، ويمكن بمدخلات بسيطة أن يؤديّها كل واحد منا بسهولة. ولكن حين تكثر المدخلات، فإن عدد العمليات اللازمة يغدو هائلًا. نعم، حلّ المسألة ممكن، لكنه ليس بمقدور أي حاسوب أن «يحلّ» هذه المسألة في وقت معقول.

المسألة التي نُعطى فيها مدخلات ويُطلب منا العثور على أقصر أو أطول أو أفضل حلّ تسمى مسألة أمثلة. كثير من المسائل التي تحلها الحواسيب

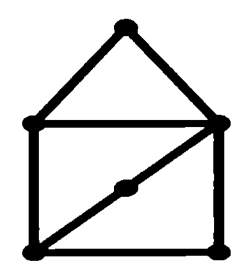
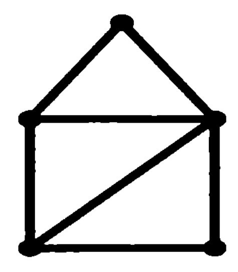
مسائل أمثَلة. مسألة البائع المسافر، كغيرها من المسائل التي سوف أناقش في بقية هذا الفصل، تصاغ هي الأخرى في شكل يعرف بـ المسألة البتّية، التي لا يُطلب فيها من الحاسوب سوى أن يجيب بنعم أو لا. مثل هذه المسائل ليست معنية بأقصر أو أطول أو أفضل الحلول، بل معنية فحسب بوجود نمط بعينه. فعلى سبيل المثل، قد تُعنى مسألة الأمثَلة بتحديد سرعة أسرع عدّاء في الولايات المتحدة، في حين تُعنى المسألة البتّية بما إذا كان بـ «إمكان أي عدّاء في الولايات المتحدة أن يطوي ميلًا في أقل من 3,5 دقيقة؟»، التي يجاب عنها بنعم أو لا.

وتصاغ مسألة البائع المسافر في صورة المسألة البتّية على النحو التالي: وفق رسم بياني موزون وتام والعدد ك، هل هناك درب يمرّ عبر كل نقطة مجموع مسافات رحلته أقل أو يساوي ك. إذا لم يكن هناك مثل هذا الدرب، أجب بلا. لاحظ أنه لم يطلب منا العثور على الدرب. ولاحظ أيضًا أنه بإمكان المسألة البتّية أن تنتهي قبل أن تنتهي مسألة الأمثَلة. في المسألة البتّية، إذا وجدنا الدرب الذي نبحث عنه، نتوقف ونجيب بنعم. في المقابل، سوف يلزم مسألة الأمثَلة أن تفحص كل الدروب الممكنة أثناء البحث عن أفضلها. غير أن موضع اهتمامنا الأساسي في هذا الجزء والجزء التالي هو المسائل البتّية.

يجب أن تعدّ مسألة البائع المسافر مسألة قيد على القدرة البشرية على المعرفة. لا سبيل يمكن بها معرفة أقصر درب في مسألة ذات حجم معقول.

مسألة الحلقة الهاملتونية

هذه المسألة معنية هي الأخرى بالعثور على دروب باستخدام رسم بياني. هنا يُطلب منا العثور في رسم بياني ما (لا يشترط أن يكون موزونًا ولا تامًا) على درب متصل يمر بكل نقطة مرة واحدة بالضبط ويعود إلى حيث بدأ. مثل هذه الحلقة تسمى حلقة هاملتونية. في الصيغة البتّية، تطلب مسألة الحلقة الهاملتونية تحديد ما إذا كانت هناك حلقة هاملتونية في الرسم البياني المعطى. وهناك العديد من التطبيقات الواقعية لهذه المسألة. مثل هذا، يمكن أن يعطى سائق حافلة خريطة مدينة ويطلب منه المرور على تلاميذ في نقاط بعينها. هل يمكن لهذا السائق أن يكمل هذه الرحلة دون عبور أي نقطة مرتين؟ اعتبر الرسمين البيانيين المعروضين في الشكل 5,10.

الشكل 5.10: أمثلة على مسألة الحلقة الهاملتونية

في الرسم البياني الموجود على اليسار، قد نبدأ ببساطة من أي نقطة ونسير إما حسب دوران عقارب الساعة أو عكس دورانها للحصول على حلقة هاملتونية. في المقابل، حاول العثور على مثل هذه الحلقة في الرسم البياني الموجود على اليمين. (ولن تنجح في العثور عليها).

من بين سبل حلّ المسألة البتّية هذه أن تحاول القيام ببحث تخميني عبر كل التبديلات الممكنة في الرسم البياني المعطى. بالنسبة لكل تبديل، عاين ما إذا كان له درب مرتبط في الرسم البياني. وبالنسبة لكل رسم بياني من الحجم ن، يوجد ن! تبديل ممكن. وكما رأينا في مسألة البائع المسافر، هذا ليس مرضيًا إطلاقًا. ليس هناك وقت كاف لحل هذه المسألة إذا كان المدخل كبيرًا إلى حد ما. هل يمكننا أن ننجز أفضل من خوارزمية ن!؟

ثمة تشابه بعينه بين مسألة الحلقة الهاملتونية ومسألة حلقة يولر. في الحالين نُعطى رسم بياني ويُطلب منا البحث عن حلقة. في مسألة الحلقة الهاملتونية نبحث عن حلقة تمرّ بكل نقطة مرة واحدة بالضبط، وفي مسألة حلقة يولر نبحث عن حلقة تمرّ بكل خط مرة واحدة فقط. وقد رأينا في الجزء الأخير أن يولر علّمنا حيلة رائعة لتحديد ما إذا كانت هناك حلقة يولر في الرسم البياني المُعطى: فقط تأكد من أن عدد الخطوط التي تمس كل نقطة زوجي. هل ثمة حيلة مشابهة تخبرنا عما إذا كانت هناك حلقة هاملتونية في رسم بياني مُعطى؟ لسوء الحظ أن مؤلفك المتواضع لا يعرف مثل هذه الحيلة، وهذا هو وضع كل شخص آخر. في هذا الوقت، السبيل الوحيدة للتأكد تمامًا من وجود حلقة هاملتونية في رسم بياني مُعطى مؤلف من ن نقطة هو القيام ببحث تخميني عبر كل ن! حلقة ممكنة. وعلى الرغم من أن المسألتين متشابهتان، فإن إحداهما سهلة على الحل، فيما يبدو أن الأخرى

غاية في الصعوبة. ولهذا يجب فحص كل مسألة تعرض علينا بحرص بالغ.

حقيقة أننا لا نعرف خوارزمية أفضل من البحث التخميني لا تعني أنه لا وجود لمثل هذه الخوارزمية. قد يتسنى لشخص ما العثور عليها. غير أنني سوف أبين في الجزء التالي السبب الذي يجعل معظم البُحاث يعتقدون أنه لا وجود لمثل هذه الخوارزمية.

مسألة تقسيم الفئات

هب لدينا فئة من الطلاب أعمارهم {18، 23، 27، 65، 22، 25، 19، 21}، وودنا تقسيمهم إلى مجموعتين متساويتين من حيث «خبرة الحياة». سوف يكفي القليل من إعمال الفكر لتبيان أن الفئتين التاليتين {18، 27، 65}، {23، 22، 25، 19، 21} تحققان هذه المهمة؛ فمجموع كل منهما هو 110. مسألة تقسيم الفئات تعمّم هذا المثل: بالنسبة إلى فئة من الأعداد الصحيحة الموجبة، حدد ما إذا كان بالإمكان تقسيمها إلى فئتين مجموع عناصر إحداهما يساوي مجموع عناصر الأخرى.

دعونا ننظر في بعض أمثلة هذه المسألة. ماذا عن الفئة {18، 23، 28، 65، 22، 25، 19، 21}؟ الأعداد تكاد متساوية [مع أعداد الفئة السابقة] باستثناء أن لدينا 28 بدلًا من 27. ويكفي قليل من إعمال الفكر إلى تبيان أنه لا سبيل لتقسيم هذه الفئة إلى قسمين متساويين. في المثل الأخير كان المجموع 220، وفي كل قسم 110. أما في هذا المثل، فإن المجموع 221، ولا سبيل لتقسيم العدد الفردي 221 إلى قسمين صحيحين متساويين. ولهذا فإنه من ضمن سبل تبيان أن المسألة لا حلّ لها هو أن تجمع الأعداد وترى ما إذا كانت النتيجة فردية. إذا كانت فردية، فمن المؤكد أنه ليس هناك حلّ ممكن. ولكن ماذا لو كان المجموع زوجيًا؟

اعتبر الفئة {30، 4، 32}. مجموع هذه الأعداد الثلاثة 66، وهو عدد فردي. غير أنه يتضح أنه لا سبيل لتقسيم هذه الفئة إلى قسمين متساويين. ولهذا فإن حيلة معرفة ما إذا كان مجموع الأعداد فرديًا لا تنجح دائمًا. يمكن للمجموع أن يكون زوجيًا لكنه يظل من المستحيل تقسيم العناصر إلى جزأين متساويين.

كيف نحلّ مثل هذه المسألة؟ يلزمنا أن نجرّب كل إمكانات تقسيم الفئة. وبالنسبة لكل تشطير، نحتاج لجمع أحد الشطرين ورؤية ما إذا كان

يساوي نصف مجموع كل العناصر. كم عدد التشطيرات الممكنة؟ بالنسبة لكل عنصر في الفئة المعنية، يمكننا وضع العنصر في إحدى الفئتين. لدينا إذن إمكانان بالنسبة للعنصر الأول، وإمكانان بالنسبة للعنصر الثاني... وإمكانان بالنسبة إلى العنصر الـ ن. أي

2 ´ ... ´ 2 ´2 ´ 2

______ = $2^{ن}$ ز

إمكانًا. نقول إن هذه المسألة تتطلب قدرًا أسّيًا من العمل.

لنفترض أن لدينا مائة رقم نود تقسيمها إلى مجموعتين. كم عدد التشطيرات الممكنة التي يشملها هذا المثل؟ تبين الحسبة أن هناك 2100 شطرًا، أي

1,267,650,600,228,229,401,496,703,205,376 شطرًا. ولو كان لدينا حاسوب يمكنه فحص مليون تقسيم في الثانية، سوف يستغرق عمله

= 1,000,000/1,267,650,600,228,229,401,496,703,205,376

1,267,650,600,228,229,401,496,703

ثانية. قسّم هذا على 60، وسوف تحصل على

21,127,510,003,803,823,358,278

دقيقة. قسّم مرة أخرى على 60، وسوف تحصل على

352,125,166,730,063,722,637

ساعة. وهذا يساوي

14,671,881,947,085,988,443

يومًا، أي

40,196,936,841,331,475

سنة، أو

401,969,368,413,314

قرنًا. وهذا ليس شيئًا يمكننا أن ننتظره!

قد تستحدث أساليب مختلفة أسرع لحل هذه المسألة. غير أنه ليس هناك أسلوب يعمل في كل الحالات في وقت أقصر. الأسلوب الوحيد المعروف الذي سوف يعثر دائمًا على حلّ في كل الحالات هو البحث التخميني عبر 2نـ فئة جزئية.

مسألة جمع الفئات الجزئية

مسألة جمع الفئات الجزئية شبيهة بمسألة تقسيم الفئات. تخيّل أنك تحمّل أشياء في سيارتك من أجل قضاء عطلة نهاية الأسبوع في الريف. هناك الكثير من الأشياء التي ترغب في أخذها معك، ولكن لسيارتك، واحسرتاه، قدرة محدودة. إنك ترغب في أن تملأ سيارتك بالحد الأقصى الممكن. هذا الموقف الشائع هو الصيغة غير الصورية لمسألة جمع الفئات الجزئية: بالنسبة إلى فئة معطاة من الأعداد الصحيحة والعدد الصحيح ق (اختصار قدرة)، حدد ما إذا كانت هناك فئة جزئية مجموعها يساوي ق. مثل هذا، اعتبر الفئة }34، 62، 85، 18، 17، 52{ والقدرة ق = 115. لو حاولت مع الفئة فترة طويلة، سوف تلحظ أن مجموع العناصر }62، 35، 18{ يساوي 115. ولكن ماذا لو غيرنا ق إلى 114، أو غيرنا الأعداد الصحيحة المعطاة؟

وبوجه عام، بالنسبة إلى فئة من الأعداد الصحيحة والعدد الصحيح ق، ما أسلوب الحاسوب في حلّ هذه المسألة البتّية؟ كما هو الحال في مسألة تقسيم الفئات، نستطيع أن نجرّب كل الفئات الجزئية، وفي كل حالة نجمع العناصر لرؤية ما إذا كان المجموع يساوي ق. لقد رأينا أنه بالنسبة إلى الفئة ذات العناصر ن، يوجد 2نـ فئة جزئية، وسوف يقودنا هذا ثانية إلى عدد هائل من العمليات وقدر غير مناسب من الوقت، تمامًا كما حدث مع مسألة تقسيم الفئات ذات المدخلات كبيرة الحجم.

مسألة الاستيفاء

تتناول هـذه المسألة جملًا منطقية بسيطة. نفترض بعض المعرفة بالمنطق التمهيدي والروابط $\wedge$ (و)، $\vee$ (أو)، ~ (ليس)، و ← (يستلزم). اعتبر الجملة المنطقية

(سـ ~ $\vee$ صـ) ← (سـ $\wedge$ صـ).

هذه الجملة إما صادقة أو كاذبة، وفقًا على القيم المحددة للمتغيرين سـ وصـ. إذا كانت سـ صادقة، وصـ كاذبة، فإن الجملة بمجملها صادقة. أما إذا كانت سـ صادقة، وصـ صادقة، فإن الجملة بمجملها كاذبة. وإذا كان بالإمكان جعل جملة منطقية صادقة، نقول إنها مستوفاة. مسألة استيفاء الجملة المنطقية هي مسألة ما إذا كان بالإمكان تحديد القيمتين «صادق» و«كاذب» للمتغيرات بما يجعل الجملة بمجملها صادقة (أي مستوفاة). وقد رأينا أن الجملة المنطقية السابقة مستوفاة. اعتبر الآن الجملة

بـ ∧ (بـ ← تـ) ∧ (تـ ← جـ) ∧ (~ جـ).

كي تصدق هذه الجملة، يلزم أن تصدق كلًا من بـ و(بـ ← تـ) صادقة. حسب مودس بوننز، يلزم في هذه الحالة أن تكون تـ صادقة. ولكي تصدق (تـ ← جـ) يلزم أن تصدق جـ. لكن جـ كاذبة بسبب لزوم أن تصدق ~ جـ. النتيجة هي أنه لا سبيل لجعل هذه الجملة صادقة منطقيًا.

ما السبيل لحلّ مسألة الاستيفاء؟ يعرف معظم طلاب الثانوية أن تحديد قيمة الجملة المنطقية يتطلب إعداد جدول صدق. تستفسر المسألة البتّية لهذه المسألة عما إذا كان هناك صف في جدول الجملة المنطقية يحدد القيمة «صادق».

من بين خوارزميات حلّ هذه المسألة إعداد جدول صدق للجملة المعنية وفحص الصفوف، والإجابة بنعم أو لا وفقًا على ما إذا كان هناك أي صف يحدد القيمة «صادق». غير أن إعداد مثل جداول الصدق هذه يتطلب الكثير من العمل. إذا كان هناك متغيران في الجملة المنطقية المعنية، سوف تكون هناك أربعة صفوف في جدول الصدق. وإذا كانت هناك ثلاثة متغيرات، سوف تكون هناك ثمانية صفوف. وبوجه عام، بالنسبة إلى الجملة ذات العدد نـ من المتغيرات المختلفة، سوف يتألف الجدول من 2نـ صفًا. وهذه الزيادة الأسية في حجم العمل أمارة على أن هذه المسألة ليست عملية مثل المسائل التي ناقشنا في هذا الجزء.

والآن، وبعد أن ناقشنا بعض المسائل، دعونا نفكر في تعريف جيد. سوف نشير بالرمز م غ [تعني م مسائل يمكن حلها بحاسوب في عدد عدود من العمليات، وتعني غ مسائل يمكن حلها بحاسوب بعدد أقل من العدد الأسي أو مضروب العوامل] لفئة كل المسائل البتّية التي يتطلب حلها

2^{ن}، أو ن! عملية، أو يتطلب عددًا أقل من العمليات[1]. ولأن م تشير إلى فئة المسائل التي يمكن حلها في قدر عدود من العمليات؛ ولأن متعددات الحدود تتضاعف بشكل أبطأ من الدوال الأسية أو دوال مضروب العوامل، فإن م فئة جزئية من م غ. وهذا يعني أن كل مسألة «سهلة» عنصر في فئة كل المسائل «الصعبة والسهلة».

قد تكون لديك شكوك حول ما إذا كان هناك فرق بين الدوال متعددة الحدود وبين الدوال الأسية أو مضروبة العوامل. غير أن الجدول 5.3 يبدد كل هذه الشكوك.

ن	لو2 ن	ن لو2 ن	ن^{2}	ن^{5}	2^{ن}	ن!
1	0	0	1	1	2	1
2	1	2	4	32	4	2
5	2.32192	11.6096	25	3125	32	120
10	3.32192	3.32192	100	100000	1024	3628800
20	4.32192	86.4385	400	3200000	1048576	10^{18} X 2.43
50	5.64385	282.192	2500	10^{8} X 3.1	10^{15} X 1.13	10^{64} X 3.04
100	6.64385	664.385	10000	10^{10} X 1	10^{30} X 1.27	10^{157} X 9.3
200	7.64385	1528.77	40000	10^{11} X 3.2	10^{60} X 1.61	10^{374} X 7.8
500	8.96578	4482.89	250000	10^{13} X 3.1	10^{150} X 3.3	10^{1134} X 1.22
1000	9.96578	9965.78	100000	10^{15} X 1	10^{301} X 1.1	10^{2567} X 4.02
2000	10.9657	21932.5	400000	10^{16} X 3.2	10^{602} X 1.14	10^{5735} X 2.43 3.31

الجدول 5.3: قيم عديدة لدوال متعددة الحدود ودوال ليست متعددة الحدود

تُبيّن الأعمدة القليلة الأولى دوال متعددة الحدود من النوع النمطي وقيمها لـ ن متنوعة. ويبيّن العمودان الأخيران قيم دوال متعددة الحدود وقيم مضروبة العوامل. وعلى الرغم أن بعض الدوال متعددة الحدود، في حالة قيم نـ الصغيرة، أكبر من عمودي الجهة اليمني، يتضح أنه عندما تساوي نـ 50 فإن الدوال متعددة الحدود تفشل في مواكبة الأعمدة الأخرى. هذه هي الزيادة الهائلة التي يبدو أنها تضع حدًّا فاصلًا وواضحًا بين

---

(1) نحن مترددون بعض الشيء بخصوص التعريف الدقيق لـ م غ. تأمين التعريف الصحيح سوف يذهب بنا بعيدا. غير أن معظم أمثلة مسائل م غ هي الواقع إما 2نـ أو نـ! من للهم أن نعرف أن مسائل م غ لا تعني «غير-متعددة الحدود»، بل تعني «متعددة الحدود غير-حتمية». وهذا يعني أنه يمكن حلّ المسائل في وقت محدود، إذا كان ما يقوم بالمهمة آلة غير-حتمية. والآلة غير-الحتمية هي أساسا آلة تقوم بعدد كبير من التخمينات في الوقت نفسه. المؤسف أنه لا وجود لمثل هذه الآلة ونحن لا نستطيع استخدام آلات لا وجود لها في حلّ مسائلنا ...

الدوال متعددة الحدود والدوال غير متعددة الحدود.

ولأن مسائل م غ كانت عرِّفت في بداية سبعينيات القرن العشرين، عثر البحاث بالفعل على آلاف من مثل هذه المسائل. الحال أن مسائل م غ تثار في كل جوانب قطاع الأعمال، والصناعة، وعلم الحاسوب، ونظرية الرسوم البيانية، وعلم التوليفات، ومواضيع كثيرة أخرى. وفي الآونة الأخيرة تبين أن الكثير من مسائل البيولوجيا المتعلقة بتسلسل المورثات من هذا القبيل. وبعد أن تعلم علماء البيولوجيا كيفية قراءة دنا البشر واستخدام هذه المعلومات في تأمين رعاية خاصة لكل مريض، بدأوا يدركون أن بعض المهام تتطلب عددًا هائلًا من العمليات وقدرًا أكبر مما يتاح لهم من وقت.

ولكن، ليست كل القيود سيئة. لقد رأينا في الجزء 5.1 أن ضرب عددين مسألة متعددة الحدود. في المقابل، تحديد عوامل عدد ما مسألة صعبة. اعتبر ضرب 4871 في 1237. بمقدور أي طالب ذكي في السنة الرابعة الابتدائية أن يبيّن باستخدام أسلوب مختصر أن النتيجة هي 35251427. اعتبر الآن هذا العدد. إنه حاصل ضرب عددين أولويّين (أي عددين لا يمكن إخضاعهما للمزيد من القسمة). هل تستطيع العثور على هذين العاملين الأوليين؟ سوف يستغرق المرء، أو الحاسوب، وقتًا طويلًا كي يكتشف أن هذين العددين عما 7193 و5309. السبب في هذا هو أنه على الرغم من أن الضرب مسألة ن2، فإن تحديد العوامل مسألة م غ. وقد استخدم هذا اللاتماثل في بعث رسائل عبر شبكة المعلومات الدولية. لن نخوض في التفاصيل المروعة للكيفية التي أنجزت بها هذه المهمة، ولكن هناك خوارزمية تستخدم الأعداد الكبيرة في بعث رسائل خفية. وقد قام رون ريفست، وآدي شامير، وليونارد أدلمان بوصف هذه الخوارزمية في عام 1978، وقد سميت [على الحروف الأولى من أسمائهم الأولى] RSA. لو كان المتصنتون يستمعون لمحادثة، لما كان بمقدورهم فهم الرسالة (أو الحصول على رقم بطاقة الائتمان الذي ذكر فيها) دون القيام بتحديد عوامل عدد كبير جدًا. ولو أن الذكي لكس لوثر عثر على خوارزمية تحدد بسهولة عوامل الأعداد، لتم «اختراق» RSA، ولكان كثير من عالم أمن الشبكة الدولية للمعلومات بلا جدوى.

وعلى نحو مشابه، بتحسن تقنيتنا ومكنة إجراء عمليات متعددة – أي بتحسن قدرتنا على استخدام العديد من العمليات بشكل مواز – قد يتسنى لنا التغاضي كليًا عن مفهوم المسائل م غ. قد تحسب أن مثل هذه المسائل صعبة على معالج مفرد يقوم بخطوة واحدة في كل مرة، وأنها قد

تحل في وقت معقول بعون عدة معالجين. غير أن هذا أمل زائف هو الآخر. حتى بـ 10000 معالج يعملون معًا، لن يستغرق الحلّ أقل من 2،9 × 10^{138} قرن، وهذا شرط زمني غير مقبول. دعونا نذهب أبعد. يقدّر العلماء أن هناك 1080 ذرة في الكون. تخيّل أن كل ذرة مفردة في الكون حاسوب يعمل على أجزاء مختلفة من المسألة. تقسيم المسألة على هذا النحو يعني أن إتمامها سوف يتطلب من هذه الحواسيب العمل بشكل يائس 10^{62} قرن. هذا بالنسبة لمدخل حجمه 100. فماذا عن المدخلات الأكبر؟ مفاد الفكرة هو أن مثل هذه المسائل لا تحل بأي آلة في أي قدر معقول من الوقت.

ولعلك لاحظت الضجة الإعلامية حول موضوع الحواسيب الكمومية. تظل هذه الحواسيب حتى الآن أجهزة افتراضية توظف بعض جوانب ميكانيكا الكم[1] الغريبة والمخالفة للبداهة في تحسين قدراتنا الحوسبية. ومن بين أغرب أفكار ميكانيكا الكم أن الأشياء دون-الذرية قد توجد في أكثر من مكان في الوقت نفسه. ففي حين أن الأشياء ذات الأحجام العادية إما أن تكون في هذا المكان أو ذاك المكان، فإن الأشياء ذات الأحجام دون-الذرية تحوز تراكبًا– أي أنها قد تكون في مواضع عديدة في الوقت نفسه. وبصرف النظر حول أي شكوك قد تساورك حول مثل هذه الأفكار، فإن التراكب حقيقة مكرّسة في عالمنا. ويحاول علماء الحواسيب الكمومية استخدام التراكب في صنع حواسيب أفضل. يبحث الحاسوب العادي في عدد كبير من الحلول الممكنة بواقع حلّ في كل مرة. في المقابل، يضع الحاسوب الكمومي نفسه في تراكب بحيث يبحث ويتقصى حلولًا ممكنة كثيرة في الوقت نفسه. قد تحسب أن تطور الحواسيب الكمومية سوف يجعل مسائل م غ أسهل على الحل. مرة أخرى، مثل هذه الآمال زائفة، إذ يمكن إثبات أننا حين نبحث عن عنصر بعينه في قائمة حجمها ن، لن يكون في وسع الحاسوب الكمومي أن يجري أكثر من جذر ن خطوة. ولهذا حين يبحث حاسوب كمومي في كل الحلول الـ 2ن الممكنة لأي مسألة م غ، سوف يكون قادرًا على إنجاز هذه المهمة في جذر 2ن خطوة. غير أن

$$2^{ن} = 2 \text{ أس } (2/ن)$$

تظل أسية. ولهذا فإن الحواسيب الكمومية ليست الحلّ المرجو لمسائل م غ.

باختصار، كل التحسينات المستقبلية المتوقعة لتقنية الحواسيب عاجزة إزاء مسائل م غ. الوسيلة الوحيدة التي تجعل هذه المسائل سهلة على الحلّ هو

(1) سوف نناقش هذه الأفكار بشكل معمق في الجزء 7.2.

العثور على خوارزميات متعددة الحدود تناسبها. وسوف نرى في الجزء التالي السبب الذي يجعل معظم البُحاث يعتقدون أنه ليست هناك خوارزميات أفضل لهذه المسائل. ويبدو أنها سوف تظل مسائل غير قابلة للحلّ في وقت معقول. إنها ليست صعبة لأننا لا نملك التقنية القادرة على حلها، بل صعبة بسبب طبيعتها هي نفسها. إنها صعبة بشكل متأصل ومن المرجح أن تظل عصيّة على الحل.

5.3 كلها مرتبطة

واجهنا في الجزء الأخير عدة مسائل خوارزميتها المعروفة الوحيدة أبحاث تخمينية، تستغرق قدرًا أكبر مما يجب من الوقت. حتى الآن ليست هناك خوارزمية متعددة الحدود لحلها، بمعنى أنه ليست لدى أي شخص حيلة للعثور على حلّ في وقت أقصر. وفي هذا الجزء سوف نعرف السبب الذي يجعل معظم البُحاث يعتقدون أنه ليست هناك مثل هذه الخوارزميات متعددة الحدود.

لو قضيت بعض الوقت في حلّ مسائل تقسيم فئات ومسائل جمع فئات جزئية، سوف تجد أنها متشابهة وأنها في واقع الأمر مرتبطة. يمكن بسهولة تحويل حالة مسألة تقسيم فئات إلى حالة مسألة تقسيم جمع فئات جزئية. مفاد الفكرة هو أنك في مسألة تقسيم الفئات تبحث في حقيقة الأمر عن فئة جزئية مفردة تتألف من عناصر يشكل مجموعها نصف مجموع كل عناصر الفئة. مثل هذا، اعتبر الفئة {12، 63، 13، 82، 42، 54، 24، 76، 22}. من بين سبل تحديد ما إذا كان بالإمكان تقسيم هذه الفئة إلى فئتين بعناصر متساوية المجموع هو أن ترى ما إذا كانت هناك فئة جزئية مجموعها يساوي نصف مجموع كل العناصر. في هذا المثل يلزمنا أن نحدد ما إذا كانت هناك فئة جزئية مجموع عناصرها هو

$$\text{ق} = \frac{(12+ 63+ 13+ 82+ 42+ 54+ 24+ 76+ 22)}{2} = 194$$

إذا كانت هناك مثل هذه الفئة الجزئية، فإنه يمكن تقسيم الفئة إلى عناصر تنتمي إلى الفئة الجزئية وعناصر لا تنتمي إليها. وإذا لم تكن هناك مثل هذه الفئة الجزئية التي يساوي مجموعها 194، فإن هذا المثل على

مسائل تقسيم الفئات يقود إلى إجابة سلبية.

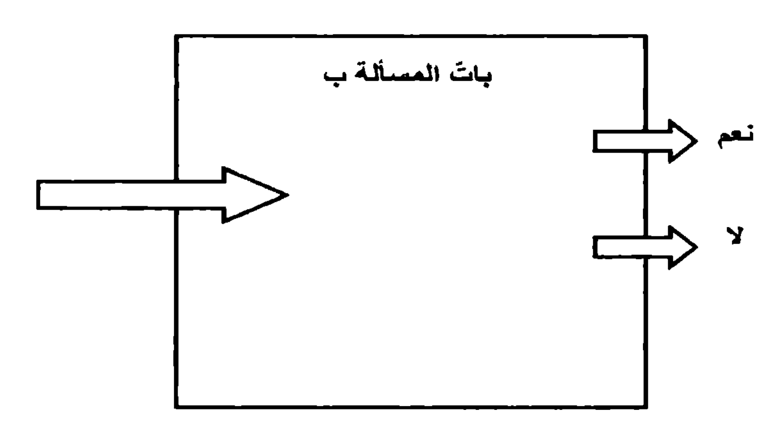
ما نقوله هنا هو أننا إذا استطعنا حلّ مسألة مجموع فئات جزئية، سوف نستطيع بالتوكيد حلّ مسألة تقسيم فئات. حسب ترميزنا

حل مسألة جمع فئات جزئية ← حلّ مسألة تقسيم فئات.

إذا كان لديك مثل على مسألة تقسيم فئات، حسبك أن تغيّرها إلى مسألة جمع فئات جزئية، كما فعلنا أعلاه عبر جعل ق نصف مجموع كل عناصر الفئة. قول إنك إذا استطعت حلّ مسألة ما فإنك قادر بالتوكيد على حلّ مسألة أخرى إنما يعني أن المسألة الأولى بصعوبة أو أصعب من المسألة الثانية. ولهذا فقد بيّنا أن مسألة جمع الفئات الجزئية بصعوبة أو أصعب من مسألة تقسيم الفئات. وبتعبير آخر، مسألة تقسيم الفئات بصعوبة أو أسهل من مسألة جمع الفئات الجزئية. سوف نعبّر عن هذا على النحو التالي:

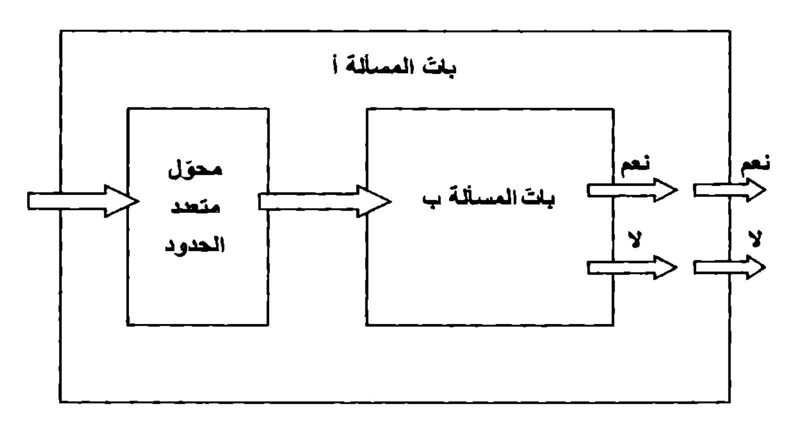
حل مسألة تقسيم فئات ح^3 حلّ مسألة جمع فئات جزئية.

دعونا نعمّم ما قمنا به لتونا على مسألتين بتيتين اعتباطيتين. تخيّل أن لدينا المسألة ب التي يمكن للحاسوب حلها. هذا يعني أن لدينا آلة ندخل فيها مثلًا ما على المسألة فتُخرج لنا إجابة بنعم أو لا وفقًا على الحل. لنا أن نمثل هذا بالشكل 5.11. يدخل المدخل من اليسار فتحسب الآلة وتُخرج نعم أو لا.



الشكل 5.11: آلة للبتّ في المسألة ب

تخيّل الآن أن لدينا المسألة أ. إذا كانت هناك وسيلة لتحويل مثل ما على المسألة أ إلى مثل على المسألة ب، نستطيع استحداث آلة تبتّ في المسألة أ عبر ربط المحوّل بباتّ مسألة ب كما هو مبيّن في الشكل 5.12.



الشكل 5.12: آلة للبتّ في المسألة أ عبر استخدام باتّ المسألة ب

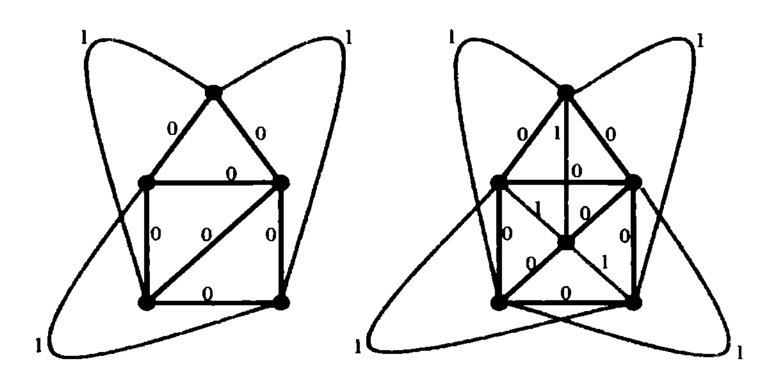
يدخل مثل ما على المسألة أ من اليسار، فيحوّل المثل إلى مثل على المسألة ب، ثم يذهب إلى باتّ المسألة ب كي يعطي إجابة للمسألتين.

لا نرغب من المحوّل أن يغير بشكل اعتباطي أي مثل على المسألة أ إلى مثل على المسألة ب، بل نشترط أن تكون للمثلين الإجابة نفسها. بتعبير آخر، سوف نؤكد على أن يأخذ المحوّل المدخلات ذات الإجابة «نعم» عن المسألة أ إلى المدخلات التي تجيب بـ«نعم» عن المسألة ب. إذا كان مدخل المسألة أ يحصل على الإجابة «لا» من باتّ المسألة أ، يلزم المحوّل أن يخرج مثلًا إجابته «لا». وهناك شرط آخر: يجب على المحوّل أن ينجز مهمته في عمليات متعددة الحدود. الحاجة إلى هذا الشرط سرعان ما تتضح.

حين تكون مثل هذه العلاقة بين المسألة أ والمسألة ب، نقول إن لدينا «رد للمسألة أ إلى المسألة ب» أو «تُردّ المسألة أ إلى المسألة ب».

دعونا ننظر في مثل آخر على ردّ مسألة إلى أخرى. مسألة الحلقة الهاملتونية قابلة للردّ إلى مسألة البائع المسافر. اعتبر أمثلة الحلقة الهاملتونية الموضحة في الشكل 5.10. لقد حولناها إلى أمثلة على مسألة البائع المسافر في الشكل 5.13. تذكّر أن مسألة البائع المسافر تتطلب رسومًا

بيانية تامة وموزونة. نتمّ الرسوم البيانية بإضاءة خطوط بين النقاط التي لم يسبق الربط بينها. وللتفريق ضمن أنواع الخطوط، سوف نجعل الخطوط الجديدة رماديّة.



الشكل 5.13: أمثلة على الحلقة الهاملتونية محوّلة إلى أمثلة على البائع المسافر.

وكما هو الشأن مع الأوزان، نقول إن لكل الخطوط السوداء الوزن 0 ولكل الخطوط الرماديّة الوزن 1. والآن الخطوة الأخيرة لجعل هذا مثلًا على صيغة بنّية من مسألة البائع المسافر: نجعل الرقم ك المطلوب 0. إذا كانت هناك حلقة للبائع المسافر وزنها 0 (أو أقل من 0)، لا واحد من الخطوط الرماديّة استخدم في الحلقة، ولهذا فإن هناك حلقة هاملتونية في الرسم البياني الأصلي. يشمل الرسم البياني الأيسر في الشكل 5.13 حلقة بائع مسافر، في حين أن الرسم البياني الأيمن لا يشمل مثل هذه الحلقة. وهكذا نجحنا في ردّ مسألة الحلقة الهاملتونية إلى مسألة البائع المسافر.

لماذا من المفيد أن نعرف ما إذا كان في الوسع ردّ مسألة صعبة إلى مسألة صعبة أخرى؟ في النهاية كلاهما غير قابل للحلّ بالنسبة إلى أي عدد كبير نـ. في الصفحات القليلة القادمة سوف نقف على العديد من الأسباب التي توضح أن مفهوم الردّ أساسي في حقل الدراسة بأسره.

دعونا نتأمل قليلًا في الموقف التالي. تخيّل أن هناك مشكلة م غ، سمّها A، يمكن ردها إلى مشكلة أخرى م غ، سمّها B، أي أن المشكلة A ح^{3} المشكلة B. وتخيل الآن أن عبقريًا طلع علينا فجأة ومعه خوارزمية فاتنة حديثة يمكنها بالفعل حلّ المشكلة B في وقت محدود. لا ريب في أنه سوف يحصل

على العديد من الجوائز لتمكنه في النهاية من العثور على طريقة سهلة في حلّ المسألة B. أولئك الذين انتظروا ترليونات القرون في حين أن هناك خوارزمية أسّية تحل المسألة B يستطيعون «الانطلاق» من هذه الخوارزمية واستخدام الخوارزمية متعددة الحدود الجديدة، والحصول على نتيجة خلال دقائق.

ولكن هناك ما هو أكثر. عبر الردّ متعدد الحدود، لن يكون للعبقري فضل حلّ المسألة B فحسب، بل سوف يتسنى أيضًا حلّ المسألة A في وقت محدود. كل ما نحتاجه لحل المسألة A في وقت محدود، هو وضع مثل ما على المسألة A عبر محوّل عدود للحصول على مَثل على المسألة B، ثم وضع هذا المثل في خوارزمية العبقري متعددة الحدود. ولأن المحوّل لا يستغرق سوى وقت محدود، ولأن الخوارزمية الجديدة تنجز هي الأخرى في مثل هذا الوقت، فإن العملية بأسرها يمكن أن تنجز في وقت محدود-زائدًا-وقتًا-محدودًا. والجمع بين وقتين محدودين يسفر عن وقت محدود، ولهذا فإنه يمكن إنجاز العملية بأسرها في زمن قصير نسبيًا. وهكذا فإن العبقري سوف يحصل على ثناء ليس فقط لحله المسألة ب، بل أيضًا لحله أي مسألة أخرى يمكن ردها إلى المسألة ب.

ولفهم العلاقة بين المسألتين المرتبطتين ببعضهما البعض، دعونا نقارنهما بتسلّق جبلين. لأن جبل إيفرست أطول من جبل مكنلي، الجملة التالية صادقة:

إذا كنت تستطيع تسلّق جبل إيفرست، فإنك تستطيع تسلّق جبل مكنلي.

وهذا يعني أن تسلّق جبل إيفرست أصعب من تسلّق جبل مكنلي.

إذا كنت لا تستطيع تسلّق جبل مكنلي، فأنت لا تستطيع تسلّق جبل إيفرست.

وعلى نحو مماثل، حين يكون هناك ردّ متعدد الحدود من المسألة A إلى المسألة B، فإن الجملة التالية صادقة

إذا أمكن حلّ المشكلة B في وقت محدود، فإنه يمكن حلّ المشكلة A في وقت محدود.

وهذا يعني أن المسألة B أصعب أو بصعوبة المسألة A. وهذه الجملة تكافئ:

إذا استحال حلّ المسألة A في وقت محدود، استحال حلّ المسألة B في وقت محدود.

تحدثنا حتى الآن عن مسألة م غ يمكن ردّ مسألة م غ أخرى إليها.

دعونا الآن نتحدث عن مسألة م غ يمكن ردّ كل مسألة م غ إليها. المسألة م غ التي يمكن ردّ كل مسألة م غ إليها تسمى مسألة م غ-تامة. بمعنى ما، مسائل م غ-التامة هي أصعب مسائل م غ. كل المسائل الخمس المعروضة في الجزء 5.2 مسائل م غ-تامة ويمكن ردّ الواحدة منها إلى أخرى.

ولأن أي مسألة م غ أخرى قابلة لأن ترد إلى مسألة م غ-تامة، إذا تسنى حلّ أي مسألة م غ-تامة في وقت محدود، فإن كل المسائل م غ قابلة للحلّ في وقت محدود.

نستطيع باستخدام فكرة المسائل م غ-التامة أن نعرف السبب الذي جعل البُحاث يعتقدون أننا لن نعثر إطلاقًا على الخوارزميات متعددة الحدود التي سوف تحل مثل هذه المسائل. اعتبر أي مسألة م غ-تامة، مسألة البائع المسافر مثلًا. لقد حاول الناس لسنين دون جدوى العثور على خوارزمية متعددة الحدود تحل هذه المسألة. وقد أثبت هذا الجزء الارتباط المتبادل بين مسائل م غ التامة. لو وجد أي شخص خوارزمية متعددة الحدود لأي مسألة م غ-تامة، فإن لمسألة البائع المسافر حلًا متعدد الحدود. بمعنى ما، البُحاث الذين كانوا يبحثون عن حلّ لأي مسألة م غ-تامة كان يبحثون أيضًا عن حلّ لمسألة البائع المسافر. ولهذا فإننا نستطيع أن نقول إن آلاف الناس كانوا يبحثون لسنوات عديدة عن خوارزمية متعددة الحدود لمسألتنا وإنهم لم يعثروا حتى الآن على أي شيء، الأمر الذي يرجح أنه لا وجود لمثل هذه الخوارزمية.

لماذا يعد إثبات أن مسألة ما م غ-تامة مهمًا؟ عادة ما يُطرح سببان أساسيان. أولًا بإثبات مسألة ما م غ-تامة، فإننا نثبت أن العثور على خوازمية كافية لهذه المسألة بصعوبة العثور على مثل هذه الخوارزمية لمسائل م غ-تامة أخرى. ولأنه لم يتسن لأحد العثور على خوارزمية كافية لأي مسألة م غ-تامة، فإننا نثبت أن المسألة صعبة بشكل متأصل. إذا كانت وظيفتك تشكيل خوارزمية أنيقة متعددة الحدود لحل مسألة وواجهت صعوبة في تأدية هذه المهمة، سوف تواجه متاعب مع رئيسك في العمل. ولكن إذا ثبت أن المسألة م غ-تامة، لك أن تؤكد له أنك لست وحدك العاجز عن العثور على خوارزمية جيدة، وأنه لا أحد بمقدوره أن يقوم بذلك. سوف ينقذ هذا الزعم وظيفتك.

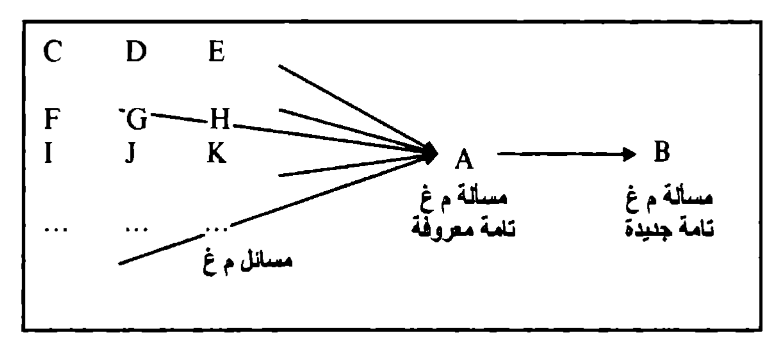
السبب الآخر الذي يجعل مفهوم مسائل م غ-التامة مهمًا هو أننا بمجرد أن نعرف أن مسألة ما صعبة على الحل، حتى يتاح لنا البحث عن خوارزميات قد تساعدنا على مقاربة حلّ المسألة. الخوارزميات التي تقارب الحلول في وقت معقول معروضة في الجزء 5.4.

وما إن نعثر على مسألة م غ-تامة ما حتى يسهل علينا العثور على أخرى. إذا عرفنا أن A مسألة م غ-تامة وكنا مهتمين بإثبات أن B مسألة م غ-تامة، سوف نحتاج إلى القيام بمهمتين:

1. إثبات أن B مسألة م غ.
2. إثبات أن A ≥ ح B - أي إثبات أن B بصعوبة أو أصعب من A.

ومن حقيقة أن معرفتنا بأن A مسألة م غ-تامة، وأن كل مسائل م غ-التامة قابلة للردّ إلى A، ومن حقيقة أن A قابلة للردّ إلى B، نعرف أن كل مسائل م غ-التامة قابلة للردّ إلى B. يتبين هذا من الشكل 5.14، حيث نرسم سهمًا من مسألة إلى أخرى إذا كان هناك ردّ بينهما.





الشكل 5.14: من مسألة م غ-تامة إلى أخرى.

باختصار، ما أن نحصل على مسألة م غ-تامة، حتى نستطيع بسهولة العثور على أخرى. ولكن كيف نعثر على أول مسألة م غ-تامة؟ في بداية سبعينيات القرن العشرين، أثبت ستيفن كون من أمريكا الشمالية وليوند ليفين من روسيا، كلًا على حدة، أن مسألة الاستيفاء مسألة م غ-تامة. وهذه المبرهنة، التي أصبحت تعرف بمبرهنة كوك-ليفين، واحدة من أكثر المبرهنات إدهاشًا في علم الحاسوب. تقر المبرهنة أن كل مسائل م غ قابلة لأن ترد إلى مسألة الاستيفاء. لقد ناقشنا خمس مسائل م غ. وهناك في الوقت الحالي الآلاف من مسائل م غ المعروفة، بعضها حول رسوم بيانية، وبعض آخر حول أعداد، وثالث حول تسلسل الدنا، ورابع حول مهام

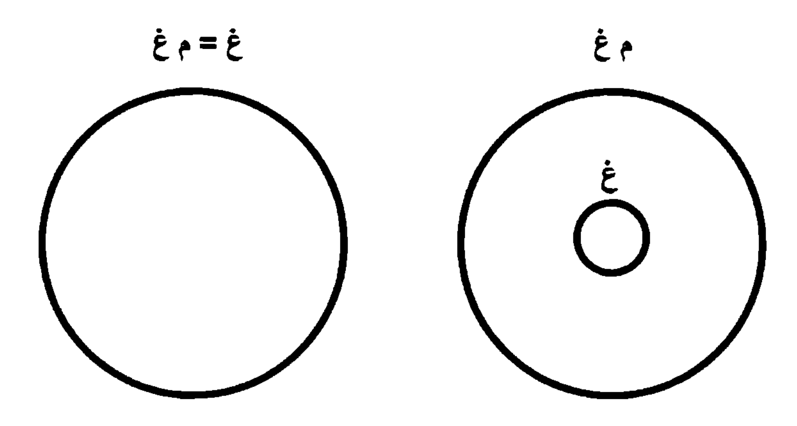
جدولة، وهكذا. وتتمظهر هذه المسائل في صيغ وصور مختلفة، لكنها جميعها قابلة لأن ترد إلى مسألة الاستيفاء. ولكن انتظر... ثمة المزيد! لم يثبت كوك وليفين فحسب أن كل مسائل م غ الموجودة الآن قابلة للردّ إلى مسألة الاستيفاء، بل أثبتا أن كل مسائل م غ - حتى تلك التي لم توصف بعد - قابلة للردّ إلى هذه المسألة.

الطريقة التي أثبت بها كوك وليفين أن مسألة الاستيفاء مسألة م غ-تامة بارعة وجديرة بالفهم. لقد بدأ كل منهما بالتساؤل عما تشترك فيه كل مسائل م غ. بالتعريف، كل مسألة م غ قابلة لأن تحلّ بحاسوب كحدّ أقصى بعدد أسّي أو مضروب العوامل من العمليات. اسأل الآن عن الكيفية التي يعمل بها الحاسوب. ما لبّه الداخلي؟ الإجابة بسيطة: يمتثل الحاسوب وشرائحه لقوانين المنطق. داخل كل حاسوب توجد بالفعل بلايين المحوّلات المنطقية التي تؤدي العمليات المنطقية و، أو، ليس، ويستلزم[1]. ولأنه يمكن حلّ كل مسألة م غ بحاسوب منطقي، فإن كل مسألة م غ قابلة لأن تردّ إلى مسألة استيفاء. لقد بدأنا هذا الفصل بنقاش الكيفية التي تستدل بها الحواسيب والمحركات. والآن ها نحن نرى هذا بوضوح. كل مسألة حاسوبية يمكن تغييرها إلى تعبير منطقي.

قبل أن أختتم هذا الجزء، دعني أخبرك كيف تحصل على مليون دولار. في بداية الألفية الجديدة، وسعيًا منه للترويج للرياضيات، كشف «معهد كلي» عن أصعب وأهم سبع مسائل في الرياضيات. من يستطيع حلّ أي واحدة من «مسائل الألفية» هذه سوف يحصل على مليون دولار. من بين هذه المسائل ما إذا كانت غ = م غ. لقد رأينا في نهاية الجزء 5.2 أن م فئة جزئية من م غ - بمعنى أن كل مسألة سهلة يمكن حلها في فترة ليست طويلة. غير أننا نستطيع أن نطرح السؤال المعكوس: هل م غ فئة جزئية من م؟ هل يمكن لكل مسألة م غ أن تحل في وقت محدود؟ إذا كانت م غ فئة جزئية من م، فإن غ = م غ. وإذا لم تكن م غ فئة جزئية من م، فإن هناك مسألة في م غ ليست في م، ومن ثم فإن غ ≠ م غ. الإمكانان مصوران في الشكل 5.15. كي تكسب الجائزة، كل ما يجب عليك القيام به هو أن تثبت الإجابة بطريقة أو أخرى.

---

(1) ما قام به كوك وليفين في الحقيقة هو تبيان أنه بالنسبة لكل مسألة م غ وكل مدخل في هذه المسألة، نستطيع أن نكتب تعبيرا منطقيا (غاية في الطول) يحاكي أفعال الحاسوب الذي يعثر على حلّ. إذا كان في الوسع العثور على حلّ باستخدام الحاسوب، سوف يستوفي التعبير المنطقي. وإذا استحال العثور على مثل هذا الحلّ، لن يكون التعبير المنطقي مستوفيا.



الشكل 5.15: إمكانان لمسألة غ مقابل م غ.

كيف يجب عليك التصرف للحصول على الجائزة المالية؟ ثمة مساران ممكنان. لك أن تثبت أن غ = م غ أو تثبت أن غ ≠ م غ[1]. كي تثبت أن غ= م غ، كل ما يلزمك القيام به هو تختار واحدة من مسائل م غ-التامة المفضلة لديك وتعثر على خوارزمية متعددة الحدود تحلها. وكما رأينا، إذا عثرت على مثل هذه الخوارزمية، فإن كل مسائل م غ سوف تكون قابلة للحلّ في قدر محدود من العمليات. قد يبدو غريبًا أن تعتقد أن مسألة تتطلب قدر أسّي أو مضروب العوامل من العمليات يمكن أن تحل بقدر محدود من العمليات. غير أننا رأينا شيئًا شبيهًا بهذا في حالة مسألة حلقة يولر. بدلًا من فحص كل ن! من الحلقات الممكنة لنرى ما إذا كانت أي منها حلقة يولر، استخدمنا حيلة التأكد مما إذا كان عدد الخطوط التي تمسّ كل نقطة زوجيًا أم لا. هل يمكن أن نستخدم الحيلة نفسها مع مسألة الحلقة الهاملتونية؟ لسنوات عديدة، حاول أذكى الناس العثور على مثل هذه الحيلة أو الخوارزمية ولم يقيّض لهم النجاح. ولكن لعل لديك تبصرًا أعمق يعوزهم. حاول الوصول إلى الحل!

من منحى آخر، قد تحاول إثبات أن غ ≠ م غ. من بين سبل القيام بهذا أن تعاين مسألة م غ ما وتثبت أنه ليست هناك خوارزمية عدودة لها.

(1) ثمة من يعتقد أنه لا سبيل لإثبات أي من هاتين الجملتين باستخدام بدهيات الرياضيات الحديثة. إنهم يعتقدون أن مسألة ما إذا كانت غ = م غ «مستقلة» عن بدهيات الرياضيات. وقد ناقشت مثل هذه الجمل المستقلة في الجزء 4.4 وسوف أناقشها ثانية في الجزء 9.5.

والواقع أن إثبات مثل هذا الزعم غاية في الصعوبة: فعدد الخوارزميات هائل. وقد تبين أن هذه واحدة من أصعب المسائل في الرياضيات[1]. وكتلميحة أخيرة، يجب ملاحظة أن معظم البُحاث يعتقدون أن غ ≠ م غ.

5.4 الوشوك على حلّ مسائل صعبة

مسائل م غ التامة هذه ليست تجريدات اختلقها علماء الحاسوب والرياضيات بل جاءت من تطبيقات في العالم الواقعي ومسائل في حاجة إلى حل. إن محترفي الصناعة والحاسوب يبحثون دائمًا عن حلول كافية لهذه المسائل. وانتظار الأجوبة عدة قرون ليس مقبولًا.

وللتعامل مع هذه المسائل، اخترع علماء الحاسوب خوارزميات مفيدة تعالج بعض أوجاع المسائل الأصعب. تُعرف هذه الخوارزميات بـ«الخوارزميات التقريبية»، وهي تتطلب قدرًا محدودًا من العمليات لكنها لا تعطي دائمًا الإجابة الصحيحة. أحيانًا تبتعد عن الحلّ الصحيح بمسافة ضئيلة، وأحيانًا بمسافة بعيدة.

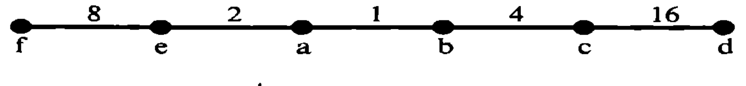
وعادة ما تتأسس الخوارزميات التقريبية على كشفيات، وهي توصيات يتعلمها المرء عبر الخبرة وتشبه «القواعد التقريبية» – ليست صحيحة 100٪ لكنها «قريبة بما يكفي من الحل».

اعتبر مسألة البائع المسافر، التي قد تكون المسألة م غ-التامة الأكثر بداهة والتي ذكرت في الجزء 5.2. دعونا نعد إلى مسألة المدن الرئيسة التي عرضت في بداية ذلك الجزء. هب البائع بدأ من لوس آنجلوس. إنه لا يفكر من هناك في مجمل الدرب الذي يلزمه السير منه، بل يحدد فحسب أقرب مدينة في القائمة. أقرب مدينة هي سان فرنسيسكو.وما إن يصل إلى سان فرانسيسكو حتى يشرع ثانية في البحث عن أقرب مدينة لم يزرها: دنفر. ومرة أخرى، ما أن يصل إلى أي مدينة حتى يبحث عن أقرب مدينة لم يزرها بعد. هذا أسلوب بدهي في التعامل مع المسألة. المسافر لا ينظر إلى الصورة الكبيرة، بل يختار متشوقًا أقرب مدينة. يسمى هذا الأسلوب بـ«كشفية أقرب جار». في كل نقطة، ابحث ببساطة عن أقرب جار. وهذه الخوارزمية تعمل دائمًا في قدر عدود من الوقت. لكنها لا تنجح دائمًا في العثور على الحلّ الصحيح.

---

(1) أشعر أنه لزام علي أن أحذرك من أن واحدة من آلاف المسائل المطروحة، تخمين بوانكريه، قد حلّها غريغوري بورلمان. ولهذا ثمة حاجة ملحة لحل واحدة من للمسائل الباقية. قم بذلك بسرعة!

وفي حين تبدو كشفية أقرب جار كما لو أنها سوف تجد دائمًا الحلّ الصحيح، فإنها تفشل في الواقع، وتسهل رؤية السبب وراء هذا. اعتبر الرسم الموزون التام المعروض في الشكل 5.16. لا تعطى هنا سوى أوزان الخطوط المجاورة، ولكن يمكن حساب سائر الأوزان منها.



الشكل 5.16: مثل مخالف لكشفية أقرب جار.

هبنا أرغمنا المسافر على البدء من النقطة a. وفق كشفية أقرب جار، سوف يذهب إلى b، التي لا تبعد سوى ميل واحد. ومن النقطة b سوف يكون لديه خياران: إما c التي تبعد أربعة أميال، أو e التي تبعد ثلاثة أميال[1]. وفق خوارزميتنا، يجب عليه اختيار e.وما إن يصل المسافر إلى e، حتى يلزمه الذهاب إلى c. بتبني كشفية أقرب جار، يلزم المسافر أن يسافر عبر الحلقة التالية:

.a → b → e → c → f → d ® → a

وسوف يكون لزامًا على مسافرنا المسكين أن يسافر

1 + 3 + 7 + 15 + 31 + 21 = 78 ميلًا.

نتعلم، بعد أن نكون نضجنا، أن إستراتيجية أقصر الطرق في التعامل مع صروف الحياة لن تصل بنا إلى حيث نريد في أقل وقت ممكن. أحيانًا تقودنا الدروب القصيرة إلى الضياع. اعتبر الحلقة التالية، التي لا تتبنى كشفية أقرب جار.

.a → b → c → d → f → e → a

تحتاج هذه الحلقة إلى

1 + 4 + 16 + 31 + 8 + 2 = 62 ميلًا.

يتبين أن كشفية أقرب درب لم تنجح تمامًا في هذا الرسم الموزون التام.

ماذا عن مسألة تقسيم الفئات؟ التالي خوارزمية تقريبية عدودة أسميها الأزواج المتطرفة. بالنسبة إلى فئة الأعداد {24، 68، 61، 41، 35، 58، 39، 49، 54، 29، 23}، قم بفرز الأعداد على النحو التالي:

(1) لأنه لا يسمح للمسافر بزيارة أي مدينة مرتين، يجب أن نفترض أنه في رحلته من الخط جـ إلى c يقفز فوق a.

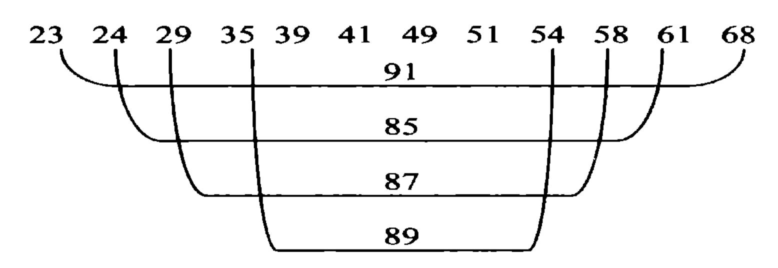
23، 24، 29، 35، 39، 41، 49، 51، 54، 58، 61، 68.

خذ زوجي الأعداد المتطرفين، العدد الأصغر والعدد الأكبر (23 و68)، وضعهما في قسم واحد. وضع الطرفين الأصغر والأعلى الباقيين (24 و61) في القسم الآخر. استمر على هذا المنوال إلى أن يصبح كل عنصر في أحد القسمين. سوف تحصل على

23، 68، 29، 58، 39، 51	24، 61، 35، 54، 41، 49

مجموع القسم الأيمن 268، ومجموع القسم الأيسر 264.[1] هل ثمة حلّ أفضل؟

من المجدي أن نمضي بضع دقائق لمعرفة السبب وراء نجاح خوارزمية الأزواج المتطرفة. اعتبر سلسلة الأعداد مرتَّبة كما في الشكل 5.17.



الشكل 5.17: مجاميع الأزواج المتطرفة تكاد تكون متماثلة

مجموع العدد الأول والعدد الأخير 91. ومجموع العدد الثاني والعدد قبل الأخير 85. هذان المجموعان ليسا متساويين لكنهما قريبان بما يكفي. وبالاستمرار على المنوال نفسه نحصل على أعداد متقاربة. ما تقوم به هذه الخوارزمية التقريبية هو إرسال المجاميع المتقاربة إلى أقسام مختلفة. قد لا يكون هذا أفضل الحلول، لكنه أفضل من الانتظار 400 ترليون قرن.

في كل مرة نعثر فيها على مسألة م غ-تامة جديدة، نبحث عن خوارزميات تقريبية جيدة تعيننا على حلّ المسألة. وكما سبق أن قلنا، تثار مسائل م غ-التامة في كل مكان وهي مهمة. ويجب على الصناعة أن تجد

(1) لم أر إطلاقا هذه الخوارزمية التقريبية في الأدبيات. ولعل السبب، بوجه عام، هو أنها ليست فعالة في الحصول على حل.

طريقة في التعامل مع مثل هذه المسائل. والخوارزميات التقريبية لا تصاغ وتوصف فحسب بل تقارن مع بعضها البعض وتحلل. أي كشفية أفضل؟ أي خوارزمية تقربنا من الإجابة الصحيحة التي يصعب الحصول عليها. أي الخوارزميات أسرع؟ أي الخوارزميات تحصل على الإجابة الصحيحة بالنسبة لمعظم المدخلات؟ ثمة الكثير من الأعمال المتبقية.

5.5 مسائل أصعب

غير أن م غ ليست نهاية القصة. ثمة مسائل تتطلب عمليات أكثر من $2^{ن}$ ون!. ثمة مسائل (لا تسهل على الوصف) تتطلب

$2^{(2^{\text{أس ن}})}$ عملية

تسمى مسائل أسّية عليا. بدلًا من إمضاء الوقت في نقاش مثل هذه المسائل، دعونا نتأمل في كبر حجم هذه الدالة. بالنسبة إلى مدخل صغير حجمه ن = 10، العدد الأتي هو $2^{10} = 1024$. وباستخدام 1024 بوصفه أسًا، نحصل على 2^{1024}، وهو عدد أكبر من أي عدد يمكن تخيله.

وهناك دوال مجنونة شبيهة مثل

(ن!) أو $2^{ن!}$

حاول أن تدخل قيمًا صغيرة لـ ن.

ركزنا حتى الآن على عدد العمليات التي يحتاج الحاسوب للقيام بها كي يحلّ مسألة ما. يتناسب هذا العدد مع قدر الوقت اللازم لحل المسألة. غير أن هناك سبلًا أخرى لقياس صعوبة المسائل. المسائل الأصعب لا يتطلب حلّها فحسب وقتًا طويلًا بل يتطلب أيضًا ذاكرة أوسع بكثير. حين يحلّ الحاسوب مسألة، فإنه يستخدم ذاكرته لتخزين بعض الحسابات. وكلما اتسع الفضاء اللازم لتخزين المعلومات، كانت المسألة أصعب.

وكما هو الحال من قبل، لكل خوارزمية دالّة مرتبطة بها تصف قدر فضاء الذاكرة اللازمة لحل المسألة. وكلما كانت الدالّة أكبر، اتسع الفضاء اللازم وكانت المسألة أصعب.

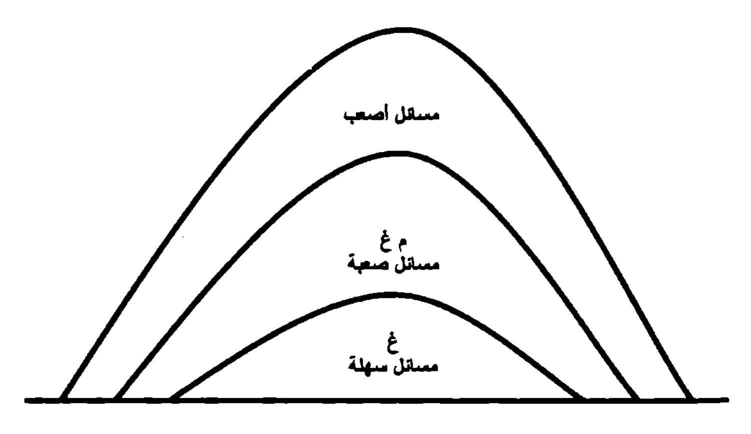
وثمة مجموعة من المسائل تتألف من المسائل التي تتطلب قدرًا عدودًا من الفضاء. يشار إلى هذه المسائل بالرمز فضاء. من المعروف أن م غ، فئة

المسائل التي يمكن حلها في وقت أسّي أو مضروب العوامل، يمكن أن تحل في فضاء عدود. بتعبير آخر م غ فئة جزئية من فضاء.

وهناك الكثير من الأمثلة على مسائل فضاء، بعض منها يتعلق بألعاب. ثمة ألعاب يمارسها لاعبان لديها إستراتيجية للكسب – أي هناك سبل مؤكدة النجاح لكسب اللعبة. اعتبر لعبة تك-تاك-تو. من المعروف أن لدى اللاعب الأول إستراتيجية إما لفرض التعادل أو الكسب. اعتبر الآن تعميمًا لتك-تاك-تو لا يتعامل مع تصالبية ثلاثة-في-ثلاثة، بل مع تصالبية ن-في-ن. هل ثمة إستراتيجية للكسب لدى أحد لاعبي هذه اللعبة؟ قد تتوقف الإجابة على نـ تحديد ما إذا كانت هناك إستراتيجية للكسب بالنسبة إلى لعبة ن-في-ن مسألة فضاء. ومن المعروف أن هذا يسري حتى على أنماط أخرى من الألعاب المعمّمة، مثل الشطرنج، والداما، وربط-أربعة، ونيم، وألعاب أخرى تعرف باسم فضاء.

ومجمل القول هو أن هناك أنواعًا مختلفة كثيرة من مسائل الحاسوب، تتراوح بين السهولة والصعوبة. ويمكن تصور مجموعات المسائل هذه باستخدام الشكل 5.18.

وهذا الشكل جزء صغير من صورة أكبر سوف تقابلنا في الفصل التالي حين نواجه مسائل لا يمكن حلها بأي قدر من الوقت والفضاء.



الشكل 5.18: هرمية المسائل القابلة للحل

قراءات إضافية

الجزء 5.1

يمكن العثور على تاريخ للخوارزميات ميسّر لعموم الناس في *Berlinski* (2001). كتاب *Harel* (2003) نص ميسّر لعموم الناس يغطي كل ما شيء في هذا الفصل. الصفحات 100-107 من *Barrow* (1999) تغطي هي الأخرى بعض المواضيع نفسها. وتوجد كتب تدريسية رائعة عديدة في الخوارزميات: *Baase* (1988)، *Corman et al*. (2002)، و*Dasgupta, Papadimitriou, and Vazirzni* (2006) مجرد أمثلة قليلة.

تاريخ وأهمية مسألة جسر كونغزبرغ مناقشان في الصفحات 364-365 من *Eves* (1976) والصفحة 232 من *Ross and Wrght* (2003). وهذا الكتاب الأخير جيد لتعلم المزيد حول نظرية الرسم البياني الأساسية.

بخصوص رؤية أكثر تجريدًا للخوارزميات ولتعريف دقيق، انظر *Yanofsky* (2011).

الجزء 5.2

يمكن العثور على كل مسائل م غ الخمس في *Baase* (1988)، *Corman* et al. (2002)، والفصل 9 من *Papadimitriou* (1994).

الجزء 5.3

ثمة نقاش عام لتمام-م غ في *Garey and Johnson* (1979)، الذي يظل كتابًا ممتازًا. ويذكر القسم الثاني من الكتاب أكثر من 300 مسألة تمام-م غ. وهناك تصور ميسّر لعموم الناس في الفصل 9 من *Poundstone* (1989).

ويوجد عرض مختصر أنيق لعديد فئات المسائل وعلاقتها ببعضها البعض في الفصل 8 من *Yanofsky and Manucci* (2008). وفي هذا الكتاب التدريسي المدهش يمكنك تعلم الكثير حول الحواسيب الكمومية

والسبب الذي يحول توظيفها في حلّ مسائل م غ.

ويمكن العثور على مبرهنة كوك-ليفي في دراستيهما الأصليتين: *Cook* (1971) و*Levin* (1973). وهناك تصور ميسّر تمامًا مصحوب بتفاصيل فنية في الجزء 2.6 من *Garey and Johnson* (1979). وهناك أيضًا تصور أكثر بداهة وأقرب إلى عرضنا في الجزء 34.3 من *Corman et al*. (2002). وكان Stephen Cook، أحد مؤسسي الحقل ومن أوائل من صاغ مسألة ما إذا كانت غ = م غ، قد كتب دارسة جيدة وميسّرة تقدم للمسألة، كما ناقش بعض النتائج المتعلقة وشرح سبب أهمية هذه المسألة. وهذه إحدى دراسات سبع عرضت في «مسائل الألفية» التي أعلن عنها «معهد كلي».

الجزء 5.4

يمكن العثور على الخوارزميات التقريبية في الجزء 9.3 من *Baase* (1988)، والفصل 35 من *Corman et al*. (2002)، والفصل 6 من *Garey and Johnson* (1979)، والفصل 5 من *Harel* (2003)، والفصل 9 من *Dasgupta* (2006)، والفصل 13 من *Papadimitriou* (1994).

الجزء 5.5

ثمة المزيد من المعلومات حول ما يتجاوز م غ في الفصل 6 من *Garey and Johnson* (1979)، ونهاية الفصل 3 من *Harel* (2003)، والجزء V من *Papadimitriou* (1994).

6 مُحالات حوسبية

همستُ «أنا جدّ صغير»،
ثم همستُ «لقد بتّ كبيرًا»؛
لهذا رميت بملّيم
لأعرف ما إذا كنت سأقع في الغرام
«أيها الفتى، إذا كانت السيدة الصغيرة جميلة،
فاذهب وقع في الغرام، اذهب وقع في الغرام»
آهٍ، أيها الملّيم، أيها الملّيم البني، أيها الملّيم
لقد وقعت في حبائل شعرها.
الحب هو الشيء الأعوج
ليس هناك حكيم بما يكفي
ليعرف كل ما فيه.
سوف يفكر في الغرام
إلى أن تهرب النجوم
والظلال يبتلعها القمر
آهٍ، أيها الملّيم، أيها الملّيم البني، أيها الملّيم
ليس في وسع المرء أن يتعجّل فيك.
- وليام بتلر ييتس (1865-1939) «البنس البني» (*Brown Penny*)

الطريقة الوحيدة للعثور على حدود الممكن هو تخطيها إلى المستحيل.
- آرثر سي. كلارك (1917-2008)

في النهاية، نحن المدركين لذواتنا، المخترعين لذواتنا، المغلق عليهم في سرابات، معجزات صغيرة للإحالة الذاتية.
- دوغلاس ر. هوفستادتر أنا عقدة غريبة (*I am a Strange Loop*)

يمكن للحواسيب أن تقوم بأشياء كثيرة رائعة. غير أن هناك العديد من المهام التي لا تستطيع القيام بها. إنها لا تستطيع أن تحدد ما إذا كانت لوحة ما جميلة؛ ولا «تفهم» القضايا الأخلاقية؛ وليس في وسعها أن تقع في الغرام. مثل هذه العمليات «البشرية» تتجاوز الحوسبة. مسألة ما إذا كانت لوحة ما جملية مسألة ذائقة، وليس لدى الحواسيب ذائقة. أيضًا فإنها تعوز الحس الإثيقي الذي يمكّن من التعامل مع المسائل الأخلاقية. في هذا الفصل سوف نتقصى مسائل بعينها لديها أجوبة موضوعية لكن الحواسيب تعجز عن حلها.

من المهم أن نلحظ أن هذه المهام لا تتطلب وقتًا طويلًا للحوسبة (كما في الفصل الأخير) بل يستحيل إنجازها. أيضًا فإنها ليست مشاكل تواجه مستوى تقنية الحاسوب الراهن، إذا لا حاسوب، بصرف النظر عن سرعته وقدرته، يستطيع حلّ تلك المشاكل.

يبدأ الجزء 6.1 بنقاش مختصر للبرامج، والخوارزميات، والحواسيب. وفي الجزء الثاني أعرض **مسألة التوقف** التي لا يستطيع أي حاسوب حلها. وسوف أبيّن أنها غير قابلة للحلّ من قبل أي حاسوب. غير أني لا أصادر على هذا الموقف منها بل أعرض بشكل حريص إثباتًا يبرهن على عجز كل الحواسيب عن حلّ هذه المسألة. وبهذا العجز عن حلّ مسألة التوقف أنتقل إلى الجزء 6.3، حيث أثبت أن هناك العديد من المسائل الأخرى غير القابلة للحلّ. وفي الجزء 6.4 أصف هرمية أو تصنيفًا للمسائل غير القابلة للحلّ. وأختتم بالجزء 6.5 الذي يناقش بعض القضايا الفلسفية، علاقة الأدمغة والأذهان والحواسيب مثلًا.

خوارزميات، وحواسيب، وآلات، وبرامج

كلّنا مررنا بتجربة تعطّل الحاسوب أو ولوجه في حلقات لامتناهية. حاول كما شئت، فإن حواسيبنا تشبك في حلقات برامجها.وما إن تلج في حلقات لامتناهية حتى يستحيل عليها الفكاك منها. تسخر منا نوافذ ميكروفست بعبارة «لا يستجيب»[1]. ألن يكون حسنا أن نشتري حاسوبًا بضمان أن هذا لن يحدث أبدًا؟ سوف يكون رائعًا لو كان هناك أسلوب لتحديد ما إذا كان البرنامج سوف يتوقف (أو ينتهي) بطريقة عادية بدلًا من

(1) قد يجد مستخدمو ماك (Mac) أو لنكوس (Linux) أن هذه للفاهيم مجردة بشكل ميؤوس منه. هنيئًا لهم.

ولوجه في حلقات لامتناهية. المؤسف أنه ليس هناك مثل هذا الأسلوب. وهذه هي أول المسائل التي ثبت أن الحواسيب عاجزة عن حلها. فعلى الرغم من أن مسألة ما إذا كان البرنامج سوف يتوقف مسألة موضوعية وليس ذاتية، يستحيل على الحواسيب حلها.

وقبل أن نبدأ، نحتاج إلى شرح بعض المصطلحات. الحاسوب آلة ماديّة تنفذ خوارزميات. والبرامج أوصاف دقيقة لخوارزميات. حين نقول إنه ليست هناك خوارزمية تحلّ مسألة بعينها، فإننا نعني أيضًا أنه ليس هناك برنامج، ولا حاسوب، ولا آلة قادرة على تأدية هذه المهمة. إننا نصف قيدًا على عمليات مميكنة وسوف نستخدم هذه الكلمات الأربع بمعنى واحد.

في نقاشي لما إذا كان برنامج ما سوف يتوقف أو لا يتوقف، لن أتحدث عن كل البرامج بل أقتصر على أنواع خاصة منها تتعامل فحسب مع أعداد صحيحة. وقبل أن تشك في أنني أحاول خداعك بالاقتصار على فحص هذه الفئة المقيدة من البرامج، يجب عليك أن تتذكر أمرين. الأول هو أنني سوف أثبت أنه حتى بالنسبة إلى هذه الفئة المقيدة من البرامج، ليس هناك حاسوب قادر على تحديد ما إذا كانت مثل هذه البرامج سوف تتوقف. وبالتوكيد ليس هناك حاسوب قادر على أن يحدد هذا بالنسبة لكل البرامج. ثانيًا، البرامج التي تتعامل مع الأعداد الحقيقية، والرسوم البيانية، وعلم الرابوط، وكل الآلات المدهشة التي تشغّلها حواسيب، بمقدورها العمل عبر مداولة أعداد صحيحة. إن مثل هذه الأعداد تشفّر أنماطًا مختلفة من الأعداد والمواضيع الأكثر تركيبًا. ولهذا، إذا رغبنا في إثبات وجود قيد على البرامج التي تتعامل فحسب مع أعداد صحيحة، سوف تكون هناك بالتوكيد قيود على أنماط البرامج الأكثر تركيبًا.

البرامج التي أتعامل معها ميسّرة للجميع. لا خبرة مشترطة بالبرامج. يمكن لنا أن نحلل البرامج من أعلى مستوياتها إلى أدناها. هناك ثلاثة متغيرات مختلفة سـ، صـ، أو عـ، تقوم مقام أعداد صحيحة. جمل البرامج واضحة. ومثل هذا، قد تكون

سـ = صـ+ 1.

هذا يعني أن المتغير سـ قد حددت له نفس القيمة المحددة لـ صـ مضافًا إليها 1. قد نقوم أيضًا بشيء من القبيل التالي

سـ = سـ + 1

وهذا يعني أنه يلزم أن يضاف إلى قيمة سـ القيمة 1. ولأن بعض البرامج تتطلب مدخلات، سوف نكتب

سـ=؟

حين يتوقف الحاسوب ويطلب من المستخدم رقمًا. سوف يعطى المتغير سـ القيمة التي أدخلها المستخدم. وسوف تكون لبعض السطور لافتات من قبيل أ، أو ب أو ج. وسوف تُستخدم هذه اللافتات في التحكم في تنفيذ البرنامج. البرامج التي تقتصر على الحركة من أعلى إلى أسفل ليست مهمة كثيرًا. ثمة حاجة لحلقات بحيث يتسنى للبرنامج تأدية أفعال بشكل متكرر. اللافتات تمكننا من تشكيل حلقات باستخدام جملة «اذهب إلى».

كي تشكل حدسًا جيدًا حول البرامج، دعونا نعاين بضعة أمثلة:

سـ =؟

سـ = سـ 1+

سـ = سـ 1+

سـ = سـ 1+

اطبع سـ

قف

أي مهمة يقوم بهذا هذا البرنامج؟ إذا كانت 15 هي مدخل هذا البرنامج، فإن المتغير سـ سوف يشمل 15 بسبب السطر الأول. السطور الثلاثة التالية تضيف 1 إلى سـ بأثر تجميعي يتمثل في إضافة 3. بعد ذلك سوف يطبع الحاسوب محتويات سـ، أي 18.وما إن يُنجز هذا حتى يتوقف الحاسوب. لو أدخلنا 56، سوف يطبع البرنامج 59. وبوجه عام، الدالّة التي يحسبها هذا الحاسوب هي د(سـ) = سـ + 3.

هذا ممتع! دعونا نجرب المزيد من الأمثلة.

	سـ =؟		سـ =؟
	صـ = 10		صـ =؟
أ	سـ = سـ + 1	ب	سـ = سـ + 1
	صـ = صـ- 1		صـ = صـ 1-

إذا كانت صـ > اذهب إلى أ	إذا كانت صـ> 0 اذهب إلى أ
اطبع سـ	اطبع سـ
قف	قف

ركّز في البداية على البرنامج الأيمن. ما الذي سوف يحدث إذا أدخل المستخدم 23؟ سوف يكون للمتغير سـ القيمة 23 ويكون للمتغير صـ القيمة 10. السطران التاليان من البرنامج يعملان بشكل ترادفي: تزداد سـ بحيث تصبح 24 وتنقص صـ بحيث تصبح 9. السطر التالي جملة شرطية. ولأن صـ تساوي 9 ومن ثم أكثر من 0، سوف يعود الحاسوب إلى السطر المعنون باللافتة أ. من هناك سوف تزيد سـ إلى 25، وتنقص صـ إلى 8. تستمر هذه الحلقة إلى أن تصبح سـ 33 وصـ 0. آنذاك لا تعود الجملة الشرطية سارية وتنفّذ جملة الطباعة. لو بدأت سـ تساوي 108، سوف تطبع 118. وبوجه عام، يحسب هذا البرنامج الدالّة د(سـ) = سـ + 10.

نلتفت الآن إلى البرنامج الأيسر. إنه يكاد يماثل البرنامج الأيمن، مع فرق واحد. بدلًا من صـ = 10 لدينا صـ =؟ يتطلب هذا البرنامج مدخلين، بدلًا من واحد. وبدلًا من الحساب بدءًا بـ 10، سوف ينقص من أي قيمة بدئية لـ صـ. لا تصعب رؤية أن هذا البرنامج سوف يحسب دالّة متغيرين د (س، صـ) = سـ + صـ. ولست في حاجة إلى كثير من الإقناع كي ترى أن البرامج التي تُكتب بلغة البرمجة هذه تستطيع أن تؤدي معظم المهام التي تستطيع الآلات الحاسبة القيام بها. الحال أنه بقدر كاف من التشفير، يمكن لبرامج كهذه أن تؤدي أي مهمة يستطيع أي حاسوب تأديتها.

دعونا نفحص المزيد من البرامج.

سـ =؟ سـ =؟

أ سـ = سـ + 1 صـ = صـ + 15

إذا كانت سـ > 0 اذهب إلى أ أ سـ = سـ + 1

قف ت إذا كانت سـ< صـ اذهب إلى أ

صـ = صـ - 1

إذا كانت سـ > صـ اذهب إلى أ

ب سـ=سـ- 1

إذا كانت سـ = صـ اذهب إلى ت

قف

لو أدخلنا 5 في البرنامج الأيمن، لن تنطبق الجملة الشرطية وسوف يتوقف هذا البرنامج مباشرة. في المقابل، لو أدخلنا 15، سوف يدخل البرنامج في حلقات لامتناهية. الواقع أن إدخال أي رقم يساوي أو يقل عن 9 بدلًا من سـ سوف يوقف البرنامج، وإدخال أي رقم يساوي أو أكبر من 10 سوف يدخل البرنامج في حلقات لامتناهية.

ماذا عن البرنامج الأيسر؟ هل يمكنك أن تحدد متى يقف هذا البرنامج ومتى يضيع في الدوران حول حلقاته؟ حتى أنا لا أستطيع! ماذا عن اللجوء إلى حاسوب لحل هذه المسألة...

6.2 أن تقف أو لا تقف؟

دعونا نصغ مسألة التوقف. بالنسبة إلى أي برنامج وبالنسبة إلى أي مدخل خاص به، حدِّد ما إذا كان البرنامج ذو هذا المدخل سوف يقف أو يدخل في حلقات لامتناهية. إنها مسألة بتّية – أي أنها تعطي إجابة بنعم أو لا. هل يمكن لحاسوب أن يحل مشكل التوقف؟

وكان آلن م. تورينغ (1912-1954) وصف هذه المسألة، وفي عام 1936 طرح إجابة سلبية قاطعة: ليس هناك برنامج يمكنه حلّ مسألة التوقف. ليس هناك من سبيل يحدد به الحاسوب، بالنسبة إلى أي برنامج معطى، وبالنسبة إلى أي مدخل في هذا البرنامج، ما إذا كان البرنامج سوف يتوقف بهذا المدخل. إذا تسنى لحاسوب حلّ هذه المسألة، سوف نقول إن المسألة قابلة للبتّ. في المقابل، إذا عجز الحاسوب عن حلها، سوف نقول إن المسألة غير قابلة للبتّ. ومسألة التوقف غير قابلة للبتّ.

ثمة حاجة هنا إلى قليل من التفكّر. يلزمنا بداية أن نميّز بين كون المسألة غَير عملية [أي غير متاحة للتنفيذ]، وهذا ما ركّزنا عليه في الفصل الأخير، وكونها غير قابلة للبتّ. في الفصل الأخير، كانت المسائل قابلة للحلّ، ولكن حين تكون المدخلات كبيرة، تكون هناك حاجة إلى قدر غير معقول من الوقت. نحن لا نقول هذا هنا. مسألة التوقف غير قابلة للحلّ في أي قدر من الوقت. إنها ليست مسألة صعبة، بل مسألة مستحيلة.

فضلًا عن ذلك، لاحظ أن هناك إجابة موضوعية للسؤال عما إذا كان برنامج ما سوف يقف بالنسبة إلى مدخل ما. الأمر ليس ذاتيًا، وليس فكرة غائمة مثل الذائقة الجمالية أو الأخلاق. إما أن البرنامج يقف في النهاية أو يستمر في حلقة لا تنتهي، ولكن الحواسيب لا تستطيع أن تجيب عن هذا السؤال الموضوعي. سوف يواجه كل إنسان صعوبة في الإجابة (للمزيد عن هذا انظر الجزء 6.5)؛ على ذلك، ثمة إجابة حقيقية وموضوعية.

الأمر الآخر الذي تجدر ملاحظته هو أن تورينغ لم يقل إنه عاجز عن كتابة مثل هذا البرنامج، ولم يقل إنه ليس هناك شخص آخر ماهر بما يكفي للعثور على مثل هذا البرنامج، بل أثبت أنه ليس في الوسع أن يوجد مثل هذا البرنامج. لا ترجع الصعوبة إلى عوز في التقنية أو البراعة. لقد أثبت تورينغ أنه لا قدر من الابتكار أو البراعة التقنية قادر على حلّ هذه المسألة. إنه يقول، على مستوى أعمق، إنه لا الحواسيب ولا أي جهاز مادّي يمتثل لعمليات العقل بقادر على حلّ مسألة التوقف.

قد تفكر في طريقة سهلة لإثبات أن مسألة التوقف قابلة للبت: شغِّل البرنامج بالمدخل المعطى وانظر ما إذا كان يتوقف أو يدخل في حلقات لامتناهية. للأسف لن يكون في وسع هذه الطريقة أن تنجح. لو قمت بتشغيل البرنامج لمدة عشر دقائق وتوقف، لك أن تقول واثقًا إن هذا البرنامج بهذا المدخل سوف يقف. ولكن ماذا لو أن البرنامج استمر بعد عشرة دقائق؟ هذا لا يعني أن البرنامج قد دخل في حلقات لامتناهية لأن الكثير من البرامج تتطلب أكثر من عشر دقائق كي تتوقف. لعله يلزمك أن تشغل البرنامج لعشرين دقيقة. مرة أخرى، إذا توقف فقد أنجزت المهمة. ولكن إذا لم يتوقف، فما الذي أصبحت تعرفه؟ نظل غير متأكدين مما إذا كان دخل في حلقات لامتناهية. حتى متى يلزمنا تشغيل البرنامج؟ بالنسبة إلى أي حد زمني، ثمة برامج تحتاج إلى وقت أطول قبل أن تتوقف[1]. السبيل الوحيدة لمعرفة أن برنامجًا ما قد دخل في حلقات لامتناهية هي أن تنتظر قدرًا لامتناهيًا من الوقت ونرى ما إذا ظل يعمل. ولكن من لديه مثل هذا الوقت؟

من بين الجوانب الأكثر إدهاشًا في نتيجة تورينغ هو أنها أُثبتت عام

(1) المثير بما يكفي أن مايكروسوفت تستخدم هذا الحلّ المقترح لمسألة التوقف. حين يدور برنامج وقتًا طويلًا، تظهر عبارة «لا استجابة» في شريط أعلى النافذة المفتوحة. آنذاك يفترض أن «يخرج» المعني من حلقات لامتناهية مزعومة. لسوء الحظ، لا يتضح أن البرنامج دخل بالفعل في حلقات لامتناهية. لعله يستغرق وقتًا أطول مما تتوقع منظومة «النوافذ» العاملة.

1936، قبل أن يخترع أي حاسوب. لقد وضع عالم الرياضيات النظرية العبقري تورينغ قيودًا على قدرة الحواسيب قبل أن يتمكن المهندسون العمليون من معرفة كيفية اختراع حواسيب بسنوات عديدة. كم هم رائعون هؤلاء المنظّرون!

والآن وبعد أن تفكّرنا وفهمنا لماذا تعد عدم قابلية مسألة التوقف للبتّ جديرة بفهم عميق، دعونا نقم بالفعل بإثباتها. إن عدم القابلية تثبَت باستخدام حقيقة أن الحواسيب تستطيع أن تتحدث عن نفسها. أي أن لدى الحواسيب إحالة ذاتية. ولأن البرامج تستطيع أن تناقش نفسها، ثمة عنصر إحالة ذاتية، ويوجد من ثم قيد ما. لقد سبق أن وقفنا على الإحالة الذاتية عدة مرات في هذا الكتاب - كما في مفارقة الكاذب، حيث تناقش جمل تحيل على نفسها:

هذه الجملة كاذبة.

لقد أثبتنا أن هذه الجملة صادقة إذا وفقط إذا كانت كاذبة. هنا سوف نستحدث برنامج إحالة ذاتية يقول أساسًا التالي:

سوف يعطي هذا البرنامج الإجابة الخاطئة حين يُسأل عما إذا كان سوف يتوقف أو يدخل في حلقات لامتناهية.

وكما سوف نرى، من شأن وجود هذا البرنامج أن يسبب تناقضًا. ومثل هذه التناقضات غير جائزة في عالم الحواسيب الواقعي، ولهذا فإن لدينا قيدًا: مسألة التوقف يستحيل حلّها. الإثبات نوع من برهان الخلف. افترض أن مسألة التوقف ليست غير قابلة للبتّ (أي أنه بمقدور الحاسوب أن يبت في هذه المسألة)؛ بهذا الافتراض نشتق تناقضًا:

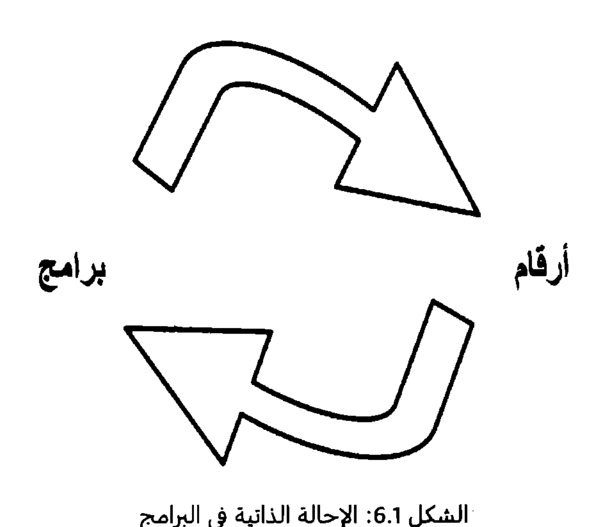
مسألة التوقف قابلة للبتّ ← تناقض.

يلزمنا أن نستنتج أنه محتم على افتراضنا أن يكون خاطئًا.

لاحظ أن البرامج الذي تحدثنا عنها في الجزء الأخير مخلوقات غاية في البساطة. إنها سهلة على الوصف وقد تبين أننا نستطيع صياغة مثل هذه البرامج في شكل أرقام صحيحة[1]. لكل برنامج رقم متفرد يناظره. سوف يسمى الرقم المناظر للبرنامج «رقم البرنامج». نستطيع أيضًا أن نقوم بهذا

(1) تسهل رؤية هذا التناظر بين البرامج والأرقام: كل برنامج يخزّن في الحاسوب على أنه سلسلة متفردة من الأصفار والواحدات. وهذه السلسلة مجرد عدد ثنائي كبير جدًا. وقد يخزّن برنامج نمطي في شكل ملايين من الأصفار والواحدات. سوف يكون الرقم المعني فلكيًا، ولكن هذا ليس مدعاة للانزعاج.

بشكل معاكس: نستطيع أن نستخدم الرقم في العثور على برنامجه. ونسبة للرقم سـ، نسمي البرنامج المرتبط به «البرنامج سـ». مؤدى الفكرة هو أن البرنامج يتعامل مع أرقام والأرقام تمثّل البرامج؛ ولهذا سوف تكون لدينا برامج تتعامل مع برامج كما هو مبيّن في الشكل 6،1. وهذا هو لب الإحالة الذاتية.



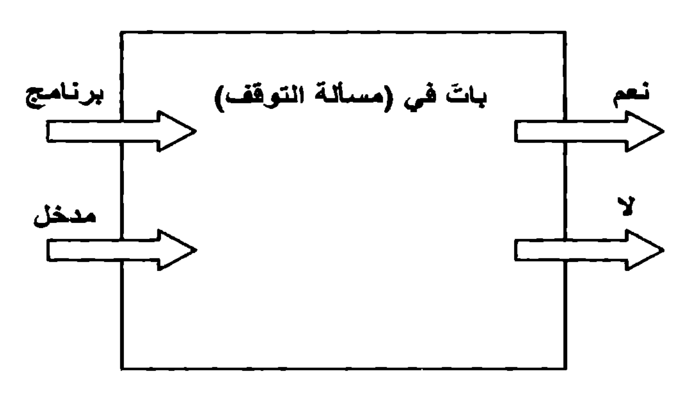
الشكل 6.1: الإحالة الذاتية في البرامج

دعونا نتخيّل أن مسألة التوقف قابلة للبتّ وأننا نستطيع بالفعل استحداث برنامج يحسم أمرها. هذا يعني أننا نستطيع أن نجلس ونكتب برنامج حاسوب يعمل على النحو التالي: ادخل البرنامج رقم صـ ورقم إدخال سـ وسوف يخرج الحاسوب الإجابة «نعم» أو «لا» وفقًا على ما إذا كان البرنامج صـ بالمدخل سـ سوف يقف. نكتب هذه الدالّة على النحو التالي

توقف(صـ،سـ) =	«نعم»رقم البرنامج صـ يتوقف بالمدخل سـ
	«لا»يدخل رقم البرنامج صـ في حلقات في المدخل سـ

البرنامج الذي يحدد دالّة توقف (صـ،سـ) صندوق أسود يأخذ مدخلين

ومخرجين، «نعم» أو «لا»، كما هو مبيّن في الشكل 6،2



الشكل 6.2: باتّ في مسألة التوقف (الذي لا وجود له)

سوف نشير إلى البرنامج (الذي لا وجود له) الخاص بهذه الدالّة بـ توقف(ص،س). لدينا الآن القدرة على الإحالة على برامج وأرقام، فدعونا نستخدم هذا البرنامج المفترض بوصفه جزءًا من البرنامج الأكبر التالي:

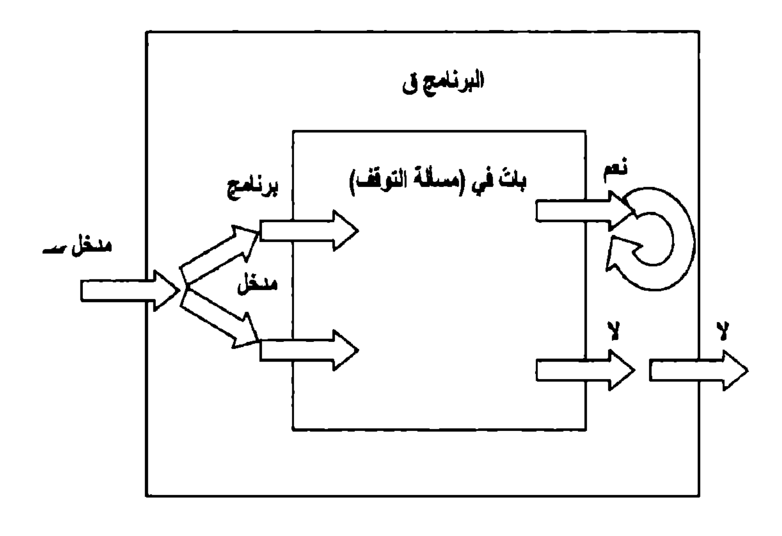
س=؟

أ   إذا توقف (س، س) = «نعم» اذهب إلى أ

اطبع «لا»

توقف

هذا البرنامج غاية في الأهمية، وسوف نسميه البرنامج ق (اختصار قطري). دعونا ننظر في هذا البرنامج في صورة شكل. يمكن تصور عملية إعداد البرنامج ق كما في الشكل 6،3، الذي يستخدم الشكل 6،2 كصندوق أسود ضمنه.



الشكل 6.3: البرنامج ق (الذي لا وجود له)

لقد قبِل هذا البرنامج مدخلًا، يصبح في آن واحد رقم البرنامج والمدخل (إحالة ذاتية). إذا توقف هذا البرنامج على مدخله الخاص به، فإنه يلج حلقات لامتناهية. في المقابل، إذا ولج البرنامج بمدخله في حلقات لامتناهية، فإنه يتوقف ويطبع الإجابة لا. إن هذا البرنامج يعطي أساسًا الإجابة الخاطئة حين يُسأل عن المدخل س.

صوريًا، الإجراء الذي يقوم به البرنامج ق بالمدخل س هو التالي:

البرنامج ق في المدخل س إذا وفقط إذا ولج البرنامج س في المدخل س في حلقات.

قف عندك! لقد وصلنا إلى الجزء المهم: إذا كان توقف برنامجًا حقيقيًا، لا شيء مقلق في استخدامه كجزء من برنامج آخر ونستطيع استحداث البرنامج ق. إذا كان البرنامج ق برنامجًا حقيقيًا، فإنه لديه رقم. نحن لا نعرف على وجه الضبط ما يكونه هذا الرقم، لكننا نستطيع أن نرمز له بالرمز ق0. دعونا الآن ندخل الرقم ق0 في البرنامج ق. أي دعونا نر ما يقوله البرنامج ق عن نفسه.

يتوقف البرنامج ق في المدخل ق0 إذا وفقط إذا دخل البرنامج في المدخل قـ0 العدد قـ0 من الحلقات.

ولكن البرنامج قـ0 هو نفسه البرنامج ق، ولهذا نستطيع أن نعيد صياغة هذا السطر على النحو التالي

يتوقف البرنامج ق في المدخل قـ0 إذا وفقط إذا دخل البرنامج ق0 في المدخل قـ0 العدد قـ0 من الحلقات. وهذا تناقض.

نستطيع أن نقول إن البرنامج ق يعطي الإجابة الخاطئة عن نفسه حين يُسأل عما إذا كان سوف يتوقف أو يدخل في حلقات لامتناهية.

	توقف	مدخل 0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
برامج	0	No	No	Yes	No	Yes	Yes	No	No	No	
	1	No	Yes	No	No	No	Yes	No	No	No	
	2	No	No	No	No	No	Yes	No	No	No	
	3	No	Yes	No	Yes	No	No	No	No	Yes	...
	4	Yes	No	Yes	Yes	No	No	Yes	No	Yes	
	5	No	No	No	No	No	No	No	No	No	
	6	No	No	No	No	No	Yes	No	No	No	
	7	No	Yes	No	No	No	Yes	No	Yes	Yes	...
	8	No	No	No	No	No	No	No	No	No	...
	:	:	:	:	:		:	:	:	:	⋱

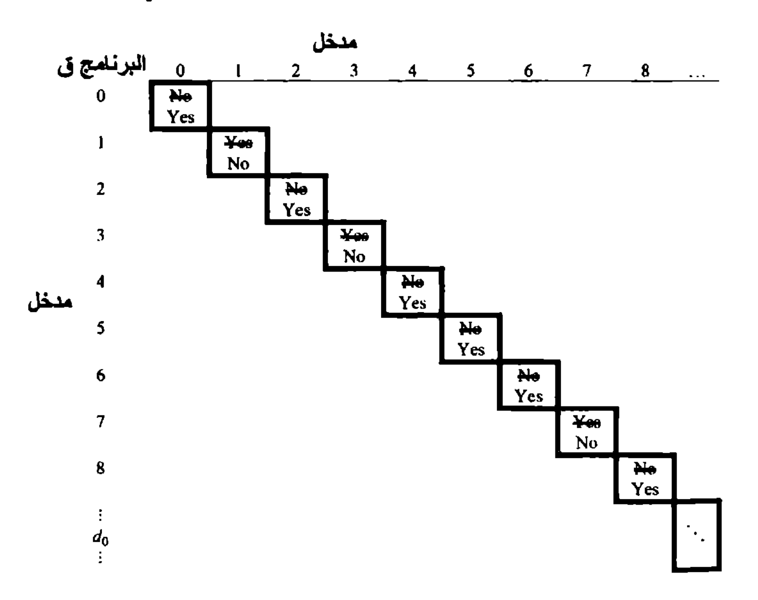
الشكل 6.4: برنامج توقف (الذي لا وجود له)، وقطره

إننا نقفل عائدين إلى مفارقة الكاذب. لقد وصلنا إلى نقطة يتوقف فيها البرنامج إذا وفقط إذا لم يتوقف. قد تكون في اللغات البشرية والأذهان البشرية تناقضات، لكن الحواسيب لا تناقضات فيها. لا بد أن هناك خطأ ما. لم يكن هناك سوى افتراض واحد: أنه بالإمكان كتابة برنامج يبتّ في مسألة التوقف. وقد جعلنا هذا الافتراض نخلص إلى تناقض، ولهذا لا بد أنه خاطئ. يستحيل إذن حلّ مسألة التوقف بحاسوب.

الإثبات السابق لعدم قابلية مسألة التوقف للبتّ مركّب بعض الشيء، وسوف يكون من المفيد أن ننظر إليه من وجهة نظر أخرى. قد يسهل

تصوره على أنه إثبات قطري. (لو سبق لك أن ألقيت نظرة على الفصل 4، سوف يكون هذا الإثبات مستساغًا بدرجة أكبر). افترض للحظة أنه يمكننا الوصول إلى برنامج يبتّ في مسألة التوقف. نستطيع أن نكتب مدخل مثل هذا البرنامج في شكل مصفوفة لامتناهية (انظر الشكل 6.4).

الأرقام في العمود الأيسر هي أرقام البرنامج. الأرقام في الصف الأول تناظر مدخلات البرنامج. Yes وNo في الداخل تخبرنا عما إذا كان البرنامج بالمدخل سوف يتوقف. مثل هذا، لدى البرنامج 7 بالمدخل 2 No. هذا يعني أنك إذا أدخلت 2 في البرنامج 7، فإن البرنامج سوف يلج في حلقات لامتناهية. في مقابل هذا، البرنامج 4 بالمدخل 8 سوف يتوقف. لقد استخدمنا هذا البرنامج (المفترض) لاستحداث برنامج جديد عبر القطرنة. لدى البرنامج ق مدخل واحد فقط وقيمته محددة بالنظر في العناصر القطرية الخاصة بالمصفوفة في الشكل 6.4. يقبل البرنامج رقمًا بوصفه مدخلًا. في المدخل س يحدد البرنامج ما إذا كان البرنامج س في المدخل س سوف يتوقف ويقوم بعكس ما يخلص إليه، كما هو مبيّن في الشكل 6.5.



الشكل 6.5: البرنامج (الذي لا وجود له) ق

الأرقام عبر الخطوط هي مدخلات البرنامج، وYes وNo تخبراننا عما إذا كان البرنامج بهذه المدخلات سوف يتوقف أو يلج في حلقات.

وعلى الرغم من أنه يسهل علينا تشكيل برنامج ق (المفترض) من برنامج توقف، يمكن إثبات أنه لا وجود للبرنامج ق. لو وجد لكان لديه رقم مرتبط به. ولكن ما عسى هذا الرقم أن يكون؟

- يستحيل أن يكون البرنامج 0 لأن البرنامج 0 في المدخل 0 يدخل في حلقات لامتناهية والبرنامج ق في المدخل 0 يتوقف.
- يستحيل أن يكون البرنامج 1 لأن البرنامج 1 في المدخل 1 يدخل في حلقات لامتناهية والبرنامج ق في المدخل 1 يتوقف.
- يستحيل أن يكون البرنامج 2 لأن البرنامج 2 في المدخل 2 يدخل في حلقات لامتناهية والبرنامج ق في المدخل 2 يتوقف.
- إلخ.
- يستحيل أن يكون البرنامج قـ0 لأن البرنامج قـ0 في المدخل قـ0 يدخل في حلقات لامتناهية والبرنامج ق في المدخل قـ0 يتوقف.
- إلخ.

بتعبير آخر، يستحيل أن يكون البرنامج موجودًا لأنه يعطي الإجابة الخاطئة عن السؤال عما سوف يقوم به حين يُسأل عن نفسه. ومن هذا نخلص إلى أنه لا وجود للبرنامج ق، ومحتم من ثم أن يكون هناك خطأ ما في افتراضنا الأساسي القائل بوجود توقف.

خلاصة القول هي أننا أثبتنا أنه لو كان البرنامج توقف موجودًا، لكان البرنامج ق موجودًا، ولأنه لا وجود للبرنامج ق، فإنه يستحيل على البرنامج توقف أن يكون موجودًا.

برنامج توقف موجود ← برنامج ق موجود ← تناقض.

وهذا يعني أن «مسألة توقف» غير قابلة للبت.

6.3 كلها مرتبطة

ليست مسألة التوقف المسألة الوحيدة غير القابلة للبتّ. سوف أثبت أن

هناك العديد من المسائل الأخرى التي لا يتسنى للحاسوب حلها أو البتّ في أمرها.

اعتبر **مسألة طبع الرقم** 42. حدد باستخدام برنامج معطى ما إذا كان هناك أي مدخل للبرنامج سوف يجعله يطبع الرقم 42[1]. دعونا نفحص عيّنة على مثل هذا البرنامج:

س =؟

ص = 3

أ ي = 10

ب إذا كانت ي > 0 اذهب إلى ب

ص = ص - 1

إذا كانت ص >0 اذهب إلى أ

اطبع س

قف

في هذا البرنامج حلقة ضمن حلقة. الحلقة الداخلية تضيف العدد ي لـ س. في الحلقة الخارجية، تصبح ي 10، وتنجز هذه الحلقة الخارجية ثلاث مرات. في النهاية يضيف هذا البرنامج 10 ´ 3 = 30 إلى س. ولهذا فإن الطريقة الوحيدة التي تجعل هذا البرنامج يخرج 42 هو أن يكون المدخل 12. ومن هذا نخلص إلى أن هناك مخرجًا سوف يخرج 42. ولكن تحديد ما يقوم به هذا البرنامج بسيط تمامًا. يمكن لنا إعداد برامج معقدة تمامًا تصعب فيها معرفة ما إذا كان البرنامج المعني سوف يخرج 42.

مسألة طبع الرقم 42 غير قابلة للبتّ هي الأخرى. وفي حين أننا لن نثبت هذه النتيجة، نستطيع أن نحدس أن هذه المسألة أصعب من مسألة التوقف. لقد كان هدفنا في حالة مسألة التوقف تحديد ما إذا كان مدخل بعينه سوف يجعل البرنامج يتوقف. وفي حالة مسألة طبع الرقم 42 نسأل عما إذا كان هناك أي مدخل سوف يتوقف ويعطي المخرج 42. سوف يلزمنا أن نعاين كل المدخلات.

دعونا نعتبر مسألة البرامج الصفرية. عاين البرنامجين التاليين:

---

(1) إلى جانب كون 42 الإجابة عن الأسئلة الكبرى في الحياة، والكون، وكل شيء، ليس هناك في الحقيقة سبب يجعل هذا العدد خاصًا.

س =؟
أ س = س- 1
إذا كانت س > 0 اذهب إلى أ
اطبع س
توقف

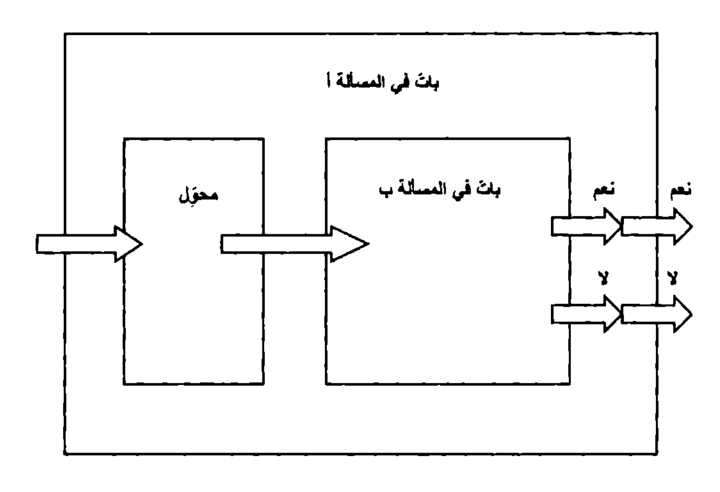
س =؟
س = س- 1
اطبع ص
توقف

بصرف النظر عن المدخلات، سوف يطبع كل من هذين البرنامجين دائمًا0. ثمة ملايين من البرامج الأخرى التي تقوم بالعملية نفسها: بصرف النظر عن المدخلات، سوف يخرج البرنامج دائمًا 0 ويتوقف. مثل هذه البرامج تسمى بـ البرامج الصفرية. من الجيد أن نستطيع أن نعرف ما إذا كان البرنامج صفريًا. تستفسر مسألة البرامج الصفرية عما إذا كان برنامج معطى ما صفريًا. أي أننا نرغب في حاسوب يقبل برنامجًا ومخرجات «نعم» و«لا»، وفقًا على ما إذا كانت مخرجات البرنامج 0 دائمًا. للأسف حتى هذه المسألة لا تقبل الحل. سوف يذهب بنا إثبات هذه النتيجة بعيدًا. يكفي أن نقول إن هذه المسألة تتطلب معرفة أن البرنامج يتوقف في كل مدخل. وهذه مسألة أصعب بكثير من مسألة التوقف.

من المهم أن نؤكد الفرق بين مسألة طباعة الرقم 42 ومسألة البرامج الصفرية. في مسألة طباعة الرقم 42 يوجد على الأقل مدخل واحد يجعل البرنامج يخرج 42. في المقابل، تستفسر مسألة البرامج الصفرية عما إذا كان كل مدخل يجعل البرنامج يخرج 0. في الحالين، كلتا المسألتين غير قابلة للبتّ.

وما أن نثبت أن مسألة بعينها غير قابلة للحلّ، حتى يسهل إثبات أن هذا شأن مسألة أخرى. المنهج المتبع هو ردّ مسألة أخرى، أو منهج الرد[1]. افترض أن هناك مسألتي بتّ: المسألة أ والمسألة ب. افترض أيضًا أن هناك منهجًا لتحويل مثلٍ على المسألة أ إلى مثلٍ على المسألة ب بحيث إن مثل المسألة ب ذا الإجابة «نعم» سوف يذهب إلى مثل المسألة ب بالإجابة نفسها، وكذا الشأن بالنسبة للإجابة «لا». (لا نفرض كما سبق أن فعلنا في الفصل الأخير شرط أن يؤدى التحويل بعدد عدود من العمليات. لسنا معنيين هنا بطول عملية التحويل، بل فقط بما إذا كانت ممكنة). لنا أن نتصور هذا التحويل كما في الشكل 6.6.

(1) ثمة مفهوم شبيه تمامًا سبق عرضه في الفصل الأخير. ولكن لأنني لا أفترض دراية بذلك الفصل، أعيد نقاشه هنا.



الشكل 6.6 تحويل مسألة إلى أخرى

إذا كان مثل هذا التحويل ممكنًا، فإنه إذا كانت المسألة ب قابلة للبتّ، فإن المسألة أ هي الأخرى قابلة للبتّ.

للبتّ في المسألة أ، ضع مثلًا عليها في المحوِّل وافحص النتائج المرتبطة بالمسألة ب. ماذا لو كانت المسألة غير قابلة للبتّ؟ في هذه الحالة يلزم أن تكون المسألة ب هي الأخرى غير قابلة للبتّ.

إذا كانت المسألة أ غير قابلة للبتّ، فإن المسألة ب هي الأخرى غير قابلة للبتّ.

بمثل هذا التحويل نستطيع أن نقول إن المسألة ب بصعوبة أو أصعب من المسألة أ ونعبّر عن هذا على النحو التالي:

المسألة أ ≤ المسألة ب.

وكنت أثبتُّ في الجزء الأخير أن مسألة التوقف غير قابلة للبتّ. يمكن وصف تحويلات تثبت أن

مسألة التوقف ≤ مسألة طبع الرقم 42

و

مسألة التوقف ≤ مسألة البرنامج الصفري.

ومن هذا نخلص إلى أن كلتا المسألتين غير قابلة للبتّ.

دعونا نمض قدمًا ونثبت أننا نستطيع ردّ مسألة البرنامج الصفري إلى مسألة أخرى. اعتبر البرنامجين التاليين:

سـ =؟	سـ =؟
صـ = 3 سـ + 2	يـ = سـ
اطبع صـ	يـ = يـ + سـ
توقف	يـ = يـ + سـ
	تـ = يـ + 2
	اطبع تـ
	توقف

على الرغم من أن هذين البرنامجين يبدوان مختلفان ولهما متغيرات مختلفة، يسهل إثبات أنه أيًا كان المدخل، فإن المخرج متماثل. البرامج التي تؤدي المهمة نفسها توصف بأنها برامج متكافئة. من الجيد أن نكون قادرين على ملاحظة متى يكون برنامجان متكافئين. تطلب مسألة البرامج المتكافئة حاسوبًا يقبل برنامجين ويحدد ما إذا كانا متكافئين. ولعلك توقعت أن مسألة البرامج المتكافئة غير قابلة للحلّ. تسهل رؤية هذا عبر القيام بالردين التاليين:

«مسألة البرامج الصفرية» ≤ «مسألة البرامج المتكافئة».

سوف أثبت أن

مسألة البرامج المتكافئة قابلة للبتّ ← مسألة البرامج الصفرية قابلة للبتّ.

سبق أن بيّنا (دون أن نثبت) أن

مسألة البرامج الصفرية قابلة للبتّ ← تناقض.

وبالجمع بين هذين، نستطيع أن نراكم على النتيجة السابقة ونثبت أن مسألة البرامج المتكافئة غير قابلة للبتّ.

وقبل أن نقوم بهذا الرد، اعتبر البرنامج القصير التالي:

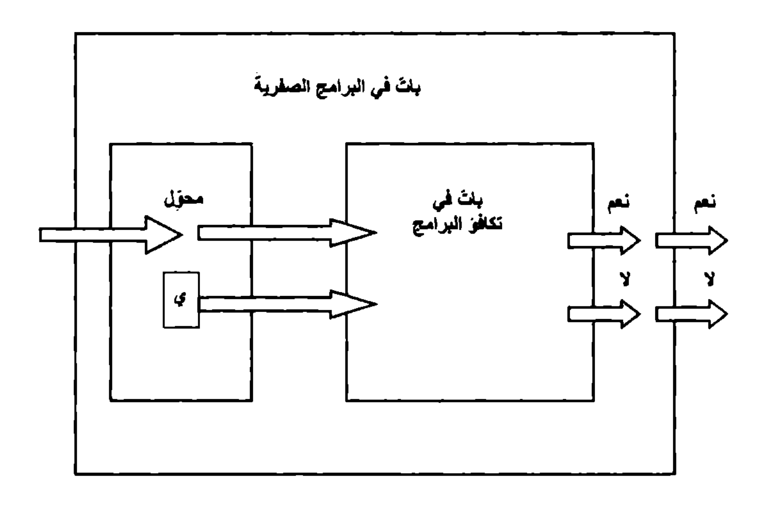
س =؟

اطبع 0

توقف

مخرج هذا البرنامج 0 دائمًا، بصرف النظر عن قيمة المدخل. دعونا نسمّ هذا البرنامج ص (اختصار لصفر).

افترض (خطأ) أن لديك طريقة لتحديد ما إذا كان برنامجان متكافئين. هبك رغبت في تحديد ما إذا كان برنامجًا ما صفريًا.



الشكل 6.7: ردّ مسألة البرامج الصفرية إلى مسألة البرامج المتكافئة

ببساطة ابعث البرنامج المعني والبرنامج ي إلى محوّل البرامج المتكافئة المتخيل كما في الشكل 6.7. لو كان البرنامج مكافئًا لـ ي فإن محوّل البرامج المتكافئة سوف يخبرك بذلك. باستخدام هذا الإجراء، نكون قد استحدثنا باتّ برامج صفرية. لكننا نعرف أنه لا وجود لمثل هذا الباتّ. ومن هذا نخلص إلى أن افتراض وجود باتّ في مسألة تكافؤ البرامج خاطئ.

ولعلك لاحظت أن كل المسائل التي أثبتنا أنها غير قابلة للبتّ متعلقة بتحديد خواص مختلفة تختص بها البرامج. بتعبير آخر، أثبتنا أنه ليست

هناك برامج تحدد خصائص بعينها تختص بها البرامج. وهذا يتصادى مع حكمنا بوجود قيود حين تكون هناك إحالة ذاتية. وقد ثبت، عبر ما أصبح يعرف بمبرهنة رايس، أنه ليست هناك خاصية مهمة تختص بها البرامج يمكن أن يحددها أي برنامج. ويمكن إثبات هذه النتيجة المركبة بتبيان أنه بالنسبة إلى أي خاصية مهمة خ،

مسألة التوقف ≤ مسألة الخاصية خ.

ولأن مسألة التوقف غير قابلة للبتّ، فإن مسألة الخاصية خ هي الأخرى غير قابلة للبتّ.

ماذا عن الحواسيب التي تعمل في حقول أخرى كالرياضيات أو الفيزياء؟ هل هناك حقول موضوعية تُفرض فيها قيود على الحواسيب؟ سوف نرى في الجزء 9.3 أن هناك الكثير من المسائل الرياضية التي تعجز فيها الحواسيب عن تأدية ما يطلب منها من مهام.

قد لا يجد القارئ في هذا الفصل ما يثير اهتمامه، ففي النهاية مبلغ ما أُثبت هو وجود عدة مسائل مصاغة بسهولة يعجز الحاسوب عن حلها. وقد يعتقد أن هناك بضع مسائل غير سوية وغريبة لا تستطيع الحواسيب حلها، في مقابل العديد التي تستطيع حلها. دعونا نمض بعض الوقت في التفكر في هذا الأمر.

اعتبر مسألة تحديد ما إذا كَان عدد ما ينتمي إلى فئة. المسألة بسيطة بالنسبة لبعض الفئات:

- فئة الأعداد الفردية
- فئة الأعداد الزوجية
- فئة الأعداد الأولية
- فئة الأعداد المساوية لمجموع خمسة أعداد مربعة

بالنسبة لكل من هذه الفئات، يمكن إعداد برنامج يقبل أعدادًا صحيحة كمدخلات- وفقًا على ما إذا كان المدخل في الفئة - ومخرجه إما «نعم» أو «لا».

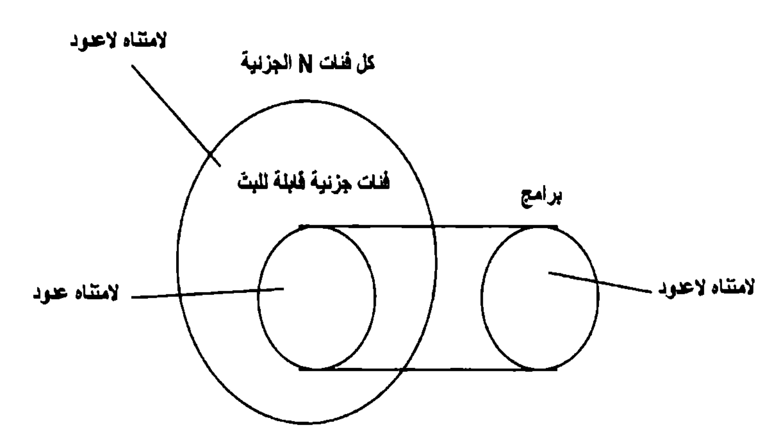
غير أن هناك أنماطًا أخرى من الفئات. لقد بيّن هذا الفصل أن هناك فئات أعداد صحيحة بعينها لا يمكن إعداد برنامج حاسوبي لها يمكّنه أن

يبتّ فيما إذا كانت تنتمي إلى الفئة. مثل هذا،

- فئة أعداد البرامج ذوات المخرج 42 لمدخل ما.
- فئة أعداد البرامج ذوات المخرج 0 دائمًا.

ولهذا فإن هناك فئات أعداد صحيحة قابلة للبتّ، وهناك فئات أعداد صحيحة غير قابلة للبتّ.

دعونا الآن نقم ببعض الحسابات. رأينا في الجزء 4.3 أن هناك عددًا لاعدودًا من الفئات الجزئية اللامتناهية من الأعداد الصحيحة. كم من هذه الفئات قابل للبتّ، وكم منها غير قابل للبتّ. لقد ذكرتُ في بداية الجزء 6.2 أنه بالنسبة لكل برنامج، هناك عدد صحيح متفرد يمثله. ولهذا، هناك فحسب عدد لامتناه عدود من الأعداد الصحيحة (انظر الشكل 6.8). سائر فئات الأعداد الصحيحة غير قابلة للبتّ، ولهذا فإن هناك عددًا لامتناهيًا عدودًا من الفئات غير القابلة للبتّ، وهناك فحسب عدد لامتناه عدود من الفئات القابلة للبتّ. وقد بيّن الفصل 4 وجود فرق هائل بين اللامتناهي العدود واللامتناهي اللاعدود.



الشكل 6.8: الخصائص والبرامج التي تبتّ بخصوص بعض منها

وكنا في بداية هذا الفصل قد سألنا عن المهام التي يستطيع الحاسوب القيام بها وعن المهام التي تتجاوز قدراته. وقد اكتشفنا أن الحواسيب لا تستطيع أن تنجز سوى قدر ضئيل. الواقع أن الأغلبية العظمى من المهام

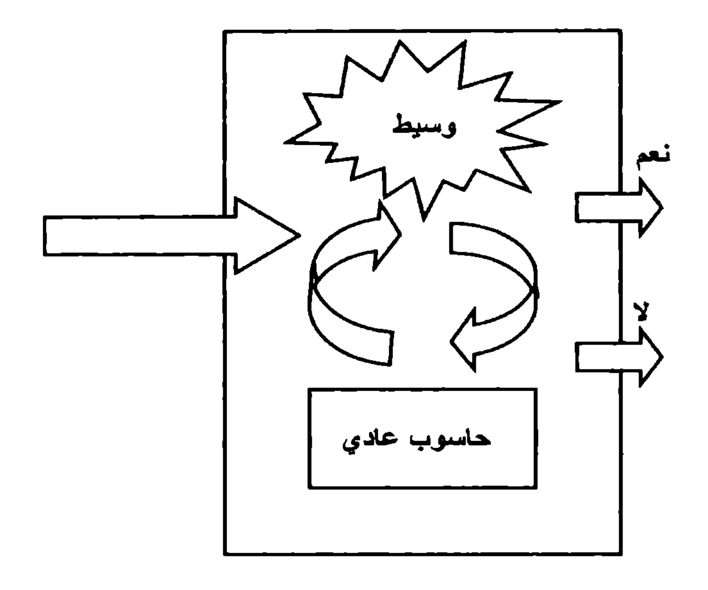
تعجز الحواسيب عن تأديتها وتتجاوز حدود العقل.

6.4 هرمية للمجهول

بيّن هذا الفصل حتى الآن أن الكثير من المسائل تتجاوز قدرات أي حاسوب على الحل. والسؤال الواضح يثار حول ما يوجد خلف عائق القابلية للحوسبة. وكان تورينغ قد طرح هذا السؤال في دراسته الأصلية حول مسألة التوقف، واقترح إجابة بارعة تؤمّن بنية المسائل غير القابلة للحلّ.

نحن لا نستطيع أن نحل مسألة التوقف. ولكن تخيّل للحظة أننا قادرون على حلها. يستحيل على المعالج الذي يستطيع حلّ هذه المسألة أن يكون حاسوبًا عاديًا، فقد بيّنا أنه ليس هناك حاسوب عادي يستطيع هذا، بل يجب أن يكون هناك شيء غير ميكانيكي فيه، شيء «شبحي». في اليونان القديمة (وتقريبًا في كل مجتمع آخر)، كان هناك أشخاص بعينهم تتواصل عبرهم الآلهة. وكانوا يسمّون بـ وسطاء الوحي (oracles المشتقة من كلمة يونانية تعني «يتكلم»). يحدث أن يطرح شخص ما سؤال، فتنتاب وسيط الوحي حالة جذب يعطي إثرها إجابة يفترض أنه سمعها من الآلهة.

وظّف تورينغ مفهوم الوسيط في تصنيف المسائل غير القابلة للحل. تخيّل أن هناك نوعًا من الوسطاء يستطيع حلّ مسألة التوقف. استخدم «شبح» التوقف هذا في حاسوب. خلال إجراء عمليات الحوسبة، دع الحاسوب يطرح أسئلة على الوسيط حول ما إذا كانت برامج بعينها سوف تتوقف. يمكننا تصور هذا بمساعدة الشكل 6,9



الشكل 6.9: حاسوب يمكنه طرح أسئلة بعون من وسيط

تدخل المدخلات من اليسار ويُجري الحاسوب بعض عمليات الحوسبة العادية. في الأثناء، يمكن للحاسوب العادي أن يطرح على الوسيط سؤالًا يتطلب الإجابة بـ «نعم» أو «لا»، بحيث يقوم، وفقًا على الإجابة، بعمليات حوسبية مختلفة. قد يسأل الحاسوب وسيط التوقف عدة أسئلة أثناء عمليات الحوسبة. الملمح الإضافي المتعلق بالقدرة على طرح الأسئلة قد يضاف إلى لغة برمجتنا عبر إضافة أوامر من قبيل

اسأل وسيط التوقف حول ي
إذا أجاب الوسيط نعم اذهب إلى أ
إذا أجاب الوسيط لا اذهب إلى ب

قد تكرر مثل هذه الأوامر عدة مرات في البرنامج وقد تحدث بالنسبة إلى قيم مختلفة من ي. لن يكون بمقدور حاسوب بهذه القدرة أن يحل مسألة التوقف فحسب، بل سوف يتسنى له أيضًا حلّ العديد من المسائل الأخرى

التي رأينا أنها غير قابلة للحوسبة باستخدام حواسيب عادة.

وبمساعدة وسيط التوقف، يمكن حلّ حتى مسائل خارج نطاق علم الحاسوب. من بين أصعب المسائل المفتوحة المتعلقة بالأعداد ما يعرف بـ تخمين غولدباخ. تتمثل المسألة في إثبات أو دحض تخمين حول الأعداد يرجع إلى منتصف القرن الثامن عشر.

كل عدد زوجي موجب أكبر من 2 يساوي مجموع عددين أوليين.

يمكن تبيان صدق هذه الجملة في حالة الأعداد الصغيرة:

- 4 = 2 + 2
- 18 = 5 + 13
- 220 = 24 + 197
- 8206 = 59 + 8147

الراهن أن علماء الرياضة قد أثبتوا أن هذا التخمين ينطبق على كل الأعداد الزوجية التي تكون أقل من 10^{17}. غير أن هذا لا يكفي. ذلك أن التخمين يقر أنه ينطبق على كل الأعداد الزوجية. وبعد أكثر من 250 عام، تظل هذه المسألة سهلة الصياغة تقل علماء الرياضة.

لقد كان لتحديد ما إذا كان هذا التخمين صحيحًا أن يكون سهلًا لو كان لدينا سبيل للتواصل مع وسيط التوقف. اعتبر البرنامج التالي:

س = 2

أ س = س + 2

إذا كانت س مجموع عددين أوليين اذهب إلى أ

توقف

يبحث هذا البرنامج البسيط عن أمثلة مخالفة لتخمين غولدباخ. إذا لم يكن هناك مثل مخالف له، سوف يستمر البرنامج إلى ما لانهاية. في المقابل، إذا كان هناك بالفعل مثل مخالف له، فإن البرنامج سوف يتوقف. لاحظ أن قول إنه ليس هناك مثل مخالف لتخمين غولدباخ لن يكسبك الكثير من الشهرة. المسألة هي إثبات أن التخمين صحيح.

وهناك مسائل أخرى في الرياضيات يمكن حلّها لو كان الاتصال بوسيط

التوقف الخرافي ميسّرًا. سوف نقابل بعضًا من هذه المسائل في الجزء 9.3 [1].

وهناك وسطاء ممكنون آخرون غير وسيط التوقف. بالنسبة إلى أي وسيط س، كل البرامج التي تستطيع أن تسأل هذا الوسيط تسمى برامج الوسيط س. تحديدًا، البرامج التي تطرح أسئلة على وسيط التوقف تسمى برامج وسطاء التوقف. كثير من المسائل غير القابلة للحلّ سوف تُحلّ ببرامج وسطاء التوقف. وهنا يثار السؤال، هل يمكن لبرامج وسطاء التوقف حلّ كل المسائل غير القابلة للحلّ؟ لقد أثبت تورينغ أنها لا تستطيع. وتمامًا كما أثبتنا أن هناك رقمًا متفردًا بالنسبة لكل برنامج عادي، هناك أيضًا رقم متفرد بالنسبة لكل برنامج من برامج وسطاء التوقف. وبحصولنا على هذه الأرقام، نستطيع أن نسأل ما إذا كان برنامج وسط توقف بعينه ذو رقم معطى سوف يتوقف. تسمى هذه المسألة البتّية مسألة توقف برامج وسطاء التوقف. وباستخدام حجج مماثلة لتلك التي عرضنا في الجزء 6.2، يمكن إثبات أن مسألة التوقف في حالة برامج وسطاء التوقف غير قابلة لأن تحلّ بأي من برامج وسطاء التوقف. وهذه المسألة مسألة أخرى غير قابلة للحلّ، لكنها ليست قابلة للحوسبة حتى بعون وسيط توقف.

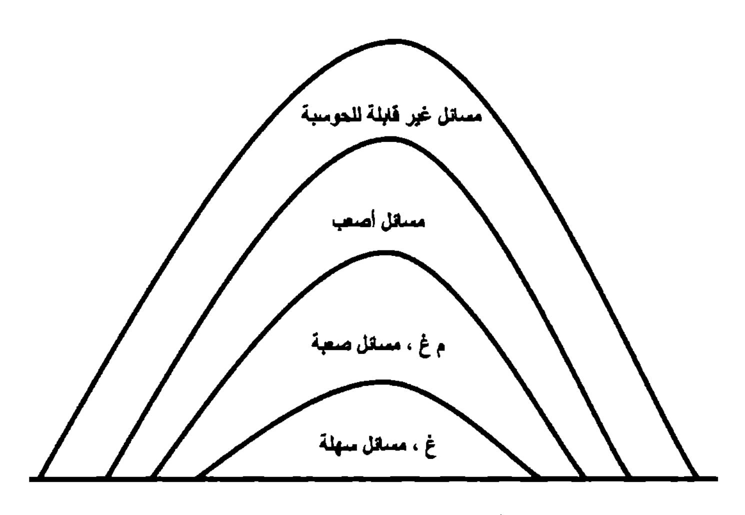
تورينغ لم يكمل بعد. تخيّل أن لدينا وسيطًا يستطيع حلّ مسألة التوقف في برامج وسطاء التوقف. سمّ هذا الوسيط وسيط توقف›. نستطيع بعون من هذا الوسيط حلّ المزيد من المسائل. سمّ أي برنامج يوظف هذا الوسيط برنامج وسيط توقف›. مرة أخرى، قد نطرح السؤال ما إذا كان يمكن حلّ كل المسائل من قبل برامج وسطاء توقف›. ولعلك خمنت أن الإجابة هي لا. يمكن إثبات أنه ليس هناك برنامج وسيط توقف› يمكنه حلّ مسألة التوقف لبرامج وسطاء توقف›. للقيام بهذه المهمة نحتاج إلى وسيط توقف››، وهكذا إلى ما لانهاية.

لقد وصفنا هرمية للمسائل غير القابلة للحلّ. ويمكن أن نقول إن مسائل غير قابلة للحلّ بعينها أصعب من مسائل أخرى، وأن مسائل بعينها أسهل من أخرى. وقد استطاع علماء الحاسوب تصنيف بعض المسائل بوصفها مسائل توقف› قابلة للحوسبة، لكنها ليست مسائل توقف›› قابلة للحوسبة. وقد وصفوا مسائل مختلفة في كل قسم من

(1) في الوقت الراهن، تسمى أصعب مسألة في الرياضيات فرضية رايمان. إنها واحدة من سبعة آلاف مسألة عرضها «معهد كلي» عام 2000. إذا استطعت حلّ هذه المسألة سوف تحصل على مليون دولار. والمسألة أصعب على التوضيح من تخمين غولدباخ، ولذا لن أخوض فيها. ولكن بالنسبة للضليعين في هذا الموضوع، تمامًا كما أن هناك برنامجًا للبحث عن أمثلة مخالفة لتخمين غولدباخ، قد يكون هناك برنامج للبحث النسقي عن أصفار دالّة زيتا جزؤها الحقيقي ليس 1/2.

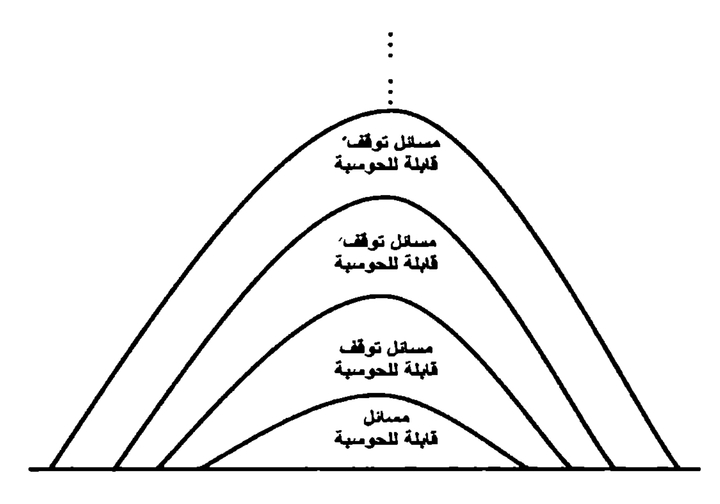
الهرمية. نحن معنيون بحدود العقل ولدينا هنا بنية واضحة لا يتجاوز هذه الحدود.

يمكننا الآن توسيع الشكل 5.18 بحيث يشمل مسائل ليست قابلة للحوسبة، ونحصل على الشكل 6.10



الشكل 6.10: هرمية للمسائل

ويمكن اعتبار فئة المسائل السهلة، والصعبة، والأصعب فئة واحدة تسمى «المسائل القابلة للحوسبة». ويبيّن هذا الجزء أن لفئة المسائل غير القابلة للحوسبة بنية هرمية. وحين نجمع كل ذلك نحصل على الشكل 6.11.



الشكل 6.11: هرمية للمسائل غير القابلة للحلّ

تساءلنا في نهاية الجزء 5.3 من الفصل الأخير عما إذا كانت غ = م غ، وبيّنا لماذا تعد مسألة مهمة ومثيرة. من المهم أن نعرف ما إذا كانت هذه المسألة قابلة للحلّ في حال الاستعانة بوسيط.

نعرض في البداية بعض التعريفات. سبق أن عرّفنا غ بأنها المسائل التي يمكن حلها بحاسوب عادي في عدد عدود من العمليات. دعونا نعمّم. اعتبر أي وسيط س. عرّف غ^{س} على أنها فئة مسائل الوسيط-س التي يمكن أن تحلّ في عدد عدود من العمليات. وسبق أن عرّفنا م غ بأنها فئة كل المسائل التي يمكن حلها بحاسوب عادي بعدد ليس أكبر من الأنتي أو مضروب العوامل من العمليات. دع م غ^{س} تشير إلى فئة مسائل الوسيط س التي يمكن أن تحل بعدد ليس أكبر من الأسي أو مضروب العوامل من العمليات.

في عام 1975، نشر ثلاثة أساتذة، هم ت.ب. باكر، وجي. غل، وروبرت سلوفي، دراسة تشمل نتيجتين مهمتين. لقد قاموا بوصف وسيطين أ وب، بحيث

غ^{أ} = م غ^{أ}

و

غب ≠ م غ^{ب}

تبيّن النتيجة الأولى أن هناك وسيطًا، أ، يمكن بمساعدته حلّ مسائل صعبة ببضع عمليات. وتبيّن النتيجة الثانية أن هناك وسيطًا، ب، تتطلب قدرته على حلّ مسألة صعبة عددًا كبيرًا من العلميات. ولهذا فإن السؤال العتيق حول ما إذا كانت غ = م غ سوف يحل إذا افترضت وسيطين مختلفين.

وقد استمرت نتائج أخرى على هذا المنوال في الظهور. في عام 1976، أثبت جوريس هارتمانس وجون إي. هوبكروفت أن هناك وسيطًا ج بحيث إن المسألة

$غ^{ج} = م غ^{ج}$ أو $غ^{ج} \neq م غ^{ج}$

لا يمكن أن تُحلّ باستخدام بدهيات الرياضيات المعتادة[1]. وعلى الرغم من أن علاقة هذه المبرهنات بالسؤال الأصلي حول ما إذا كانت غ = م غ ليست واضحة تمامًا، فإنه يظل موضوعًا مهمًا.

6.5 أذهان، وأدمغة، وحواسيب

هذا الفصل معني بما يتجاوز قدرات الحواسيب. ولنا أن نسأل عما إذا كان الذهن البشري يستطيع تأدية مهام لا تستطيع الحواسيب القيام بها. هل الذهن البشري مجرد آلة؟ وهل هو مقيد مثل الحاسوب؟

أثبتنا أن الحاسوب لا يستطيع حلّ مسألة التوقف؛ فهل يستطيع الذهن البشري حلّها؟ ففي النهاية، أليس الدماغ البشري نوعًا من الحواسيب؟ بالنسبة للبرامج الصغيرة، عادة ما تستطيع الكائنات البشرية حلّ مسألة التوقف، بمعنى أننا نستطيع أن نعاين البرنامج ونرى ما إذا كان سوف يتوقف. ولكن ماذا عن البرامج الكبيرة؟ ذلك أن مسألة التوقف تتعلق بأي برنامج. ثمة آلاف الأشخاص الغاية في الذكاء الذين يعملون في شركة مايكروسوفت وكثير منهم يعاينون برامجهم الكبيرة لكنهم يفشلون في معرفة متى سوف تستمر في حلقات لامتناهية. هل هذا يعني أن الكائنات البشرية عاجزة عن العثور على مثل هذه الحلقات اللامتناهية؟ وماذا عن المسائل الحاسوبية الأخرى؟

ترتبط هذه الأسئلة بمسألة العلاقة بين الدماغ البشري والذهن البشري.

(1) صوريًا، أثبتوا أن هذه المسألة مستقلة عن نظرية زرميلو-فرانكل في الفئات. وهناك المزيد من النقاش لمثل هذه الاستقلالية في الجزئين 4.4 و9.5

الدماغ البشري آلة مادّية غاية في التعقيد. الواقع أنه قد يكون أكثر الآلات المادية تعقيدًا في الكون بأسره. ولا شك في أن الذهن يرتبط بطريقة ما بالدماغ. كل ما يحدث في الدماغ يؤثر بالتوكيد فيما يحدث في الذهن. إذا شككت في هذا، حاول قراءة هذا الفصل بعد أن تتناول بعض كؤوس التاكيلا! على ذلك فإن العلاقة بين الاثنين ليست واضحة. يبدو أن ذهننا وأفكارنا ليست مجرد أدمغتنا. إننا نشعر أننا لسنا مجرد حزمة الفجوات الدماغية التي ترسل عبرها الخلايات العصبية شرارات كهربية. إننا نتصور أنفسنا على أنها أكثر بكثير من مجرد آلات مادّية تمتثل لقوانين الفيزياء. إننا نشعر بأنها واعية ذات إرادة حرة واستقلالية في الفكر. ولكن هل نحن حقًّا أحرار؟ هل لدينا بالفعل سيطرة على أنفسنا؟ يعرّف أمبروز بيرس الدماغ بأنه «جهاز نعتقد أننا نفكر به»[1]. هل نفكر حقيقة بحرية، أم أن أذهاننا تدربت على الاعتقاد بأنها متحررة من الدماغ؟

إذا كان الذهن البشري مجرد دماغ مادّي يمتثل لعمليات مادّية، فإن الذهن البشري سوف يعجز هو الآخر عن حلّ أي مسألة عرضت هنا. في المقابل، إذا كان الذهن ليس مجرد دماغ مادّي، فلعله قادر على القيام بما هو أكثر؟ فأي من هذين البديلين هو الصحيح؟

شعر كرت غودل أن الذهن البشري ليس مجرد آلة، وبأن هناك جملًا بعينها لا يمكن إثباتها بأي نسق آلي على الرغم من أنها معروفة/مفهومة لدى الكائنات البشرية. وقد استنتج غودل من هذا أن الأذهان البشرية ليست مجرد آلات متناهية. ولكن إذا لم تكن أدمغتنا آلات متناهية، فماذا تكون؟

يطرح السير روجر بنروس، وهو أستاذ رياضيات شهير، حججًا شبيهة على أن الذهن ليس مجرد آلة. وهو يذهب إلى حد تخمين أن الذهن يستخدم مفهوم الجاذبية الكمومي الغامض في تفسير قدرة البشر البادية على القيام بمهام تعجز الآلات عن القيام بها. وهو يزعم بأن الحاسوب الذي يستخدم الجاذبية الكمومية قد يستطيع حلّ مسألة التوقف، ويضيف أن هذا قد يعين على تفسير الوعي.

أما دوغلاس ر. هوفستادتر، وهو باحث أمريكي، فيخمّن أن للذهن البشري وعيًا لأن لديه القدرة على الإحالة الذاتية. ولأننا نستطيع التفكير حول أنفسنا والتفكير حول التفكير حول أنفسنا، إلخ.، فإن كل واحد منا قادر على الشعور بأنه «أنا» ما. قابل هذا بما تعلمناه في هذا الفصل. إن

(1) Bierce, 1906 / 2010, 21

هذا الفصل يحاول تبيان أن قدرة الحاسوب على تأدية إحالة ذاتية هو سبب قصوره. فهل نستطيع أن نقول إن الإحالة الذاتية تسبب في حالة الحواسيب قصورًا في حين أنها تسبب في حالة البشر وعيًا؟ ربما. هل لدى البشر بالفعل إحالة ذاتية؟ هل نعرف بالفعل ما يدور في أذهاننا[1]؟

لقد تفكّرتْ أذهان عظيمة كثيرة في هذه الأسئلة دون أن تصل إلى أي إجماع واضح.

غير أنه يمكننا الالتفاف على هذه الأسئلة. بدلًا من الاستفسار عما إذا كان الذهن البشري مجرد آلة، دعونا نستفسر عما إذا كان بمقدورنا جعل آلة تفكر على طريقة الذهن البشري. ثمة حقل كامل في علم الحاسوب، يعرف بـ الذكاء الاصطناعي، مكرّس للإجابة عن هذا السؤال. والإجابة تتوقف بطريقة ما على أجوبة الأسئلة السابقة. إذا لم يكن الذهن البشري مجرد آلة، لا سبيل لأن نجعل للآلة ذهنًا. من جهة أخرى، إذا كان الذهن مجرد آلة رائعة لكنه يبدو كمجرد آلة، فلنا أن نتوقع أننا سوف نستطيع، حين يتوفر لدينا ما يكفي من الوقت والبراعة، جعل الحاسوب يبدو هو الآخر كما لو أنه ليس مجرد آلة. هل الذكاء الاصطناعي ممكن؟ وحتى لو استطعنا جعل الحاسوب يتصرف على طريقة الكائنات البشرية، فهل هذا يعني أنه سوف يكون لديه وعي؟

مشكلة محاولة إنجاز ذكاء اصطناعي هي إدراك ما إذا كان هذا الإنجاز قد تحقق. سوف نحتاج إلى تعريف مشروع للذكاء. تقوم الحواسيب في الوقت الراهن بأشياء مدهشة ما كان لها أن تستطيع القيام بها منذ ثلاثين عامًا. آنذاك اعتُقد بشكل واسع أنه لن يكون في وسع الحاسوب أن يكسب مباراة شطرنج مع لاعب دولي. وفي عام 1997، تبين خطأ هذا التوقع، فقد فاز Deep Blue، وهو حاسوب فائق طورته شركة IBM، في ست مباريات شطرنج على البطل العالمي غاري كاسبروف. تستطيع الحواسيب إذن أن تهزم البشر في الشطرنج. على ذلك، ليس هناك رابوط قادر الآن على هزيمة كائن بشري في لعبة التنس. ولكن ماذا لو قيّض لنا أن نستشرف المستقبل بعد ثلاثين عامًا؟ لا شك في أننا سوف نُصدم لو استطعنا رؤية ما سوف تستطيع الحواسيب إنجازه آنذاك. بمرور الوقت، واكتساب الحواسيب المزيد من المهارات، نصبح أقل انبهارًا بها ونقول «إنها لا تقوم

(1) هل تستطيع الكائنات البشرية أن تحدد حقائق كثيرة حول أذهانها؟ ماذا عن اللاوعي؟ علم النفس هو دراسة تقوم بها الأذهان البشرية على الأذهان البشرية، خصوصًا لاوعيها. هل لدى علماء النفس تبصر أعمق لأنفسهم من تبصر الآخرين لأنفسهم؟ يجب أن نجيب بلا قاطعة عن هذا السؤال.

بشيء سوى اتباع تعليمات برنامج ما». إننا نطلب المزيد دائمًا من الآلاتنا. «آه لو أنها تستطيع أن تقوم بهذا»، آنذاك يكون لديها «ذكاء اصطناعي حقيقي». يبدو أن الحدود الفاصلة بين «مجرد اتباع تعليمات برنامج» و«الذكاء الحقيقي» تتغير بمرور الزمن. ولعل الذكاء الاصطناعي قد أنجز بالفعل.

وفي عام 2011، وعلى منوال Deep Blue، سمت IBM أحد حواسيبها القادرة على التعرف اللغوي Watson، وجعلته يشترك ضد كائنات بشرية في اللعبة التليفزيونية مخاطرة (Jeopardy)، وقد نجح الحاسوب في هزيمتهم. بدلًا من أن نسأل عما إذا كانت الحواسيب تستطيع أن تصل إلى مستوى البشر، لعله يجب علينا أن نسأل عما إذا كانت الحواسيب قد تجاوزتهم بالفعل. ففي النهاية، يمكن لحاسوب شخصي نمطي الآن أن يهزم 99.9 في المائة من البشر في لعبة الشطرنج. وكما بيّنت العديد من الشركات، الحواسيب أكثر كفاءة حين يتعلق الأمر بالرد على المكالمات الهاتفية والقيام بمهام أخرى كانت مقتصرة على البشر. وبدلًا من أن نعتبر هذا تدنيًا في منزلة البشر، لنعتبره انتصار لبراعة الإنسان. لقد نجح البشر في برمجة آلات تتجاوز قصورهم.

ينطوي هذا الجزء على أسئلة أكثر مما ينطوي على أجوبة. وبالنسبة لمعظم هذه الأسئلة، يقاوم هذا الكاتب المتواضع غواية الدفع بأجوبة مزعومة. الأسئلة ماتعة بما يكفي.

قراءات إضافية

الأجزاء 6.1-6.3

يمكن العثور على عدم قابلية مسألة التوقف ومسائل أخرى ذكرت في الجزء 6.3 للبتّ في العديد من كتب علم الحاسوب النظرية – مثل *Cutland* (1980)، *Davis, Sigal, and Weyuker* (1994)، *Sipser* (2005)، و*Sudkamp* (2006)، وهذا غيض من فيض. أما مبرهنة رايس فيمكن العثور عليها في دراسته الأصلية Rice (1993). ويؤمّن *Davis* (1980) و*Harel* (2003) تصورات ميسّرة لعموم الناس للنتائج التي لم يبتّ في أمرها.

الجزء 6.4

يمكن العثور على حوسبة الوسطاء في الكتب سالفة الذكر. عملا *Baker-Gill-Solovay* (1975) و*Hatrmanis-Hopcroft* (1976) هما الدراستان الأصليتان صحبة النتائج الموصوفة في الجزء 6.4.

وتعزى كثير من الأفكار الموصوفة في الأجزاء 6.2-6.4 لذهن آلن تورينغ. حياة هذا العبقري توصف بشكل رائع في *Hodges* (1992). هذه سيرة حياة مثيرة وجديرة بالقراءة.

الجزء 6.5

ثمة قدر هائل من أدبيات الأسئلة المثارة في الجزء 6.5. من ضمن الكتب والدراسات العديدة التي تناقش هذه القضايا *Rucker* (1982)، *Hofstadter* (1979) (الكتاب الذي فاز بجائزة بلتزر)، وكتاب *Hofstadter* (2007) الجديد الأكثر إثارة. ويشمل الفصل 6 من *Wang* (1996) نقاشًا فلسفيًا معمقًا لاعتقادات غودل. ويعرض *Penrose* (1991) و(1994) حججه وهو يحشد بالمواضيع المهمة. وعلى شبكة المعلومات الدولية هناك قدر هائل من الأدبيات التي تؤيد وتلك التي تعارض هذه الحجج.

Shainberg (1989) رواية ساخرة كتبها جرّاح أعصاب حول جرّاح أعصاب يقوم بعملية أعصاب على دماغه. يمكن للإحالة الذاتية أن تقودك إلى ... الإصابة بالعصاب.

7 قيود علمية

العقل يحكم العالم.

- أنكساغوراس (500-428 ق.م.)

إنها الرابعة بعد الظهر، وقت الشروع في التحضير للعشاء

فها هي الغرير-سحلية الغروية القذرة طفقت تدور وتبزل نجيلة الزوال

- لويس كارول (1832-1898)

غير أنه في وسعك أن تسافر عشرة آلاف ميل،

دون أن تغادر مكانك.

- هاري تشابن (1942-1981)، W*O*L*D

العلم هو الاستدلال العقلي الدقيق الذي نستخدم لفهم العالم المادّي الذي نعيش في كنفه. إننا نستخدم العلم كي نصف، ونفهم، وأحيانًا نتنبأ بظواهر مادّية. بمعنى ما، قيود المشروع العلمي هي الأكثر أهمية.

أبدأ بنقاش موجز لنظرية الشواش وقدرة العلم على التنبؤ بالمستقبل. في الجزء 7.2 أصف عدة تجارب مختلفة في ميكانيكا الكم تبرهن على غرابة عالمنا. وفي الجزء 7.3 أعرض بعض الأحداس بخصوص النظرية النسبية وما تخبرنا به حول المكان، والزمان، والسببية.

7.1 الشواش والكون

يروي لنا هنري بوانكاريه (1854-1912) حكاية رهيبة حول رجل يمشي في شارع ويُقتل بسبب بلاطة أسقطها عامل بناء دون قصد على رأسه[1]. لو أن هذا الرجل أبطأ أو تعجّل ثلاث ثوان، لربما عاش عديد السنين. ولو أن عامل البناء لم يسقط البلاطة أو أسقطها قبل أو بعد ذلك بجزء من الثانية، لربما واصل الرجل مسيرته في الحياة.

(1) Poincare 2010, 75.

ما العبرة من هذه الحكاية؟ هناك عبرة واضحة مفادها أن الأشياء السيئة تحدث في عالم المصادفات هذا. لكن هذا ليس حكمًا وجيهًا. ذلك أن الأشياء الجيدة تحدث هي الأخرى، كما أن أغلب البلاط يسقط دون أن يصيب أحدًا. ثم أنه كان يمكن لذلك الرجل أن يقتل الكثيرين. في هذه الحالة، سوف تكون البلاطة التي سقطت على رأسه شيئًا جيدًا. بدلًا من ذلك، فإن العبرة الصحيحة التي يلزم أن نستفيدها من تلك الحكاية هي أن تغيرات طفيفة في الحوادث قد تسبب تغيرات كبيرة في وقت لاحق. لو أن ذلك الرجل مكث في بيته مع زوجته وأبنائه بضعة ثوان قبل مغادرته، لربما عاش حتى داعب أحفاده. ولو أنه أسرع في مغادرته، لربما أصبح رجلًا محبًا للخير يساعد الكثيرين. ولو أن أصابع عامل البناء كانت أقل بللًا، لربما أصبح القاتل المحتمل لكثيرين قاتلًا واقعيًا لهم. في الوسع تخيل العديد من التنويعات في هذه الحكاية المكرورة بما يجعل النتيجة مختلفة تمامًا.

وهذه الحقيقة الواضحة، أن تغيرات طفيفة قد تسبب تغيرات جائحة وغير متوقعة، معروفة للجميع. لو أنك اخترت 42 بدلًا من 43 في تذكرة اليانصيب تلك... لو أن العفو على المحكومين بالإعدام جاء قبل دقيقتين...[1] لو أن حبل القفز كان أقوى قليلًا... والسبب الذي يجعل هذه الحقيقة واضحة هو أننا نعيش في عالم كبير ومركب، ونعرف أن الأشياء التي تؤثر في كل فعل كثيرة إلى حد يحول دون توقع المستقبل. ولكن ماذا عن الأنساق الصغيرة التي نستطيع أن نصف بشكل دقيق الكيفية التي تتفاعل بها أجزاؤها؟ هذه أنساق يصفها ويتقصاها العلماء، ويبدو أننا نستطيع فيها التنبؤ بالمستقبل. في هذا الجزء سوف نرى أنه حتى في أنساق صغيرة قابلة للوصف بعينها، يمكن لتغيرات طفيفة أن تسبب في تغيرات كبيرة.

منذ عهد نيوتن، تصورنا الكون كساعة ضخمة تؤدي وظائفها دون أخطاء. لقد تصورنا معدات ونوابض تتفاعل بشكل مثالي وبقابلية كاملة للتوقع. فهم هذه الوظائف وتوقع الكيفية التي سوف تواصل بها هذه الساعة عملها هي مهمة العلم. ومنذ نيوتن، وبصياغة قوانين الفيزياء، كان هناك تفاؤل بخصوص قدرتنا على فهم الكون بأسره. وقد عبّر عن هذا التفاؤل أحد رواد الرياضيات والفيزياء، بييرس-سمون لابلاس (1749-1827)، بقوله:

لنا أن نعتبر الوضع الراهن للكون نتيجة ماضيه وسبب مستقبله.

(1) From Alanis Morissette song *Ironic.*

العقل الذي يعرف في لحظة بعينها كل القوى التي تجعل الطبيعة تتحرك، وكل مواضع كل الأجزاء التي تتألف منها الطبيعة، والقادر على تحليل هذه البيانات، سوف يتمكّن من أن يضم في صيغة واحدة حركات أكبر الأجسام في الكون وحركات أصغر الذرات؛ بالنسبة إلى هذا العقل، لا شيء موضع شك، والمستقبل برمته، تمامًا مثل الماضي، حاضر أمام عينيه[1].

لقد اعتقد لابلاس وآخرون في أن هذا التقدم سوف يستمر إلى الأبد، وأن كل مسألة علمية سوف تكون قابلة للحلّ، وأن المستقبل سوف يكون ماثلًا أمام أعين الجميع. سوف يكون في وسع المرء ببساطة أن يجلس ويكتب القوانين الفيزيائية ويحسب كل شيء. غير أنه بحلول القرن العشرين، بدا هذا التفاؤل غير مبرر. لقد اكتشف بوانكريه وآخرون أنساقًا يستحيل على البشر التنبؤ بمستقبلها. وتوصف مثل هذه الأنساق بأنها شواشية.

في عام 1961، كان إدوارد لورنز، وهو عالم رياضيات وعالم أرصاد جوية، يدرس محاكاة حاسوبية لأنماط الطقس. وجد بضع معادلات بسيطة يمكنها أن تصف أنماطًا طقسية بعينها. أدخل لورنز هذه المعادلات في حاسوب ودرس النتائج، التي كانت شبيهة تمامًا لأنماط طقسية شائعة يمكن العثور عليها في العالم الواقعي. وفي أحد الأيام أراد مراجعة محاكاة بعينها سبق له أن رصدها. وبدلا من أن يبدأ المحاكاة من البداية، بدأها من منتصفها. كان الحاسوب يتعامل مع أرقام مؤلفة من ست خانات. ولكي يوفر بعض المساحة، جعله يتعامل مع أرقام من ثلاث خانات. فبدلا من طباعة 0,506127 كان يدخل 0,506. ولأنه كان يعتقد أن الفرق أقل من جزء من الألف، توقّع أن يحصل على النمط الطقسي نفسه. الأمر الذي صدمه وحيره هو أن النمط الطقسي الناتج كان مختلفًا تمامًا عن النمط المقصود. لقد لاحظ لورنز أنه بالنسبة إلى هذه المعادلات البسيطة، الطريقة التي تتفاعل بها الأجزاء مع بعضها البعض، والطريقة التي أصبحت بها مخرجات بعض المعادلات مدخلات لمعادلات أخرى، سبّب تغيرات كبيرة في

(1) Pierre-Simon Laplace, introduction to *A Philosophical Essay on Probabilities*.

النص الأصلي هو:

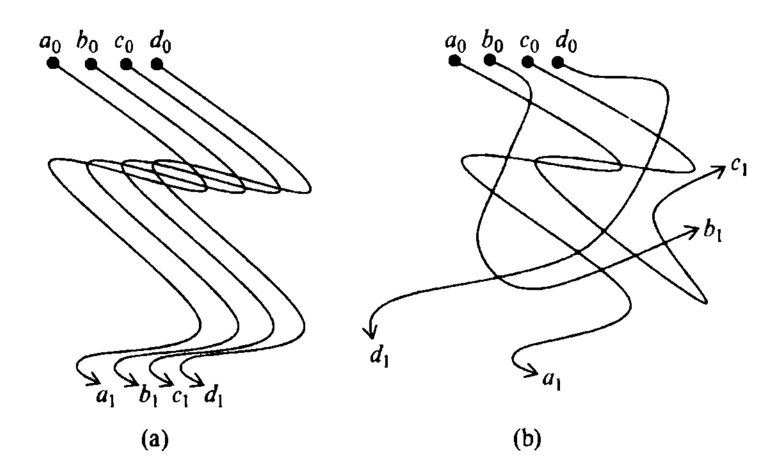
"Nous devons donc envisager l› é tat pr é sent de Fin ilvers, comme l›effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné , connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des ê tres qui la composent, si d›ailleurselle était assez vaste pour soumettre ces données à l›analyze, embrasserait dans la même formule les mouvemens des plus grands corps de l›imivers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l›avenir comme le passé , serait présent à ses yeux».

الأنماط الطقسية توقفت على نقاط البدء. بتعبير آخر، بمقدور تغيير جدّ طفيف في الشروط البدئية للمعادلات أن يغير بشكل جذري سائر المحاكاة. وهذا يعني في العالم الواقعي أن تغيرًا طفيفًا في النمط الطقسي قد يسبب تغيرًا لاحقًا كبيرًا.

بعد تقصي هذا الأمر، كتب لورتنز بحثًا حول هذه الظاهرة بعنوان نابض بالحيوية «القابلية للتنبؤ: هل يمكن لخفق فراشة أجنحتَها في البرازيل أن يسبب إعصارا عن تكساس؟» (Predictability: Can the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas). يضمّن هذا العنوان أن تغيرًا طفيفًا في الطقس بسبب خفق فراشة أجنحتَها قد يؤدي إلى نمط طقسي قارس في مكان جدّ بعيد. هذا لا يعني أن الفراشة سببت الإعصار بالفعل، بل يعني أن خفقها أجنحتَها يعني وجود نمط طقسي مختلف تمامًا. قد يجعل الخفق إعصارًا وشيكًا يحيد عن مساره بعيدًا عن تكساس. ولأننا لا نستطيع أن نقفو كل الفراشات، فإننا لن نستطيع أبدا التنبؤ بالطقس.

أصبح هذا الأثر يعرف بـ «أثر الفراشة» وأضحى جزءًا من الوعي الجمعي. الأسلوب الأكثر علمية في صياغة هذا هو أن النسق يكشف عن ارتهان حساس للظروف البدئية» – بمعنى أن تغيرًا طفيفًا في النسق قد يسبب تغيرات كبيرة في الناتج. وتوصف الأنساق التي تختص بهذه الخاصية بأنها *chaotic* (شواشية)، وهي كلمة مشتقة من كلمة يونانية تعني «فجوة»، أو «غير منظم» أو «اضطراب». في المقابل، كلمة *cosomos* («كون») مشتقة من كلمة يونانية تعني «نظام».

عكس الأنساق الشواشية -أي الأنساق غير الحساسة للظروف البدئية- هي الأنساق المستقرة أو الأنساق المتكاملة. ويعرض الشكل 7.1 طريقة مناسبة لفهم الفرق بين الاثنين. يبيّن الشكل الأيسر نسقًا مستقرًا ذا أربع نقاط تبدأ وتنتهي قرب بعضها البعض. في المقابل، للنسق الشواشي الأيمن أربع نقاط تبدأ بالقرب من بعضها البعض وتنتهي في مواضع جد متباعدة.



الشكل 7.1: أنساق مستقرة و (b) أنساق شواشية.

وما أن نعرف أن النسق شواشي، حتى نفقد القدرة على إصدار تنبؤات طويلة الأمد حولها. لا سبيل في العالم لتتبع كل الفراشات التي تخفق أجنحتها في البرازيل. لا نستطيع الاحتفاظ بمعلومات حول نسق يتطلب دقة لامتناهية. على ذلك فإن النسق حتمي، ونستطيع أن نكتب معادلات وصيغا تصف أفعاله، وإن كنا لا نستطيع توظيف هذه المعادلات والصيغ في التنبؤ بأي مخرجات طويلة الأمد. الأنساق الشواشية ترغمنا على التمييز بين الحتمية والقابلية للتنبؤ. الحتمية حقيقة حول وجود قوانين طبيعية، والقابلية للتنبؤ مسألة تتعلق بقدرة الكائنات البشرية على معرفة المستقبل.

وقد حاول البحاث تبيان أن الكثير من الأنساق، فضلًا عن الطقس، شواشية هي الأخرى. ومثل ذلك

- يرى علماء الاقتصاد أن الأسعار وأسواق البورصة تتوقف على تأرجحات طفيفة.
- اكتشف علماء البيولوجيا الذين درسوا ديناميكا الجماعات أن زيادة ونقصان جماعات بعينها من الأنواع حساسة لآثار طفيفة.
- اكتشف علماء الأوبئة أن انتشار أمراض بعينها قد يتأثر بعوامل طفيفة مثل إصابة فرد بعينه بالمرض.

• تعرَّف علماء الفيزياء الذين يدرسون أنساق السوائل على عمليات شواشية.

ويمكن تبيان أن هناك في كل هذه الأنساق المختلفة عمليات مادّية حتمية لكنها ليست قابلة للتنبؤ.

ولا يصعب أن تشكّل واحدًا من أبسط الأنساق الشواشية في مخزن أدواتك. البندول قضيب صلب به ثقل في أحد أطرافه. إذا سمحت له بالحركة جيئة وذهابا، تحصل على نسق مستقر يمتثل لقوانين الفيزياء البسيطة. يمضي طلاب السنة الأولى الجامعية الكثير من الوقت في حساب كل ما يتعلق بالبندول. ولكن إذا ربطت بندولا ببندول آخر وجعلت كليهما يتأرجح فسوف تحصل على بندول مزدوج. النسق البسيط نفسه أصبح شواشيا. سوف يتأرجح كل منهما بطريق غريبة لا يمكن التنبؤ بها. التأرجح حتمي كليًا - بمعنى أنه يمكن لعالم فيزيائي أن يكتب معادلات تصف حركة البندول المزدوج. سوف تأخذ المعادلات في حسبانها طول القضيبين، والثقلين، والزوايا البدئية. غير أن النسق سوف يكون شواشيا وغير قابل للتنبؤ. كي تفهم أثر الفراشة، ابدأ بهذا البندول في موضع ما وراقب الطريقة التي يتأرجح بها. بعد ذلك حاول أن تعيد هذه الحركة من موضع قريب من الموضع الذي سبق أن بدأت به - سوف ترى أنه يتأرجح بطريقة مختلفة جدا. الدقة المتناهية ضرورية لوضع مثل هذا البندول في الموضع نفسه مرتين. إذا لم تكن تحسن استخدام الأدوات أو كنت أكسل من أن تربط بندولين، فبمقدورك العثور على الكثير من الفيديوهات الرائعة على شبكة المعلومات الدولية التي تعرض مثل هذه الأدوات الغريبة.

كيف يمكن لعملية حتمية أن تنتج حدثًا غير قابل للتنبؤ أو يبدو عشوائيا؟ ففي النهاية، إذا كانت العملية حتمية ونستطيع أن نكتب صيغة تصف مستقبلها قصير الأمد، فلماذا تستعصي كتابة صيغة تصف مستقبلها طويل الأمد؟ لفهم هذا يلزم أن نذكّر أنفسنا بأن حتمية أي عملية أمر يتعلق بحقيقة موضوعية حول العالم. هل تمتثل هذه العملية لقانون حتمي ثابت؟ في المقابل، فإن مسألة قابلية العملية للتنبؤ مسألة ذاتية تتعلق بالأذهان. هل لديك معلومات حول النسق وظروفه البدئية تكفي للتنبؤ بمستقبله طويل الأمد أم أنها ستبدو عشوائية؟ ما هو عشوائي لدى شخص قد يكون قابلًا للتنبؤ عند آخر. قد يبدو مكتبي فوضى شواشية بالنسبة لك، لكني أعرف موضع كل شيء فيه.

رمي عملة في الهواء مثل كلاسي على العملية غير القابلة للتنبؤ. ولكن إذا كان لديك معمل به آلة دقيقة ترمي العملة المتوازنة بشكل مثالي دون تأثر بالهواء، فإنك تستطيع رمي عملة في الهواء ومعرفة النتيجة مسبقًا.[1] عوز المعلومات الدقيقة حول سرعة رمي العملة، وحول الوزن الدقيق للعملة، وحول أثر الهواء أثناء تقلب العملة في الهواء يسبب عدم القابلية للتنبؤ. في النسق الشواشي، عوز الدقة في الشروط البدئية كبير إلى حد يجعل النسق غير قابل للتنبؤ موضوعيًا. ليس هناك كائن بشري في العالم لديه كل القدرات الحوسبية المرجوة يستطيع تحديد مستقبل النسق. باختصار، يمكن لعملية حتمية أن تسبب حدثًا لا يمكن التنبؤ به.

وقد بيّنت الأنساق الشواشية أن حلم نيوتن بحساب مستقبل كل نسق لن يتحقق. تفاؤلية لابلاس لا مبرر لها: فالكون أكثر تركيبًا مما حسب.

والواقع هو أن العلم لا يستهدف التنبؤ إطلاقًا؛ علماء الجيولوجيا ليسوا ملزمين بتوقع الزلازل؛ بل بفهم عملية الزلازل. وعلماء الأرصاد ليسوا ملزمين بالتنبؤ بموعد البرق، وعلماء البيولوجيا ليسوا ملزمين بالتنبؤ بالأنواع المستقبلية. المهم في العلم وما يجعله ذا مغزى هو التفسير والفهم.

قلت ذات مرة مداعبًا للمشرف على رسالتي، ألكس هيلر، إن هناك جزيئات دون-ذرية في الطبيعة تمتثل لمعادلات في الحركة لا تستطيع الكائنات البشرية حلها. وعلى الرغم من أن البشر لا يعرفون المواضع التي تذهب إليها هذه الجزيئات، فإن الجزيئات تعرف فيما يبدو إلى أين هي ذاهبة؛ فرد علي هيلر بقوله إن هذا يبين أنه لا علاقة للعلم بالحسابات أو التنبؤ. يمكن للحسابات أن تقوم بها حواسيب، ويمكن للتنبؤات أن تقوم بها جزيئات دون-ذرية. العلم يتعلق بالفهم – وهذه قدرة لا يمتلكها إلا البشر.

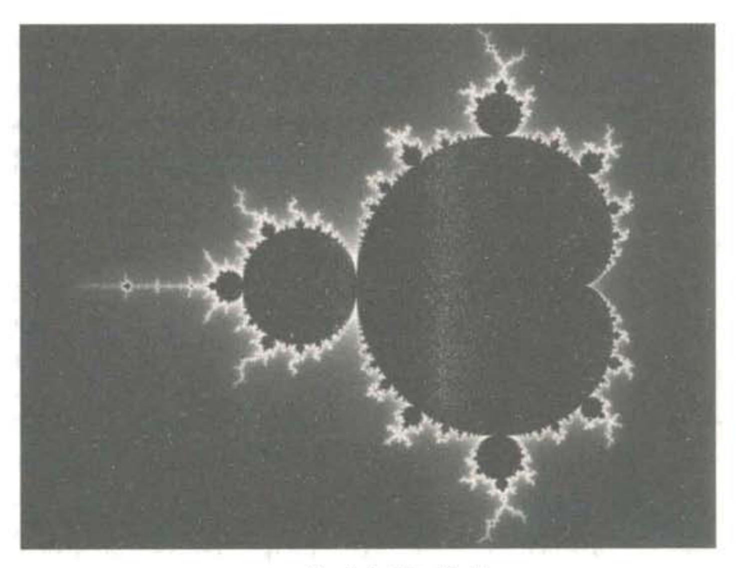
قد يحاول المرء إغفال أثر الفراشة بقول إنه إذا كان هناك ظرفان بدئيان متشابهين إلى حد كاف، فإن النتائج سوف تكون متماثلة. لقد رأينا في حالة الطقس أن التماثل حتى الخانة الثالثة لا يعني التشابه إلى حد كاف؛ فلعلّه يلزم أن تتماثل الشروط البدئية حتى الخانة الخامسة أو العاشرة؟ وعلى الرغم من أن هذا يبدو معقولًا، فإنه في واقع الأمر غير صحيح. أفضل سبيل لتبيان خطأ هذا هو فحص ما يسمى فئة ماندلبروت، التي شكّلها علماء الرياضة في نهاية سبعينيات القرن الفائت ويمكن اعتبارها

(1) الواقع أن هناك عملًا رائعًا أُنجز في رمي العملات للعملي. انظر:
Diaconis, Holmes, and Montgomery 2011.

واحدة من أجمل أجزاء الرياضيات. يمكن وصف فئة ماندلبروت بسهولة بأنها فئة أعداد مركبة. ابدأ بالعدد المركب مـ، ربّعه، وأضف مـ إلى الناتج. سوف تحصل على عدد مركب آخر. ربّعه، وأضف مـ مرة أخرى إليه. كرّر هذه العملية المرة تلو الأخرى – أي خذ العدد المركب يـ، احسب يـ^2 + يـ، وكرر.[1] قد يحدث أحد شيئين للأعداد في هذا التكرار:

- قد تكبر وتكبر حتى تصل إلى اللاتناهي.
- قد تظل الأعداد المركبة صغيرة.

تتألف فئة ماندلبروت من أعداد مركبة تبقى صغيرة بعد عملية التكرار هذه الفئة هي الجزء المركزي الأسود في الشكل 7.2.

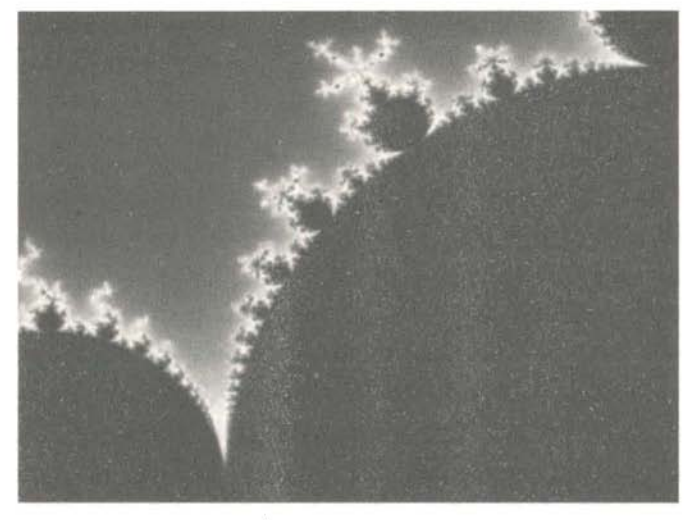


الشكل 7.2: فئة مانلدبروت

الأمر المدهش في فئة ماندلبروت هو الحد الفاصل بين الأعداد التي يذهب تكراراها إلى اللاتناهي والأعداد التي تظل صغيرة. لا تتألف الحدود من أي

(1) إذا كانت الأعداد المركبة ليست مألوفة لديك، اعتبر مـ زوجين من الأعداد الحقيقية >مـ1، مـ2< ويـ زوجين من الأعداد الحقيقية >يـ1، يـ2<. بعد ذلك كرّر بأخذ >يـ1، يـ2< إلى >مـ12 - مـ 22 + يـ1، 2 مـ1 2 يـ1، يـ2 + مـ2<.

خطوط مستقيمة. إنها تنثني وتلتف وتشكل المزيد من الأشكال. والأشكال مشابهة لذاتها بمعنى أنك سوف تجد ضمن حدود فئة ماندلبروت أشكالًا شبيهة بفئة ماندلبروت. وهذه الانثناءات والالتفافات تستمر إلى الأبد. تسمى مثل هذه الأشكال بـ **الكسرية**. ولأن هذا شكل رياضي وليس شيئًا مادّيًا، يمكن لنا أن نكبّر هذه الصورة باستمرار، كما هو مبيّن في الشكل 7.3.



الشكل 7.3: صورة قريبة من قمة جزء من عنق فئة ماندلبروت.

غير أن الصور ثنائية الأبعاد لا تفي حق روعة هذا الشكل الحقيقية. باستخدام حواسيب حديثة يمكن تكبير الحدود بسهولة في وقت مناسب. وهناك فيديوهات لفئة ماندلبروت على شبكة المعلومات الدولية جديرة بالبحث عنها.

ما مساحة الشكل ثنائي الأبعاد؟ لأن شكل فئة ماندلبروت يمكن أن يعرض في صورة، فإن مساحته ثابتة ومتناهية. قد لا يكون بالإمكان معرفة هذه المساحة، ولكننا نستطيع أن نقترب تمامًا من تقديرها الصحيح. في المقابل، لأن الحدود تنثني وتلتف إلى الأبد وتصبح أشد تركيبًا كلما نظرت أعمق وأعمق، فإنه يمكن إثبات أن الحدود لامتناهية. وهذا وضع مفارقي فيما يبدو، فالمساحة متناهية لكنها محاطة بحدود لامتناهية.

ويبيّن تركيب حدود فئة ماندلبروت أن مسألة ما إذا كان تكرار عدد مركب ما سوف يصل إلى اللاتناهي ليست سهلة. ذلك أن الإجابة عنها تتوقف على العديد من خانات زيادة العدد المركب. الواقع أنها تتوقف على كل خاناته اللامتناهية. وعلى نحو مشابه، حين يكون لدينا أي نسق شواشي، سوف نحتاج إلى معرفة الشروط البدئية بدقة متناهية كي نصدر تنبؤات معقولة. والكائنات البشرية عاجزة عن التعامل مع الدقة المتناهية.

ويرتبط هذا الارتهان الحساس للظروف البدئية بالظاهرة المثيرة التي يعنى البحاث في الوقت الراهن بدراستها. إنهم يتعاملون مع أنساق شواشية مركبة تختص بخصائص التنظيم الذاتي، والانبثاق، والتغذية الإرجاعية، وما إلى ذلك. وهذه الخصائص تجعل العالم مكان غاية في الإثارة.

وكجانب مثير يسلط الضوء على بعض هذه الخصائص، دعونا نعتبر عملية مركبة تسمى (تشكيل الصور (mothogenesis) (من الكلمة اليونانية التي تعني «صورة» والكلمة اليونانية التي تعني «خلق»). هذه عملية تحشد ببيولوجيا تطورية تتعامل مع الكيفية التي تتخذ بها الكائنات العضوية شكلًا. ومن أوائل الذين درسوا هذا الموضوع بأسلوب جاد عالم الحاسوب آلن تورينغ، الذي قابلناه في الفصل السابق. اعتبر بويضة مخصبة ذات خلية واحدة. عبر عملية الانقسام الفتيلي، تنقسم البويضة إلى خليتين، لكل خلية نسخة مطابقة من الدنا نفسه. تستمر عملية الانقسام إلى أربع، ثمان، ست عشرة، إلخ. خلية. وباستمرار هذه العملية يحدث شيء محير. بعض الخلايا تصبح خلايا جلدية، وبعض آخر منها تصبح خلايا عظمية. بعض الخلايات تشكل الجهاز العصبي، فيما يصبح بعض آخر منها عضلات المعدة. والسؤال هو، كيف تعرف كل خلية ما سوف تكون؟ لماذا محتّم أن تصبح خلية ما جزءًا من ظفر، في حين تصبح خلية أخرى جزءًا من الدماغ؟ ففي النهاية، لديها جميعها الدنا نفسه تمامًا. هذا شبيه بتسليم مخطط كامل لمبنى ما لعمال بناء أثناء دخولهم موقع المبنى دون إخبارهم إلى أين يذهبون أو أي جزء يجب عليهم العمل فيه. ومع ذلك فإن المبنى يشيَّد! البويضة المخصبة تصبح كائنًا عضويًا كاملًا بعديد الأجزاء المختلفة. كيف تنظم الخلايا نفسها؟ إذا كانت كل الخلايا متماثلة، فلماذا يصبح القلب في الجزء الأيسر من الجسم؟ وقد استطاع تورينغ أن ينجز بعض التقدم في هذه المسائل عبر استحداث معادلات تبين الكيفية التي تعمل بها أجزاء العملية. (وقد قام بذلك قبل أن يقوم واتسون وكرك بوصف الدنا. لقد

كان عبقريًا حقيقة!) تميّز الخلايا نفسها عبر موضعها النسبي ضمن الكائن العضوي متعدد الخلايا. وهي تميّز نفسها أيضًا بموضوعها بالنسبة إلى خارج هذا الكائن. وبمواصلتها تمييز نفسها، تؤثر في الخلايا الأخرى. هذا نوع من آليات التغذية الإرجاعية. وهو يمثل حساسية مفرطة لموضع كل خلية ضمن الكتلة متعددة الخلايا. ويحدد الموضع نوع الخلية التي سوف تكون، ومن بيضة مخصبة ذات خلية واحدة، تنبثق حياة متعددة الخلايا.

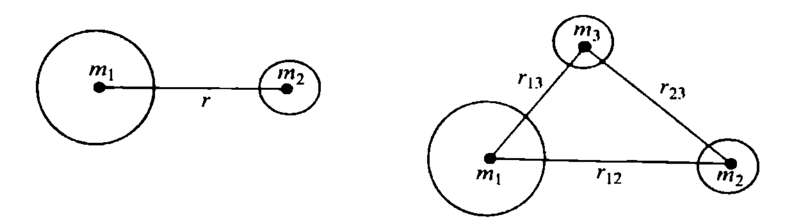
ثمة أنساق حتمية وغير قابلة للتنبؤ بطريقة خاصة. حتميتها أقل وضوحًا من حتمية الأنساق التي ناقشنا. ومن بين أمثلة مثل هذه الأنساق مسألة الأجسام الثلاثة.

لنبدأ بتاريخ موجز. علّمنا نيوتن الكيفية التي يتآثر بها جسمان مادّيان. وقد أعدّ صيغة صغيرة رائعة تحدد معظم الحركة التي نرى في العالم. المعادلة،

$$F = G (m1\ m2/ r^2)$$

تسري على حركة الكواكب والشمس، كما تسري على تفاحة تقع على الأرض. تفصيلًا، تتوقف القوة (F) بين جسمين على كتلة أحد الجسمين (m1)، وكتلة الجسم الآخر (m2)، ومربع المسافة الفاصلة بينهما (r). G ببساطة عدد ثابت وظيفته تنظيم كل الحركات.

يتضح أن هناك رغبة في تعميم هذه المعادلة بحيث تسري على ثلاثة أجسام. بتعبير آخر، بودّنا الحصول على معادلة تنطبق على ثلاثة أجسام وعلى القوى العاملة عليها، كما هو مبيّن في الشكل 7.4. نتصور أن هذه المعادلة تشمل ثلاثة متغيرات، m1, m2, m3 تمثل ثلاث كتل. سوف تكون هناك أيضًا متغيرات للمسافة الفاصلة بين الجسمين الأول والثاني (r12، فضلًا عن المسافتين الأخريين (r13, r23). وتعرف مسألة تحديد كيفية تفاعل ثلاثة أجسام بـ مسألة الأجسام الثلاثة.



الشكل 7.4: مسألة الجسمين ومسألة الأجسام الثلاثة

مسألة الأجسام الثلاثة وتعميمها، مسألة الأجسام ن، ليست مسألة مجردة لعلماء الفيزياء شاردي الأذهان، بل تثار طيلة الوقت. الأرض تمسك بك لأنك والأرض جسمان يمتثلان لمعادلة نيوتن الجميلة. ما الذي يحدث لو كان هناك قلمًا بجانبك؟ سوف ينجذب القلم نحو الأرض (أطلق سراحه وسوف يسقط عليها)، وهناك جذب خفي إلى حد كبير بينك وبين القلم. هل ثمة معادلة بسيطة تخبرك عن الكيفية التي تتحرك بها هذه الأجسام الثلاثة؟

في نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين، أثبت إرنست هنرتش برنز (1848-1919) وهنري بوانكريه أنه ليست هناك معادلة بسيطة تحل مسألة الأجسام الثلاثة، بمعنى أنها تتألف من العمليات العادية، في مقابل المجاميع والأعداد اللامتناهية. باختصار، أثبتا أن مسألة الأجسام الثلاثة غير قابلة للحلّ. وهذا يعني أن العلاقة المركبة بينك، وبين القلم، وبين الأرض تتجاوز حدود العلم.

يمكن أيضًا تبيان أن مسألة الأجسام الثلاثة شواشية – أي أنها حساسة بشكل متطرف للظروف البدئية. غير أن مثل هذا النسق الشواشي يختص بخاصية مختلفة بعض الشيء عن الأنساق التي ناقشنا في بداية هذا الفصل. نعم، مسألة الأجسام الثلاثة حتمية بمعنى أن مكونات النسق تتبع قواعد بعينها. وخلافًا لتشكل الطقس عند لورنز، التي يمكن أن نؤمّن لها بسهولة معادلات صغيرة تصف الحركة، ليست هناك معادلات أنيقة لمسألة الأجسام الثلاثة. يمتثل النسق لقواعد ثابتة، لكننا لا نستطيع وصف هذه القواعد بسهولة. هذه خطوة أخرى نبتعد بها عن حلم نيوتن. مثل هذه الأنساق تتجاوز بمسافة أبعد حدود القابلية للتنبؤ وحدود العقل.

دعونا نعاين مثلًا لتبيان أن العجز عن حل مسألة الأجسام الثلاثة متعلق بعالمنا. اعتبره الأرض وجاريها الأكبر، الشمس والقمر. باستخدام ملاحظات ومعادلات نيوتن الخاصة بجسمين، خلص علماء الفيزياء إلى أن الأرض تدور دورة كاملة حول الشمس كل 365,2421897 يومًا. قد يقول قائل إنه من غير المناسب استخدام معادلة نيوتن الخاصة بجسمين لأن القمر يقوم هو الآخر بدور في هذه الدراما. الواقع أن للقمر أثرًا على الأرض: المد والجزء يتأثران به. ولكن لأن الشمس أكبر بكثير من القمر، وأثرها على الأرض عظيم مقارنة بأثر القمر، لنا أن نتغاضى عن دور القمر حين نحسب طول السنة.

قارن هذا بحساب الشهر القمري. إذا بحثت في الفترة التي يستغرقها القمر في الدوران حول الأرض سوف تجد جملًا من قبيل «المتوسط التقريبي لطول الشهر القمري هو 29,53 يومًا». ما الذي يعنيه «المتوسط التقريبي للطول»؟ هل هناك من يستطيع أن يحدد بدقة الفترة التي يستغرقها القمر في الدوران حول الأرض؟ الإجابة هي لا! ثمة جسمان يجذبان القمر: الأرض والشمس، وعلى الرغم من الأرض أصغر من الشمس، ولأن الأرض أقرب للقمر من الشمس، فإنه لا سبيل للتغاضي عن تأثير الأرض. وهذا يجعل مسألة تحديد مسار القمر مسألة أجسام ثلاثة. ومثل هذه المسائل غير قابلة للحلّ وليس هناك ما يمكن عمله إزاء هذه الحقيقة. الراهن أن الشهر القمري قد يكون أطول أو أقصر بـ 15ساعة من 29,53. ولأن المتوسط لا يمكن حسابه بدقة، فإنه يقارب بمتابعة الفترات التي استغرقها القمر في دورته في عدة شهور وحساب متوسط طول الشهر. وكان رجال الدين الهندوس قد احتفظوا بسجلات لهذه الحسابات لفترة تصل إلى ثلاثة آلاف سنة ورصدوا متوسطًا دقيقًا إلى حد كبير. مؤدى الفكرة ببساطة هو أن مسألة طول القمر الشهري البسيطة مسألة غير قابلة للحلّ لأن مسألة الأجسام الثلاثة غير قابلة للحلّ.

وتجدر ملاحظة أن علماء الرياضيات الحديثين نجحوا جزئيًا في حل مسألة الأجسام الثلاثة وحتى في حل مسألة صيغتها المعممة، مسألة الأجسام الـ ن. فبالتأسيس على أعمال سابقة قام بها الرياضي الفنلندي كارل سندمان (1873-1949)، صاغ دونلاد ج. ساري، وكويدونغ (دون) وانغ، وزهيهونغ (جف) كسيا معادلات تصف أنساقًا ثلاثية. غير أن هذه المعادلات غاية في التركيب ولا تتألف من عدد متناه من العمليات البسيطة. حتى

الحلول الجزئية تتطلب قدرًا كبيرًا بشكل غير معقول من الحساب. ولهذا فإنه على الرغم من وجود معادلات، فإنه لا جدوى منها أساسًا في التنبؤات طويلة الأمد.

الميكانيكا الإحصائية مجال مهم في الفيزياء يصف أنساقًا حتمية غير قابلة للتنبؤ. يتعامل هذا الفرع من الفيزياء مع ظواهر على شاكلة الحرارة، والطاقة، وانسياب المياه، وأنساق أخرى تتألف من عدد هائل من المكونات. ويمتثل كل مكون من مكونات هذه الأنساق لقوانين حتمية، لكن الأنساق غير قابلة للتنبؤ كما هو حال الأنساق الشواشية. في الميكانيكا الإحصائية لا يرجع العجز عن التنبؤ إلى الارتهان الحساس للظروف البدئية فحسب بل يرجع أيضًا إلى العدد الهائل من المكونات التي يتألف منها النسق. لا سبيل لمتابعة جزيئات الماء في كوب شاي. وسواء كنا نتعامل مع ذرات هواء ساخن في محرك احتراق أم جزيئات ماء تصطدم بلقاح في قارورة، فإن عدد المكونات التي يلزمنا متابعتها كي نصدر تنبؤات دقيقة يتجاوز قدرتنا. وللتعامل مع مثل هذه الأطقم الضخمة، يلزم علماء الفيزياء صياغة قوانينهم لهذه الأنساق بلغة احتمالية. بمثل هذه القوانين أصبحوا مهرة بشكل مدهش في التنبؤ بظواهر كبرى تتعلق بأطقم العناصر هذه. وتتطابق هذه القوانين الإحصائية مع الملاحظات التجريبية. ويجب أن نؤكد أن كل مكون في النسق يمتثل لقوانين حتمية. كل ذرة تتحرك بالطرق التي يفترض أن تتحرك بها، مثل كرات البلياردو على طاولة بلياردو. كل جزيء ماء يصطدم باللقاح بطريقة حتمية. ولكن لأن هناك عددًا كبيرًا من مثل هذه الذرات والجزيئات، ولأنه يستحيل علينا أن نعرف موضع كل منها، يلزم أن تصاغ القوانين في شكل احتمالات. وكما سبق أن قلنا، عدم القابلية للتنبؤ أو العشوائية البادية مجرد نتيجة ذاتية لعوز المعلومات. إنها تعبير عن قصور معارفنا.

ركّزت في هذا الجزء على العوائق العملية التي تواجه التنبؤ بمستقبل أنساق بعينها: ببساطة ليس هناك سبيل لأن نعرف (بدقة كافية) الشروط البدئية لكل مكونات أنساق بعينها بما يمكّننا من القيام بحسابات صحيحة للمستقبل. هناك قدر أكبر مما يجب من المعلومات التي تلزم معرفتها. غير أن هناك أحجية صغيرة ومثيرة تبين الاستحالة المنطقية الكامنة في التنبؤ بشكل دقيق بالمستقبل. والأحجية تنويعة في صديق قديم مألوف: مفارقة الإحالة الذاتية.

تخيّل للحظة أننا قادرون على التنبؤ بدقة بالمستقبل. مؤدى أبسط صياغة لهذه الحجة هو أن نبرمج حاسوبين لديهما هذه القدرة. سمّ أحد الحاسوبين «محاك» والآخر «مضاد». كلاهما سوف يطبع الكلمة صادق أو كاذب. سوف يتنبأ الحاسوب «محاك» بما سوف يطبع «مضاد» في وقت محدد في المستقبل ويطبع الشيء نفسه. في المقابل، سوف يتنبأ الحاسوب «مضاد» بما سوف يقوم به «محاك» في وقت محدد في المستقبل ويطبع عكسه[1]. إذا طبع «محاك» صادق، سوف يطبع «مضاد» كاذب. سوف يلحظ القارئ الفطن أن هذا مجرد صياغة بسيطة لمفارقة الكاذب التي قابلنا في الفصل 2:

ك2: ك3 كاذب.

ك3: ك2 صادق.

وعلى المنوال نفسه، نستطيع صياغة الحجة نفسها بحاسوب واحد. برمج حاسوبًا بحيث يتنبأ بما سوف يقوم به في وقت محدد في المستقبل واجعله يقوم بالعكس. بتعبير آخر، سوف يخالف الحاسوب تنبؤه. ولأن مثل هذا الحاسوب سوف يسبب تناقضًا، فإنه يستحيل وجوده.

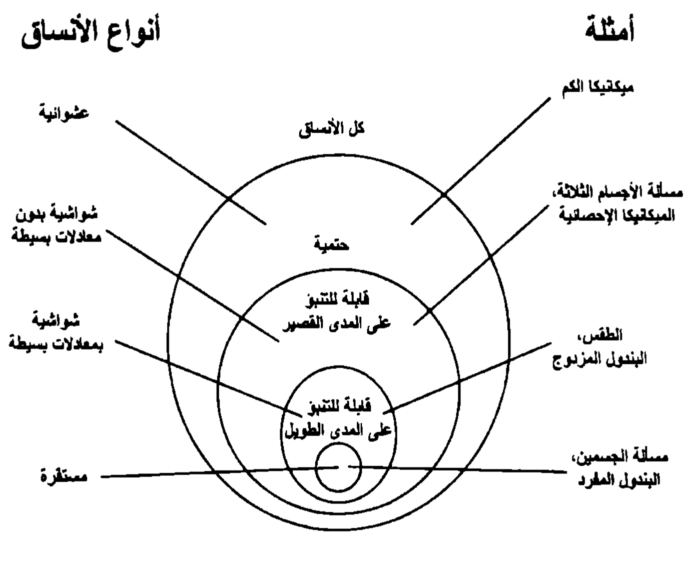
هذه مجرد مفارقة مأزق التمساح التي نجدها في الفلسفة اليونانية القديمة.[2] يسرق التمساح طفلاً فتتوسل أمه أن يعيد إليها قرّة عينها. يردّ التمساح بقوله «سوف أعيد لك طفلك إذا وفقط إذا خمنت بشكل صحيح ما إذا كنت سوف أعيده إليك». بذكاء ترد الأم بأنه لن يعيده إليها. ما الذي سوف يقوم به التمساح لو أنه برّ بوعده؟

رأينا في الجزء 3،2 أن العقل لا يسمح لنا بتغيير الماضي. وهنا رأينا أن العقل يحول دون درايتنا بالمستقبل.

دعونا نلخّص أنواع الأنساق المادّية التي ناقشنا. عندنا، الجانب الأهم في النسق هو قدر المعرفة البشرية التي نستطيع الحصول عليه بخصوص هذا النسق. يمثل الشكل 7،5 تراتبية تقريبية لمثل هذه الأنساق وأمثلة سبق لنا ذكرها.

(1) ثمة صعوبة نواجهها حين نتعامل مع الوقت والتزامن الدقيقين.

(2) من بين أقدم المصادر فيما يبدو لوشيان ساموساتا (125-180 ب.م) في كتابه مزاد الحيوات (*The Sale of Lives*). وتحت مدخل *crocodilite* يقول إن مصدرها هو مصر القديمة. لمزيد من المصادر انظر:
Von Prantle, 1855, 493.



الشكل 7.5: الأنساق المادّية

لنبدأ بأصغر دائرة. هذه هي الأنساق الحتمية التي نعرفها أكثر من غيرها ويمكننا التنبؤ بخصوصها بسهولة. إنها أنساق مستقرة. وكما سبق أن أوضحنا، مسألة البندول المفرد العادي، ومسألة الجسمين اللتان يمكن أن تحلا بمعادلات نيوتن البسيطة مثلان على مثل هذه الأنساق. في المستوى التالي نجد الأنساق الشواشية، وهي موضع تركيز هذا الجزء. هذه أنساق حتمية هي الأخرى، غير أنه لا سبيل للتنبؤات طويلة الأمد، لأنها حساسة بشكل مفرط للظروف البدئية. الطقس والبندول المزدوج مثلان عليها من عديد الأمثلة التي ناقشنا. وأبعد من حيث القابلية للتنبؤ نجد الأنساق الشواشية التي لا توجد معادلات بسيطة تصف سلوك النسق قصير الأمد. تظل هذه الأنساق حتمية، ولكن بسبب تركيبها و/أو حقيقة أنها تتألف من عدد هائل من المكونات، لا سبيل لوصفها بمعادلات بسيطة. من الأمثلة الأساسية على مثل هذه الأنساق مسألة الأجسام الثلاثة والأنساق التي تصفها الميكانيكا الإحصائية. وأخيرًا، خارج نطاق الحتمية، نجد الأنساق العشوائية. لا توجد هنا معادلات تحدد مستقبل النسق ولا معادلات تتنبأ

بسلوك النسق قصير الأمد. المثل المعروف الوحيد[1] على مثل هذا السلوك العشوائي هو ميكانيكا الكم، الذي نناقشه في الجزء التالي.

أختتم بتأمّل بسيط في عدد الظواهر المادّية التي يمكن والتي لا يمكن للعلم أن يفسّرها أو يتنبأ بها.[2] بمعنى ما، اللغة، سواء كانت منطوقة أم مكتوبة، طبيعية أم معادلات دقيقة، لامتناهية عدودة. ليست هناك أطول كلمة، ولا أطول رواية، لأنه لا حد للمعادلات الأطول، وهكذا. وهذا ما يجعل اللغة لامتناهية. غير أنه يمكن جعلها ألفبائية أو معدودة، ما يجعل اللغة لامتناهية عدودة. وفي مقابل اللغة، التي يمكن أن تُستخدم في وصف الظواهر والتنبؤ بها، دعونا نعاين ما هو موجود حقيقة «هناك». من الوجيه أن نقول إن هناك عددًا لامتناهيًا لاعدودًا من الظواهر التي يمكن أن تحدث[3]. إنني أقول هذا دون إثبات لأنني لا أستطيع تكميم الظواهر. تكميم الظواهر يتطلب وصفها وأنا لا أستطيع وصفها دون لغة. ولهذا قد يكون هناك عدد لامتناه لاعدود من الظواهر ولا يوجد سوى فئة جزئية لامتناهية عدودة يصفها العلم. وهذا قيد نهائي، لاعلمي (يلزم العلم أن يكون ضمن حدود اللغة) على قدرة العلم. هنا يجب علينا أن نلتزم حرفيًا بقالة فتغنشتاين: «ما لا نستطيع الكلام فيه يلزمنا السكوت عنه»[4].

(1) يجب أن نلاحظ أنه تحديدًا لأن ميكانيكا الكم هي النسق **الوحيد** المعروف الذي يبدو عشوائيًا، هناك علماء فيزياء يرون أنه لا مناص من أن يكون هذا النسق هو الآخر حتميًا. وكما سوف نرى، يعتقد مثل هؤلاء البحاث أنه على الرغم من أنه يبدو عشوائيًا، ثمة متغيرات خفيّة تحدد سلوك النسق. والحال أن البعض يؤمن صيغًا (ليست بسيطة) تؤسس عليها تنبؤات حول ميكانيكا الكم. وعلى الرغم من أنه من ضمن هؤلاء البحاث أشباه ديفيد بوم وآلبرت أينشتاين، فإنهم لا يعدون جزءًا من علماء الفيزياء الحديثة الذين يرون أن ميكانيكا الكم عشوائية بالفعل. إذا كانت هناك بالفعل متغيرات خفيّة في ميكانيكا الكم، فإن كل الأنساق الفيزيائية المعروفة حتمية.
غير أن للقصة جانبًا آخر. في حين أتبنى المقاربة المعتادة في عرض أنساق فيزيائية إلى جانب ميكانيكا الكم على أنها حتمية، فإن في هذا بعض الخطر. كل قوانين الفيزياء بقدر ما غير تكون تامة، تكون لاحتمية. قوانين الكهرباء مؤسسة على الكهروغناطيسية الكمومية، التي هي نسق كمومي ومن ثم لاحتمي. قوانين ديناميكا الموائع مؤسسة على ميكانيكا الكم والميكانيكا الإحصائية. ولهذا فإنها لاحتمية هي الأخرى. الجاذبية، والميكانيكا الكلاسية، والنسبية العامة، قد تبدو حتمية، لكنها ليست في حقيقة الأمر قوانين حقيقية لأنها لا تأخذ ميكانيكا الكم في حسبانها. مثل هذه القوانين ليست تامة. وحين يقوم العلماء في النهاية بصياغة الجاذبية الكمومية، سوف تأخذ ميكانيكا الكم في اعتبارها وتكون لاحتمية.

(2) هذا شبيه بالنقاش حول قابلية المسائل الحاسوبية للحلّ في نهاية الجزء 6.3. وسوف نقابل حججًا مماثلة حول الرياضيات في الجزئين 9.1 و 9.4.

(3) في الفصل 5 من كتاب Rescher (2009) عدة إثباتات على أن «عدد الوقائع يتجاوز عدد الحقائق». ويقول ريشر أيضا إن هذا التفاوت بين ما يمكن أن يعبّر عنه وما يوجد بالفعل إنما يبين أن الاسمية باطلة. غير أننا لا نذهب إلى هذا الحد.

(4) يقول غوته (1749-1832) بلغة شعرية: «دعونا نحاول سبر أغوار الأشياء القابلة لأن يسبر غورها ونحتفظ بتلك الأشياء غير القابلة لأن يسبر غورها موقّرة بسلام».

7.2 ميكانيكا الكم

لعل ميكانيكا الكم أعظم تطور في الفيزياء. باستثناء الجاذبية، تصف هذه النظرية كل الظواهر. جميع الظواهر، من التآثرات التي تحدث في الذرة إلى ما تقوم به الشمس، تمتثل لقوانين ميكانيكا الكم. غير أن ميكانيكا الكم علمتنا أيضًا أن لدينا قيدًا صارمًا حين يتعلق الأمر بفهم الكيفية التي تسلك بها الجسيمات في الكون. إنها غامضة بشكل متطرف وهي تتحدى محاولاتنا فهمها.

في هذا الجزء، أناقش بعض أسس ميكانيكا الكم وأبيّن أن الكون مكان غاية في الغرابة. سوف نقف هنا على أفكار ومفاهيم مخالفة للبداهة وسوف تسبب لك الإزعاج لذهنك! غير أنها صحيحة. من المهم أن نلحظ أن ميكانيكا الكم ليست مقاربة لنظرية. إنها أكثر العلوم التي نعرف دقة. ولا سبيل للخلاص من الغرابة التي أصف. ومهما كانت غرابة النتائج، يلزم قبولها بوصفها علمًا وليس بوصفها خيالًا علميًا.

وعلى الرغم من أن هناك أجزاء مختلفة، وغريبة، ومخالفة للبداهة في ميكانيكا الكم، سوف أبيّن أن الملامح الأكثر غرابة يمكن فهمها بوصفها نتائج لفكرة بدهية:

مصادرة الكلية: ناتج التجربة يتوقف على مجمل طريقة تنظيمها.

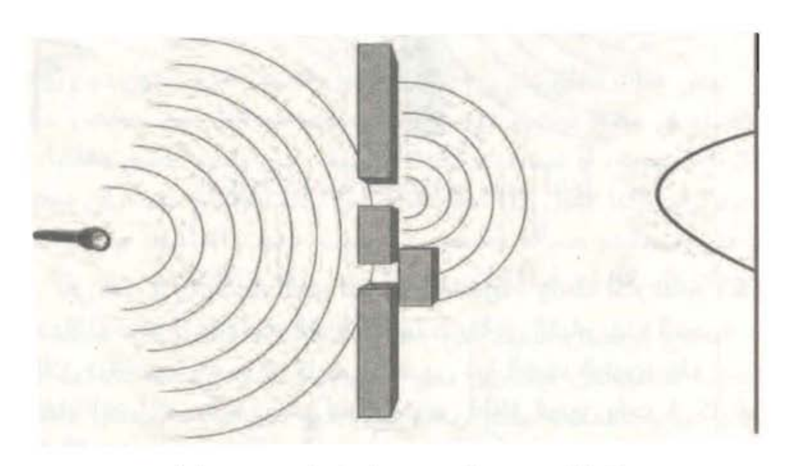
هذا وجيه. ففي النهاية، من المتوقع أن تفضي التجارب المختلفة إلى نتاجات مختلفة. وغير المتوقع هو الارتهان لمجمل التجربة في مقابل الارتهان لجزء منها. إنني أؤكد كلمة مجمل لأنه يمكن فهم معظم الجوانب الغريبة في ميكانيكا الكم، كما سوف نرى، على أنها نتيجة بسيطة لما نعنيه بهذه الكلمة. سوف أعود إلى هذه المصادرة المرة تلو الأخرى في مختلف أقسام هذا الجزء.

وبدلًا من الخوض في تفاصيل ميكانيكا الكم الدقيقة، سوف أناقش عدة تجارب وأوضح ما تخبرنا به عن العالم. ومبرر التوكيد على التجارب الفيزيائية هو رغبتنا في توكيد أن هذا ليس مجرد تنظير غريب. إننا نتحدث هنا عن العالم الواقعي.

نهاية المحدد بشكل جيد: التراكب

تسمى أول التجارب بتجربة الفرجتين. في نقاشه لهذه التجربة،

يستخدم رتشارد فينمان (1918-1988) أسلوبًا حماسيًا: «نختار فحص ظاهرة يستحيل، بالمطلق، تفسيرها بأسلوب كلاسي، وفيها يكمن لب ميكانيكا الكم. الواقع أنها تشمل الغموض الوحيد. لن نستطيع تبديد الغموض عبر «تفسير» الطريقة التي يعمل بها، بل سوف نكتفي بإخبارك عن الطريقة التي يعمل بها»[1]. وكان تومس ينغ (1773-1829) أول من قام بهذه التجربة، في بداية القرن التاسع عشر. تخيّل حاجزًا به فرجتان يمكننا رؤيتهما من مكان مرتفع، كما هو مبيّن في الشكلين 7.6 و7.7. في الشكل الأول نغلق إحدى الفرجتين ونسلط ضوءًا على الحاجز. وكما هو متوقع، سوف يمر الضوء عبر الفرجة ويشعّ على الشاشة الموجودة في اليمين. سوف يكون الضوء مكثفًا مباشرة قرب الفرجة المفتوحة وأقل كثافة بعيدًا عنها. وهذا ما يصوره المنحنى الموجود على اليمين في الشكل 7.6.

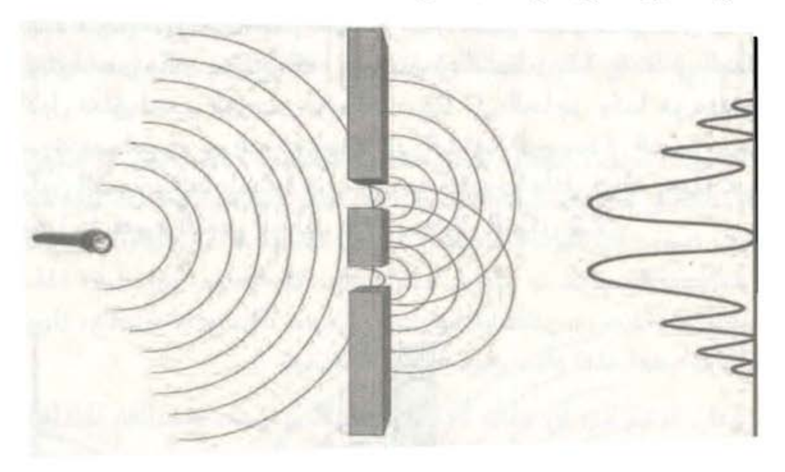


الشكل 7.6: يمر الضوء عبر فرجة واحدة دون تداخل

حين نفتح الفرجة الثانية، يحدث شيء مثير. يعبر الضوء من الفرجتين، ولكن بدلًا من النمط المتوقع، يظهر نمط تبادلي، حيث يسطع ضوء كثيف في بعض المناطق، ويختفي الضوء من مناطق أخرى، كما هو مبيّن في الشكل 7.7. السبب في نمط هذا الضوء الغريب هو أن الضوء يسلك كموجة ذات قمم ومنخفضات. حين تقابل موجات قمم الضوء القادمة

(1) Feynman 1963, vol. 3, 1 -1.

من إحدى الفرجتين قمم موجة الضوء الأخرى، يتجمعان ويصبح الضوء كثيفًا. في المقابل، حين تقابل القمم منخفضات، تلغي كل موجة الموجة الأخرى ويختفي الضوء كليًا. وحين يحدث مثل هذا الإلغاء، نقول إن للضوء «أثر تدخل». وهذا شبيه بما يحدث للأمواج في بحيرة بعد إلقاء حصوات فيها. حتى الآن، لا إشكال.



الشكل 7.7: تجربة الفرجتين مع حدوث تداخل

نأتي الآن إلى الجانب المحير من هذه التجربة، ولعله أكثر نتائج العلم مدعاة للحيرة. لدى علماء الفيزياء دائمًا طريقة في القيام بهذه التجربة عبر إطلاق ذرة ضوء واحدة في كل مرة. تسمى ذرة الضوء فوتون، وقد أصبح علماء الفيزياء مهرة بما يكفي لتمكنهم من إطلاق فوتون واحد في كل مرة عبر الفرجتين. بعد إطلاق الفوتون، يمر عبر الحاجز، ويصطدم بالجدار الأيمن، ويحدث ضوءًا خفيفًا. بمقدورهم القيام بهذه التجربة ملايين المرات وفحص النمط الذي تحدثه الفوتونات على الجانب الأيمن. الملمح اللافت هو أنه يظل هناك نمط تداخل. أي أن العديد من الفوتونات يهبط على المكان الذي كانت فيه كثافة الضوء عالية، فيما يهبط عدد قليل من الفوتونات على المكان الذي كانت فيه كثافة الضوء منخفضة، ولا يهبط أي منها في المكان الذي حدث فيه تداخل. أنّى لهذا أن يكون؟ حين يكون لدينا عديد الفوتونات، نستطيع أن نقول إن الفوتونات تتداخل مع بعضها البعض كما تتداخل الأمواج في بحيرة. ولكن حين يطلَق كل فوتون على حدة، ما الذي

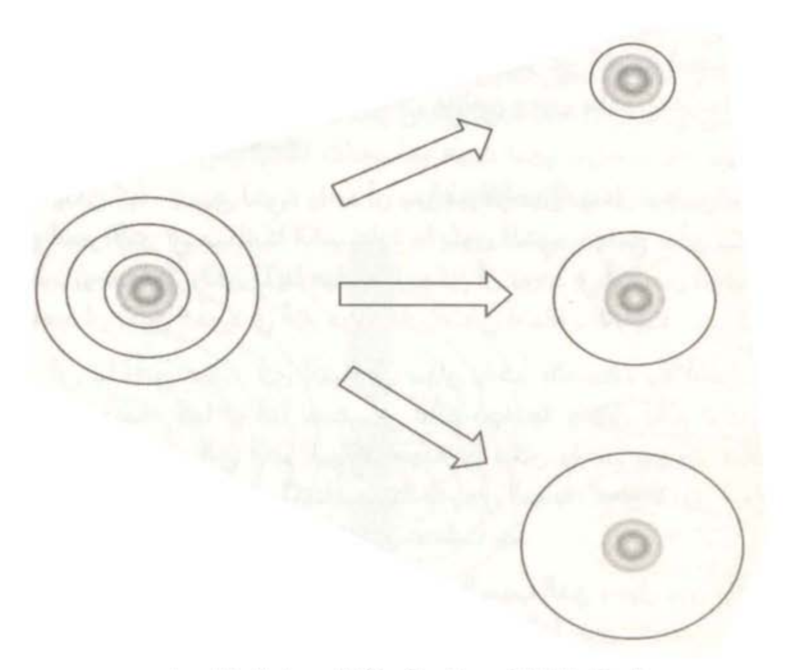
يمكن لفوتون مفرد أن يتداخل معه بحيث يشكل هذا النمط؟ الإجابة هي أن الفوتون المفرد يتداخل مع نفسه. إنه لا يمرّ عبر الفرجة العلوية أو الفرجة السفلية، بل يمر عبرهما بشكل متزامن وحين يظهر (بمفرده) عبر الفرجتين يتداخل مع نفسه.

ولكن كيف يتسنى لشيء واحد أن يمر عبر فرجتين بشكل متزامن؟ هذا هو السر الأكبر في ميكانيكا الكم. عادة ما يكون للشيء موضع - أي مكان مفرد يوجد فيه. ولكن لدينا هنا شيئًا يمكن أن يوجد في أكثر من موضع. ظاهرة أن يكون الشيء في أكثر من مكان تسمى أحيانًا بـ **التراكب**.

أنى ما أفتح عيني، أرى أشياء في مكان واحد بالضبط، ولا أراها في أماكن عديدة، كما لو أننا نعيش في عالم موضعة وليس عالم تراكب. شاشة الحاسوب التي أنظر إليها موجودة في مكأن واحد. غير أن هناك تراكبًا. قد لا نرى التراكب، لكننا نرى نتائجه. وفي النهاية، نحن لا نرى الريح لكننا نرى الأشجار حركة الأشجار التي عصفت بها.

ليس هناك اتفاق عام بين البُحاث حول السبب الذي يحول دون رؤيتنا الأشياء في وضع تراكب. كل ما هو معروف هو أننا حين نفحص نتائج تجربة كمومية، أو نستخدم اللغة المناسبة، حين يكون النسق **مقاسًا**، لا نعود نرى تراكبًا. نقول إن النسق انحلّ من تراكب أوضاع عديدة إلى موضع واحد. وتستفسر **مسألة القياس** عن سبب حدوث التراكب، وهي واحدة من أكثر المسائل تعرضًا للنقاش في فلسفة ميكانيكا الكم.

نحتاج إلى مثل بسيط على مثل هذا التراكب والانحلال. تعلّمنا في المدرسة الثانوية أن الإلكترون يدور حول نواة الذرة في أحد أفلاكها. هذا ليس صحيحا تمامًا. الواقع أن الإلكترون يدور حول نواة تراكب كل أفلاكها. ويسمى مثل هذا التراكب «سحابة احتمالية». مثل السحابة، يعوز التراكب إلى حد ما الشكل المنتظم. فقط حين نقيس موضع الإلكترون ينحلّ إلى مستوى بعينه، كما هو مصور في الشكل 7.8.



الشكل 7.8: إلكترون في تراكب أفلاك ينحل إلى فلك واحد

ومفهوم التراكب هذا هو الفكرة الأساسية في ميكانيكا الكم. سوف يكون شاغلًا محوريًا في بقية هذا الجزء. وموضع الإلكترون ليس الخاصية الوحيدة التي تتعرض لمثل هذا الجنون. ثمة خصائص كثيرة أخرى في عالم الكم، مثل الطاقة، وكمية الحركة، والتسارع، لديها قيم متزامنة كثيرة تنحل إلى قيمة واحدة حين تقاس. وبالنسبة لكل خصائص الأنساق الكمومية المختلفة هذه، التراكب هو القاعدة، إلى أن يقاس النسق.

وقبل أن نترك تجربة الفرجتين، دعونا نعد صياغة التجربة بطريقة مختلفة بعض الشيء. يغادر الفوتون مصدر الضوء، ووفقًا على ما إذا كان في الحاَجز فرجة أو فرجتان، سوف يتخذ الفوتون موضعًا أو تراكبًا. إذا كانت هناك فرجة واحدة مفتوحة، سوف يظل فوتونًا مفردًا. أما إذا كانت الفرجتان مفتوحتين، فإن الفوتون يكون في حال تراكب. كيف «يعرف «الفوتون» ما يلزمه فعله حين يغادر مصدره؟ هل يجب عليه أن يظل فوتونًا واحدًا أو يصبح في حال تراكب؟ يمكن رؤية الإجابة من منظور «مصادرة

الكلية»، أن الناتج (بصرف النظر عما إذا كان هناك تداخل) يتوقف على طريقة تنظيم مجمل التجربة. يتوقف ناتج التجربة على ما إذا كانت الفرجة الثانية مفتوحة. غير أن هذا لا ينقص من الغموض شيئًا. ففي النهاية، كيف يتسنى للفوتون أن «يعرف» طريقة تنظيم مجمل التجربة حين يغادر مصدره. قد تكون هناك مسافة بالفعل بين مصدر الفوتونات والفرجتين. ليست هناك إجابة حقيقية تبدد هذا الغموض.

نهاية الحتمية: انحلال تراكب

رأينا أن الشيء يكون في حالة تراكب إلى أن يقاس، وحين يقاس ينحلّ إلى موضع مفرد. والسؤال الواضح هو: أي المواضع الممكنة ينحلّ إليها التراكب المقاس. يخبرنا علماء الفيزياء بأن الأمر هنا عشوائي، ليس هناك قانون حتمي يحدد بدقة الموضع الذي سوف ينحلّ إليه الشيء. القوانين التي تخبرنا عن الكيفية التي سوف ينحلّ بها الجسيم قوانين احتمالية، أي أنها تقول إن هناك احتمالًا في أن ينحلّ بهذه الطريقة واحتمالًا في أن ينحلّ بطريقة أخرى. مثل هذا، ووفق الشكل 7.8، قد يقول قانون في ميكانيكا الكم إن هناك احتمال قدره 11.83٪ أن ينحلّ الإلكترون إلى الفلك الخارجي، واحتمال قدره 47.929٪ أن ينحلّ إلى الفلك الأوسط، واحتمال قدره 40.241٪ أن ينحلّ إلى الفلك الداخلي. غير أنه لا سبيل لتحديد ما سوف يقوم به الإلكترون بالفعل.

بتفصيل أكثر قليلًا، يوصف التراكب بأنه مواضع ممكنة عديدة للنسق. ويشار إلى المواضع المختلفة بأعداد مركبة – أي أن لكل موضع عدد مركب يرتبط به. وحين ينحلّ التراكب، يحدد هذا العدد المركب احتمال أن ينحلّ إلى موضع بعينه.

حقيقة أن القوانين تحكمها احتمالات لا تعني أن ميكانيكا الكم تعد بشكل ما تقريبًا لنظرية واقعية. على العكس من ذلك، فميكانيكا الكم أكثر نظرياتنا الفيزيائية دقة. وتبيّن الشواهد التجريبية أن تنبؤاتنا صحيحة إلى درجة العديد من الخانات الرقمية. ويلزم أن نلحظ أن تنبؤات ميكانيكا الكم تتعلق بجسيمات دون-ذرية، وأن التجارب تجرى على عدد هائل من مثل هذه الأشياء دون-الذرية. ولهذا فإننا لا نعرف ما سوف يقوم به كل جسيم، لكننا نعرف ما سوف تقوم به تشكيلة كبيرة من الجسيمات.

ويجب أن نعقد تمييزًا بين قوانين ميكانيكا الكم وقوانين الأنساق الشواشية التي وقفنا عليها في الجزء الأخير. إننا نعرف من نظرية الشواش بخصوص بعض العمليات الحتمية غير القابلة للتنبؤ. أما هنا فليست لدينا عمليات حتمية ولا قابلة للتنبؤ. وإذا لم تكن هناك قوانين دقيقة تصف سلوك كل أجـزاء النسق، فبالتوكيد لا نستطيع التنبؤ بنهاية مطافها. ثمة فرق بين أن تكون عاجزًا عن التنبؤ بمستقبل النسق طويل الأمد، وبين العجز عن التنبؤ بمستقبله قصير الأمد، فهذا أسوأ بكثير. إننا لا نستطيع أن نحدد ما سوف يقوم به شيء مفرد في النسق الكمومي على المدى القصير. وهذا ينقلنا خطوة أخرى خارج حدود العقل.

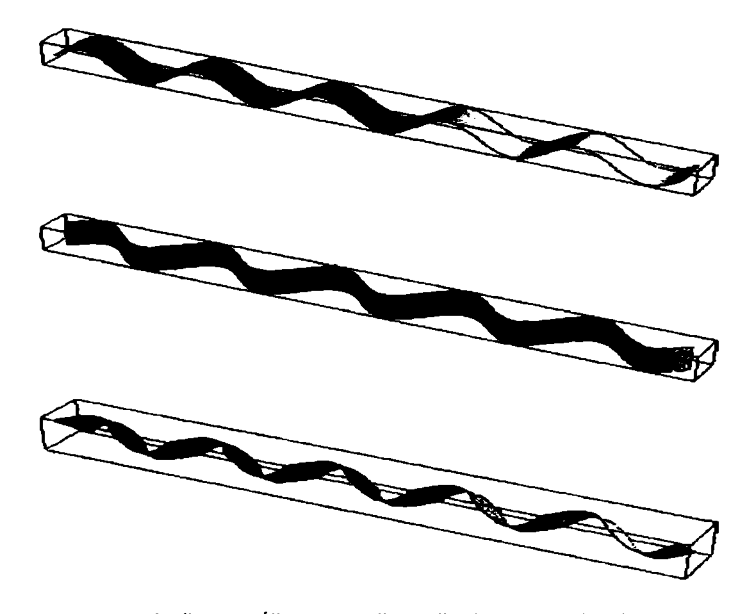
قد تساورك الشكوك في هذه المرحلة بخصوص عوز الحتمية. ففي النهاية، كل قوانين الفيزياء حتمية. لا بد أن هناك شيئًا يفتقده علماء الفيزياء يفسر عشوائية كل هـذا. غير أن مثل هـذا الشكوك لا تساورك وحدك. آلبرت أينشتاين، أحد أسلاف ميكانيكا الكم، لم يصدّق هو الآخر. وقد عبّر عن ريبته بالعبارة المفعمة بالحيوية «إن الله لا يلعب النرد بالكون». إنه لم يعتقد أن القوانين الأساسية في الفيزياء عشوائية. ويُفترض أن نيل بور قد ردّ على أينشتين بقوله «لا تخبر الله بما يجب أن يقوم به». الكون يعمل بالطريقة التي يعمل بها وليس ملزمًا بتحقيق أمانينا. وعلى الرغم من أننا قد نرغب في أن يكون أينشتاين محقًا، فإن معظم علماء الفيزياء المعاصرين يؤكدون لنا أن أينشتاين مخطئ وأن الكون في صميمه ليس حتميًا بل عشوائيًا.

وهناك من قبلوا تحدي أينشتاين وشرعوا في البحث عن قوانين حتمية بطريقة ما لميكانيكا الكم. إنهم يعتقدون أن القوانين تحكمها متغيرات خفيّة، بمعنى أن هناك متغيرات إضافية في النسق لا يمكن رؤيتها، وحين تؤخذ في الحسبان تصبح قوانين ميكانيكا الكم حتمية. هذا شبيه بالنسق الشواشي في العالم الكلاسي. اعتبر آلات اليانصيب التي تعمل بخلط كرات في جرة كبيرة. تُستخدم مثل هذه الآلات لأنه ليس هناك من سبيل للتنبؤ بأي الكرات سوف تَختار. ولكن على الرغم من أن الآلة غير قابلة للتنبؤ، فإن القوانين التي تصف ما يحدث في الآلة حتمية كليًا. كل كرة تتحرك في أرجاء الجرة تمتثل لقوانين حتمية ثابتة، ولكن عدد الأجزاء الفردية في النسق أكبر من أن يسمح بالتنبؤ. المواضع الدقيقة لكل كرة وكل جزيئات الهواء متغيرات خفيّة في هذه النسق. ويفترض بعض علماء الفيزياء أن لكيمياء

الكم متغيرات لا يمكن رؤيتها. ومثل هذه المتغيرات الخفيّة إمكانية، وإذا كانت فعلية فإن كل قوانين الكون حتمية. سوف أعود إلى إمكانية المتغيرات الخفيّة في نهاية هذا الجزء.

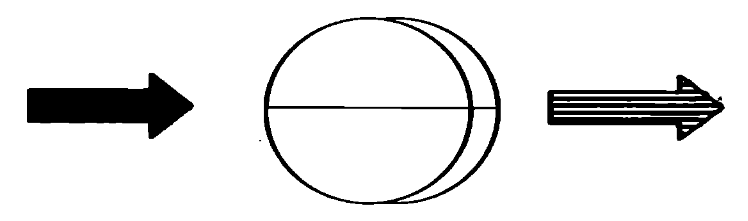
دعونا نعد إلى الانحلال من تراكب إلى وضع ما. ثمة تجربة سهلة يمكن أن توضح هذا الانحلال. نحتاج في البداية إلى خلفية بسيطة حول الضوء ومصفّيات الاستقطاب. لنا أن نعتبر الضوء موجة، يمكنها أن تتخذ أشكالًا مختلفة عديدة. اعتبر ثلاث موجات نمطية، كتلك المعروضة في الشكل 7،9. تتحرك الموجة الأولى إلى أعلى وإلى أسفل، وتوصف بأنها موجة عمودية. وتتحرك الموجة الثانية يمينًا ويسارًا، وتوصف بأنها موجة **أفقية**. أما الموجة الثالثة فتتحرك في اتجاه **قطري**. لقد أكدت [بالكتابة بخط غامق] ثلاثة اتجاهات، ولكن يتبين أن الضوء قد يتحرك في أي اتجاه. ضوء الليزر وحده الذي تصطف موجاته بشكل منظم. أما الضوء العادي الذي نراه فلديه موجات مختلفة كثيرة تتحرك في العديد من الاتجاهات المختلفة.

تُستخدم في النظارات الشمسية الفاخرة صفائح بلاستية مرنة، تسمى مصفّيات الاستقطاب، لصدّ الضوء القادم من اتجاهات بعينها. ويمكن توجيهها في اتجاهات مختلفة وصدّ الضوء عن هذه الاتجاهات. ويمكن أن نعتبر المصفّيات أداة قياس تجعل تراكب موجات ضوئية ذات اتجاهات مختلفة تنحل إلى اتجاه واحد. سوف نرسم كل مصفٍّي في شكل قرص به فرجة للإشارة إلى اتّجاهه، كما في الأشكال 7،10-7،12. يسمح المصفّي في الاتجاه الأفقي للموجات الأفقية بالمرور عبره، لكنه يصدّ الموجات العمودية. ماذا عن الموجات المتوسطة [القطرية]؟ كلما كانت موجة الضوء أقرب لأن تكون أفقية، زاد احتمال أن تمرّ الموجة عبر مصفٍّي أفقي. أما الموجات القطرية، التي توجد في المنتصف بين الأفقي والعمودي، فسوف تسمح بحوالي 50 بالمائة من الضوء بالمرور وتصدّ الباقي.



الشكل 7.9: موجات الضوء العمودية، والأفقية، والقطرية.

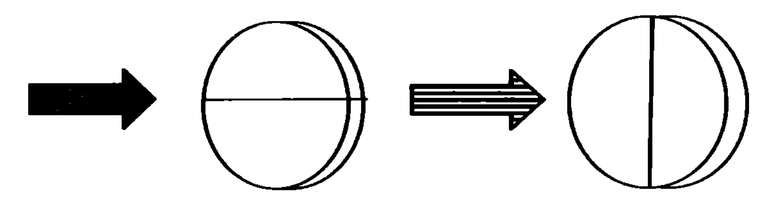
دعونا نجمع هذه المصفّيات كي نحصل على نتيجة مدهشة. خذ مصفًّي الاستقطاب الأفقي ومرّر كل أنماط الضوء المختلفة عبره، كما هو مبين في الشكل 7.10. سوف يمر نصف الضوء تقريبًا عبرها ويصبح الضوء موجة أفقية.



الشكل 7.10: الضوء مارًا عبر صفيحة استقطاب مفردة

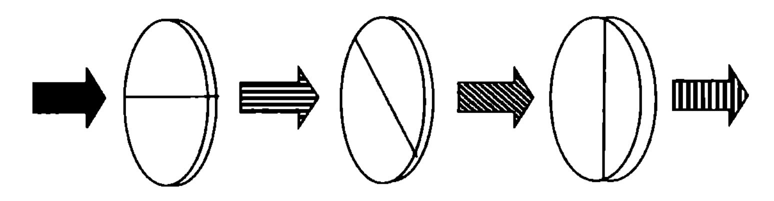
خذ الآن صفيحة استقطاب عمودي وضعها يمين الصفيحة الأولى كما هو مبيّن في الشكل 7.11. لأن الصفيحة اليمنى في وضع يصدّ كل الضوء المار عبر الصفيحة اليسرى، لن يمر شيء عبر الصفيحة اليمنى. وهكذا لا ضوء

ينفذ من صفيحتين، كما هو مبيّن في الشكل 7،11.



الشكل 7.11: الضوء لا يمر عبر صفيحتي استقطاب

والآن تأتي اللحظة السحرية. خذ الصحيفة الثالثة، صحيفة الاستقطاب القطري، وأضفها إلى الصفحتين الموجودتين أصلًا. ولكن لا تضعها يسار أو يمين تينك الصفحتين، بل ضعها بينهما، كما هو مبيّن في الشكل 7،12.



الشكل 7.12: الضوء مارًا عبر ثلاث صفائح استقطاب

شيء محير يحدث: في حين يمكن لصفيحتين صدّ كل الضوء؛ فإن صفائح ثلاثة تسمح بمروره. الواقع أنه ليس هناك سحر هنا. أي ضوء يمرّ عبر المصفّي الأفقي الأيسر يخرج في الاتجاه الأفقي. وحين يصطدم هذا الضوء الأفقي بالمصفّي القطري، يُصدّ نصفه تقريبًا، ويمرّ النصف الآخر في الاتجاه القطري. بمعنى ما يكون الضوء الأفقي في حال تراكب بالنسبة للمصفّي القطري. تقيس الصفيحة الوسطى هذا الضوء القطري وتجعله ينحلّ. وتقابل الآن هذه الموجة القطرية المصفّي العمودي الموجود على اليمين. في المتوسط نصف الموجة القطرية يُصدّ ويمرّ النصف الآخر عبر المصفّي العمودي ويخرج في شكل موجة عمودية. ولأنه محتم على الضوء في الشكل 7،12 أن يمر عبر ثلاثة مصفّيات وفي المتوسط يُصدّ نصف الضوء في كل مصفى، سوف يمر بعض الضوء. ولهذا على الرغم من أنه في وسع مصفيين صدّ كل الضوء من المرور، فإن ثلاث مصفّيات تسمح بمرور بعض الضوء.

نهاية اليقين: مبدأ هايزنبرج في اللاتيقن

راقب سيارة تمر مسرعة على الطريق السريع. من السهل تحديد لونها وسرعتها أثناء حركتها. ولا عناء في معرفة وزن شخص ما وطوله في الوقت نفسه. وعلى نحو مماثل، يسهل أن نحدد بدقة موضع كرة بيسبول طائرة وكمية حركتها. مفاد الفكرة هو أنه لا يصعب تحديد خاصيتين من خواص شيء ما، وهذه الحقيقة الواضحة تسري على العالم الذي نعيش فيه، لكنها لا تسري في العالم الكمومي. ثمة مواقف في العالم دون-الذري نعجز فيها عن تحديد خاصيتين في الوقت نفسه.

مبدأ هايزنبرغ في اللاتيقن أحد الملامح المحورية في ميكانيكا الكم. إنه يقول إن هناك أزواجًا بعينها من خصائص الأنساق دون-الذرية تستحيل معرفتها بشكل متزامن. مثل هذا، يستحيل أن نعرف كلًا من موضع جسيم دون-ذري متحرك وكمية حركته. والمذهب الذي يقر هذا القيد على المعرفة البشرية يسمى التكامل.

تفصيلًا، بالنسبة إلى الخاصيتين س وص، سوف نحصل على أزواج من الأجوبة إذا قسنا س أولًا ثم ص، ونحصل على أزواج أخرى من الأجوبة إذا قسنا ص أولًا ثم س. مثل هذا، قياس كمية حركة جسيم دون-ذري أولا ثم قياس موضعه يعطي أجوبة مختلفة عن قياس موضعه قبل كمية حركته. وهذا يقودنا إلى سؤال واضح: وما كمية حركة الشيء وما موضعه؟ ولماذا نحصل على إجابتين مختلفتين هنا؟ أليست لهذه الخصائص قيم موضوعية مستقلة عن ملاحظاتنا؟

يجب أن نؤكد أن عجزنا عن معرفة القيمتين بشكل متزامن ليست مشكلة تعاني منها تقنيتنا الراهنة. حتى لو تحسنت تقنية الميكرسكوب والأجهزة التقنية، لن يصبح مبدأ اللاتيقن أقل إزعاجًا. هذه ليست قيود تقنية، فالتكامل قيد أصيل على قدرتنا على معرفة عالمنا.

لاحظ أن ثمة عنصرًا جذريًا جديدًا يقوم بدور هنا. ناتج القياس ص يتوقف على ما إذا كان الشخص الذي يقوم بالتجربة قد قرر إجراء التجربة س أولا. المجرّب ليس منفصلًا عن التجربة، بل جزء منها يؤثر على ما تسفر عنه. الشخص الذي يقوم بالتجربة يؤثر على العالم الذي يبحث فيه. هذه فكرة ثورية. لم يعد هناك نسق مغلق ومجرّب يختبر هذا النسق المغلق، بل أصبح المجرّب البشري جزءًا لا يتجزأ من النسق. ويمكن رؤية هذا وفق

«مصادرة الكلية»: المجرِّب جزء من مجمل التجربة.

البُحاث الذين يستلهمون من بور يخطون بهذا خطوة أخرى. إنهم يزعمون أنا نخطئ حين نقول إن البشر يتعرفون على الخصائص حين يقومون بقياسهم، ففعل القياس نفسه هو الذي يسبب جعل الخصائص محددة بشكل جيد[1]. قبل القياس، لم نكن نجهل ما تكونه الخاصية، بل لم تكن هناك خاصية يمكن معرفتها. قبل القياسات، الخصائص في حال تراكب. وحين تقاس س، تنحل الخاصية س إلى قيمة مفردة، في حين تظل قيمة ص في حال تراكب. وإذا حدث أن قيست ص بعد ذلك، فإنها تنحل هي الأخرى. مؤدى الفكرة هو أنه في حالة إجراء القياسين بترتيب مختلف، يمكن للقيم أن تنحل إلى قيم مختلفة.

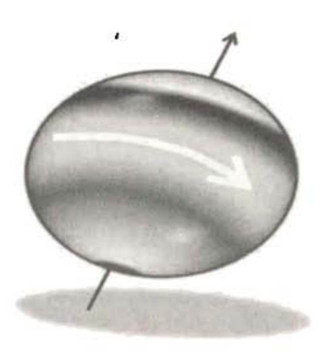
يناقش الفلاسفة موقف فلسفي يسمى **الواقعية الساذجة**. هذا هو الاعتقاد بأن للأشياء المادّية وجود حقيقي خارج أذهاننا وأن لهذه الأشياء خصائص محددة بشكل يمكن تحديده حين تلاحظ. هذا واضح ويعرفه كل طفل. غير أن مبدأ اللاتيقين الذي يقول به هايزنبرغ ومفهوم التكامل يدمران الواقعية الساذجة. خصائص الشيء لا توجد قبل قياسها، وحتى حين تقاس تظل تتوقف على الكيفية التي تقاس بها. الواقعية التي تشعر بها صحيحة في عالم السيارات وكرات البيسبول المنتظم، لكنها ليست صحيحة في العالم دون-الذري. مثل هذه الواقعية ساذجة.

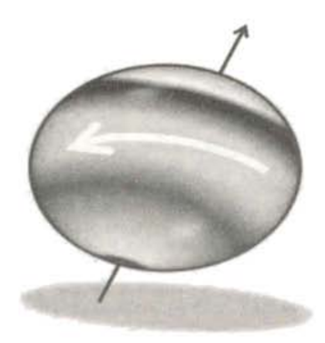
هل تصدّق كل هذا؟ سوف يرتاب الحكيم بشكل مبرر. واصل القراءة!

نهاية الأنطولوجيا: مبرهنة كوتشن-سبكر

في هذه المرحلة، من حقك أن تشكّ وأن تصرخ «كل هذا محض هراء؟» قد تقول إن الحديث عن التراكب لا معنى له، وإنه حين يقاس شيء دون-ذري تحدَّد خاصية كانت موجودة قبل قياسها. لم يسبب القياس وجود الخاصية؛ فقد كانت موجودة أصلًا. للأسف أن هذا الموقف الذي تتخذه ويبدو حكيمًا وواضحًا خاطئ، وسوف أثبت لك خطأه.

(1) بلغة الجزء 3.3، ليس هناك قبل القياس غموض إبست يمي، بل غموض أنطولوجي.

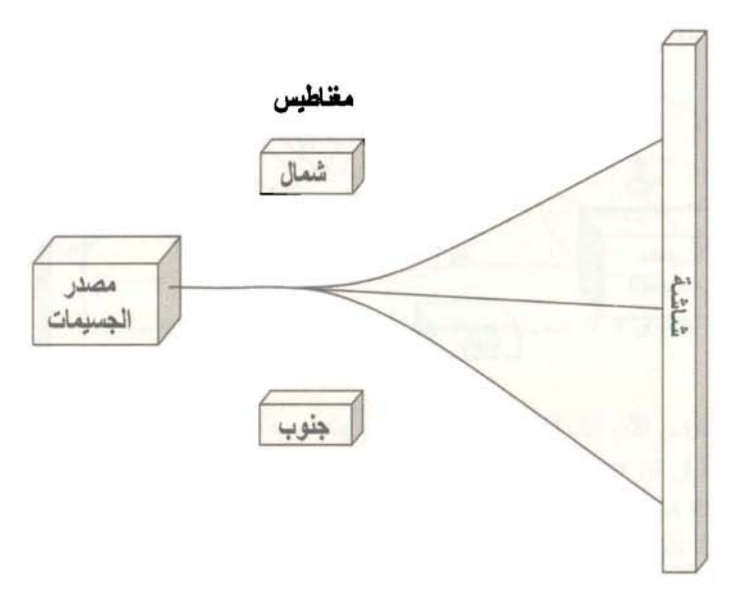




الشكل 7.13: دوّامتان باتجاه محدد

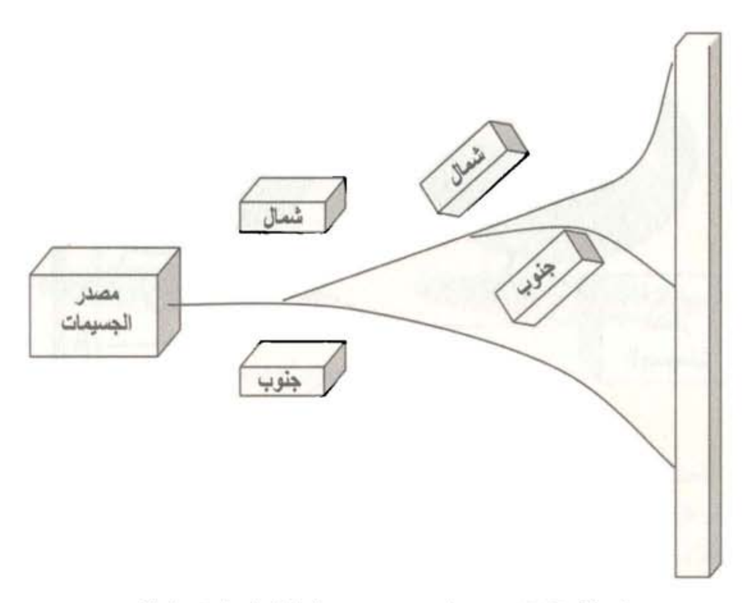
نحتاج إلى بعض الأفكار البدئية. من بين الأفكار المحورية في ميكانيكا الكم فكرة **الدوّامة**. لبعض الجسيمات دون-الذرية دوّامات. هذه ليست فكرة دوران كرة السلة على الإصبع المعتادة، بل أكثر تركيبًا بعض الشيء. على ذلك، نسبة إلى اتجاه بعينه، يمكن للجسيم أن يدور في هذا الاتجاه، أو في عكسه، وقد لا يدور أصلًا. ويبيّن الشكل 7.13 الاتجاه بالسهم، حيث نجد الجسيم يدور في اتجاه أو آخر. ويمكننا أن نصف الاتجاهات بـ **الدوّامة الموجبة**، **والدوّامة السالبة**، **والدوّامة العلوية**، **والدوّامة السفلية**. ومثل كل خصائص ميكانيكا الكم، قبل أن يقاس الجسيم أو يلاحظ يكون في حال تراكب يجمع بين دوّامة موجبة ودوّامة سالبة.

نستطيع أن «نرى» الجسيم يدور قبل القيام بـ **تجربة سترن-غيرالتش** كما هي مبيّنة في الشكل 7.14. يطلّق شعاع جسيمات من مصدر، وهناك مغناطيسات شمالية وأخرى جنوبية وضعن لاختبار الدوران في اتجاه بعينه. بعد ذلك ينقسم الشعاع بحيث تتحرك الجسيمات التي تدور في اتجاه واحد إلى الجزء الآخر من الشاشة. وقد لا كون للجسيم أي دوران ويقتصر على التحرك إلى الأمام. ويمكن أن نعتبر الجسيمات مغناطيسات (أو شحنات) تدور تجذبها مغناطيسات التجربة. ويمكن قياس الدوّامة في اتجاهات مختلفة عبر تحريك المغناطيسات الموجودة حول الشعاع يمنة ويسرة. ومن المهم أن نكرّر أن الجسيمات في الشعاع في حال تراكب أوضاع، فهي تدور بشكل موجب وسالب في كل الاتجاهات قبل أن تقيسها المغناطيسات.



الشكل 7.14: تيار من الجسيمات دون-الذرية تقسهما دوّامتها

المغناطيسات هي التي تقوم بالملاحظة وتسبب انحلال هذا التراكب إلى اتجاه دوران بعينه. وما إن ينقسم الشعاع حتى يمكن قياس الدوران في الاتجاهات الأخرى والحصول على دوّامات أخرى كما هو مبيّن في الشكل 7.15.

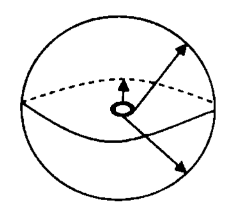


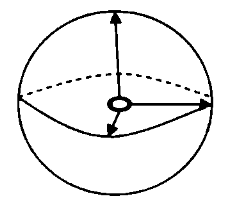
الشكل 7.15: جسيمات تنقسم بدورانها في اتجاه ثم في آخر

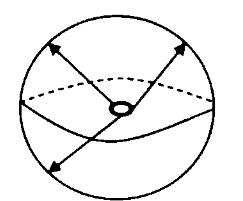
وهناك صيغة خاصة بالدوّامات لمبدأ هايزنبرغ في اللاتيقن تقر أن هناك اتجاهات بعينها، بحيث إذا قسنا الدوران في اتجاه ثم قسناه في اتجاه آخر فسوف نحصل على إجابات تختلف عما كان لنا أن نحصل عليه لو قمنا بقياسه بطريقة معكوسة. وبوجه عام، إذا كان هناك قياسان متعامدان، فإننا نستطيع قياسهما معًا والحصول على القيمتين. وما داما متعامدين، فإن مبدأ هايزنبرغ في اللاتيقن لا يقوم بـدور. ولكن إذا لم تكن الزوايا متعامدة، لن نستطيع قياس هذين الاتجاهين بشكل متزامن.

والآن، وبعد أن وقفنا على أفكار الدوّامة ولغتها، دعونا نتوجه إلى تجربة كوتشن-سبكر. في عام 1967، وصف سمون كوتشن وإرنست سبكر تجربة لإثبات أن الأشياء لا تختص بخصائص قبل أن تقاس. وقد عملا على نوع بعينه من الجسيمات اسمه «جسيم الدوّامة-1» يختص بالخاصية التالية: إذا اخترت أي ثلاثة اتجاهات متعامدة لقياس الدوّامة، سوف يكون لاتجاهين دوّامة دون أن تكون للثالث دوّامة؛ ولأن هذه الاتجاهات الثلاثة سوف تكون متعامدة، فإن مبدأ هايزنبرغ في اللاتيقن لن يقوم بدور. غير أن

هناك العديد من الثلاثيات المختلفة ذات الاتجاهات المتعامدة (انظر الشكل 7.16). وبالنسبة إلى أي ثلاثية تختار، سوف يكون لاتجاهين دوّامة دون أن تكون للثالث دوّامة.







الشكل 7.16: جسيم دوّامة-1 مع ثلاثيات مختلفة في اتجاهات متعامدة

افترض الآن أنك لم تصدّق السيد بور وشعرت أن لهذه الأشياء خصائص حتى قبل أن تقاس. إنك ترى أن كل ما يقال عن تسبيب القياس خاصية متعينة هراء. ولهذا فإنك تعتقد أن كون جسيم يدور في أي اتجاه حقيقة صادقة حتى قبل القياس. بكلمات أخرى، تشعر بأن هناك دوّامة أو ليست هناك دوّامة قبل القياس في أي اتجاه كان، وأننا حين نقيسه، فإننا نحدد ما كان موجودا أصلًا.

لسوء الحظ، أنت مخطئ! إنه يستحيل ببساطة عزو دوّامة أو عزو عوزها قبل قياس الدوران في جميع الاتجاهات. إذا اعتبرت الجسيم دون-الذري كرة، فإن كل نقطة في الكرة تطابق اتجاها من مركز الكرة إلى هذه النقطة. القول بأن الاتجاهات لديها أو تعوزها الاتجاهات مثل تحديد 1 أو 0 لكل نقطة في الكرة. وهناك شرطان يحكمان تحديد هاتين القيمتين.

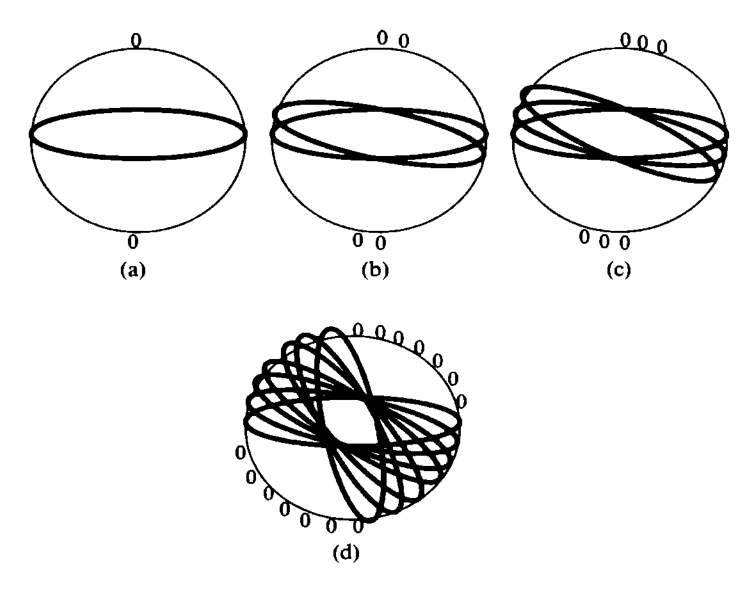
1. إذا كان الجسيم يدور في اتجاه ما فمحتم أن يدور في الاتجاه (المتعامد) المعاكس. وهكذا إذا حُددت 1 لنقطة ما في الكرة، يلزم تحديد 1 للنقطة المعاكسة لأنها في الاتجاه نفسه. وعلى نحو مشابه، إذا حُددت 0 لنقطة في الكرة، يلزم تحديدها للنقطة المعاكسة.

2. أيضًا، بالنسبة إلى أي ثلاثة اتجاهات متعامدة نختار، سوف يدور اثنان منها دون الثالث. أي أن هناك نقطتين تحصلان على 1، فيما تحصل نقطة على 0.

ببساطة ليس هناك براح كاف للجسيم يمكّن من تحديد مثل هذه

الخصائص. وهذه حقيقة رياضية!

سوف يتطلب تأمين إثبات محكم لهذه الحقيقة الدخول في تفاصيل لا يسمح بها المقام. حسبنا أن نؤمّن حدسًا لسبب صحتها. تخيّل للحظة أنه ليس للقطب الشمالي أي دوّامة. نستطيع أن نصوّر هذا على أنه 0 في القطب الشمالي للكرات في الشكل 7.17 (a). حسب الشرط الأول، ليس لاتجاه القطب الشمالي دوّامة. انظر الآن إلى الاتجاهات المتعامدة على الاتجاه شمالًا-جنوبًا. توازي هذه الاتجاهات مدار الكرة. وحسب الشرط الثاني، محتم أن يكون لكل هذه الاتجاهات دوّامة. نصوّر هذه الدوّامات بخط أسود غليظ حول المدار. في الجزء (b) نتخيّل أيضًا أنه ليس للاتجاه المحاذي قليلًا شرق القطب الشمالي دوّامة. مرة أخرى نصور هذا بـ 0 آخر. وفق الشرط الأول، ليس للاتجاه المحاذي قليلًا غرب القطب الشمالي دوّامة، ومحتم أن يكون للاتجاهات المتعامدة البعيدة قليلًا عن المدار دوّامة. وهذه الدوّامات تصوَّر هي الأخرى بخط أسود غليظ. غير أن هناك اتجاها ثالثًا بعيدًا عن القطب الشمالي تصوِّره (c). نستطيع أن نحدد أيضًا ما له دوّامة وما ليس له دوّامة كما في (d). في (d) لدى نصف الكرة خطوط داكنة غليظة، وهناك خطان رفيعان من الاتجاهات من القطبين إلى المدارات التي تعوزها الدوّامات. لم نكمل بعد. إذا كنت تعتقد أن كل اتجاه إما له دوّامة أو ليس له دوّامة، يلزم أن تكون قادرًا على الاستمرار في هذه العملية بحيث تحدد لكل نقطة إما 0 أو نقطة سوداء غليظة. ويتضح أن مثل هذه المهمة مستحيلة التنفيذ. ليس هناك ببساطة براح كاف! الخط الأسود كثيف أكثر مما يجب لكل نقطة 0. ليس في وسعنا أن نحدد بالنسبة لكل نقطة في الكرة ما إذا كانت هناك دوّامة.



الشكل 7.17: حدس مبرهنة كوتشن-سبكر

ما أثبتناه هو أنه ليس بمقدور أحد قبل القياس أن يعتبر أن لكل اتجاه دوّامة أو ليست له دوّامة حقيقة. لن نستطيع تحديد هذا إلا بعد اختيار ثلاثة اتجاهات متعامدة وإجراء تجربة. قبل هذا ليست هناك دوّامة، والقياس هو الذي ينتج المخرج.

هذا جنون! لقد بيّنا أنه ليس في وسع الأشياء أن تحوز خصائص بعينها قبل قياسها. لقد أثبتنا هندسيًا أنه ليس هناك براح كاف لوجود مثل هذه الخصائص. لا يكتسب الشيء خصائص إلا بعد قياسها. أينشتاين (الذي توفي قبل أن يصف كوتش وسبكر تجربتهما، لكنه علم بفكرة بور أن الأشياء لا تحوز خصائص إلا بعد قياسها) سخر من هذا بأن سأل عما إذا كان هناك فعلًا من يعتقد أن «القمر لا يوجد إلا حين ننظر إليه»[1]. ولكن مرة أخرى، سوف تقول أغلبية علماء الفيزياء المعاصرين لأينشتاين، بصرف النظر عن جنون هذا القول، إن القمر لا يوجد هناك إلا حين يقاس. وكما يقول هايزنبرغ: «فكرة عالم موضوعي توجد أصغر أجزائه موضوعيًا بالمعنى

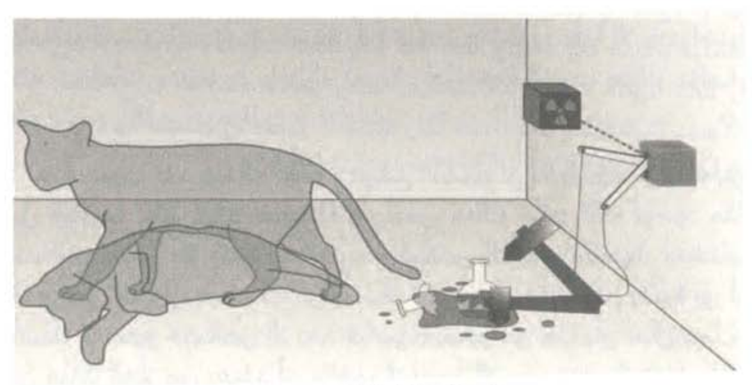
(1) مقتبس في:

Paris 1979, 907.

الذي يوجد به الحجر والشجر، بشكل مستقل عما إذا كنا نلحظه... فكرة مستحيلة»[1].

نهاية التمييز بين ما يُرى بالمجهر وما يُرى بالعين المجردة: قطة شرودنغر

قد يستخف المرء بمثل هذه المسائل. ففي النهاية، ما علاقة العالم «الواقعي» بهذا الشأن الكمومي؟ لم يسبق لأحد أن رأى جسيمًا دون-ذري في موضع ما، ناهيك برؤيته في تراكب. كيف تؤثر فكرة التراكب على مستوى العالم دون-الـذري هذا في العالم الأكبر؟ لقد وصف أحد الآباء المؤسسين لنظرية الكم، إروين شرودنغر (1887-1961) تجربة مثيرة أصبحت تعرف باسم قطة شرودنغر. تخيّل صندوقًا محكم الإغلاق به مادة مشعة. تمتثل هذه المادة لقوانين ميكانيكا الكم وهي في تراكب «جاهزة للانحلال» و«غير جاهزة للانحلال». ضع عدّاد غيغر الذي يستشعر أي انحلال يطرأ في الصندوق على المادة المشعة. صل العداد بمطرقة تفتح قارورة غاز قاتل حين يطلق العداد صفارته، كما هو مبيّن في الشكل 7.18. ضع الآن قطة في الصندوق وأغلقه.



الشكل 7.18: قطة شرودنغر

المصدر: صورة رسمها دوغ هاتفيلد، استخدمت بإذن من the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.2.

(1) Heisenberg 2007, 129.

وكما هو الحال مع عمليات ميكانيكا الكم، لا نستطيع أن نحدد ما إذا كانت المادة المشعة سوف تنحل. ولهذا لا سبيل لتحديد ما إذا كان عدّاد غيغر سوف يطلق صفارته. إذا انحلت المادة المشعة، سوف يطلق العداد صفارته، ويطلق سراح الغاز، وتموت القطة[1]. وإذا لم تنحل المادة المشعة، فإن القطة لن تموت. ولأن هناك احتمالًا قدره 50٪ أن يحدث الانحلال في الوقت المعني، هناك احتمال قدره 50٪ أن تموت القطة. وهذا يعني أن القطة، قبل فتح الصندوق، سوف تكون في حال تراكب يجمع بين حياة القطة وموتها. لن يتحقق أحد الاحتمالين بالفعل إلا بعد فتح الصندوق وإجـراء قياس. إن هذه التجربة تنجح في نقل غرابة العالم دون-الذري إلى عالم القطط والبشر اليومي.

يخطو يوجين ويغنر (1902-1995) بتجربة قطة شرودنغر خطوة أخرى كي يصل بها إلى لب ميكانيكا الكم. إنه يقوم بتجربة أصبحت تعرف باسم صديق ويغنر. تخيّل ويغنر يقوم بالتجربة ويضع قطة في الصندوق. بعد ذلك يغلق الصندوق ويغادر الغرفة. وبدلًا من أن يقوم هو نفسه بفتح الصندوق، يوكل المهمة لصديق. قبل فتح الصندوق تكون المادة المشعة في حال تراكب، وكذا شأن السم والقطة. سؤال: حين يفتح الصديق الصندوق، هل يكون هو أيضًا في حال تراكب يجمع بين رؤية القطة حيةً ورؤيتها ميتةً؟ لم يسبق أن رصدنا كائنًا بشريًا في حال تراكب. هل التراكب لا ينحل إلا حين يعلم ويغنر بالنتيجة، أو قبل ذلك، حين يعلم بها صديقه؟ الإجابة الواضحة هي أن الصديق ليس في حال تراكب، بل النسق بأسره ينحل حين ينظر إليه الصديق. الشيء الوحيد الذي يتفرد به الصديق وتعوزه سائر الأشياء المادّية هو الوعي. يستخدم ويغنر هذا في تبيان أن التراكب ينحل حين يقوم أي كان واع بملاحظته، وهو يعتبر هذا برهانًا على أن الشيء الوحيد في العالم الذي يستطيع أن يجعل تراكبًا ينحل إلى موضع هو الوعي البشري. الكائنات البشرية لا تلحظ سوى أوضاع، فهي لا تلحظ التراكبات، ولهذا يلزم أن يتعلق الأمر بالوعي. فما الذي يتصف به الوعي ويمكّنه من إحداث انحلال تراكب ما إلى موضع ما؟

من شأن هذا الدور الذي يقوم به الوعي أن يسلّط الضوء على مدرسة فلسفية تعرف بـ المادّية. يعتقد أنصار المادّية أساسا أن هذا العالم يحتوي على أشياء مادّية وفضاءات تفصل بينها. وهذا كل ما هنالك! ويمكن رؤية

(1) بطريقة غريبة، توقّع علماء فيزياء الكم في القرن الماضي حساسات راهنة. لقد كانوا جدّ حذرين بخصوص المخلوقات الحية ولم يجروا إلا تجارب فكرية على قطة شرودنغر. وهكذا تطورت فيزياء الكم دون خسارة في الأرواح.

معظم قوانين الفيزياء من هذا المنظور. وحتى الكائنات البشرية في معتقدهم مخلوقات بسيطة مؤلفة من ذرات وجزيئات تمتثل لقوانين الفيزياء. غير أن ميكانيكا الكم تعرّض المادّية البسيطة للخطر عبر تسليط الضوء على كينونة في الكون تسمى الوعي. الوعي ليس مؤلفًا من أشياء مادّية، لكنه يؤثر في الكيفية التي يعمل بها الكون. إنه يسبب انحلال التراكب إلى موضع بعينه. لم يعد صحيحًا أن الأشياء المادّية والفضاءات الفاصلة بينها وحدها التي توجد. يلزم العلماء وأنصار المادّية أن يدمجوا الوعي في رؤيتهم للعالم.

نهاية المحلية: التشابك

التشابك جانب آخر مخالف للبداهة في ميكانيكا الكم. ويبيّن هذا المفهوم أن الكون بأسره أكثر ترابطا مما كنا نعتقد.

غير أننا نحتاج بداية لمعرفة المزيد حول الدوّامات. هناك قوانين فيزيائية مهمة تسمى قوانين الحفظ تقر أن قياسات بعينها في النسق تظل على حالها. حفظ الطاقة يعني أن قدر الطاقة في النسق لا يتغير، بمعنى أن الطاقة لا تفنى ولا تخلق من عدم. وهناك أيضًا حفظ كمية الحركة وحفظ الكتلة/الطاقة. وتبيّن ميكانيكا الكم أن هناك قوانين لحفظ الدوران. وهذا يعني أن قدر دوران كل الجسيمات دون-الذرية في التجربة محتم أن يظل على حاله.

ما الذي يحدث حين لا يكون للجسيم أي دوّامة وينحلّ فحسب إلى جسيمين لدى كل منهما دوّامة. سوف يدور هذان الجسيمان بشكل موجب وسالب في تراكب. ولأن هناك قانونًا لحفظ الدوران، إذا بيّن القياس أن لأحدهما دوران موجب (أو دوران إلى اليمين)، فإن حفاظ النسق بأسره على وضع عدم الدوران يحتم أن يكون للجسيم الآخر دوران سالب (أو دوران إلى اليسار). ويوضح الشكل 7،19 هذين الإمكانين.

أي من سيناريوهي الشكل 7،19 يحدث بالفعل؟ هل يدور الجسيم الأيسر بشكل موجب ويدور الجسيم الأيمن بشكل سالب، أم يحدث العكس؟ الإجابة هي أن كلًا من الجسيمين في تراكب يجمع الدوران في كلا الاتجاهين. فقط حين يُقاس الجسيمان ينحلّ التراكب بشكل عشوائي إلى اتجاه دوران بعينه. والأمر المحيّر هو أنه في اللحظة التي ينحلّ فيها أحد الجسيمين بطريقة ما، محتم على الآخر أن ينحلّ بالطريقة المعاكسة.

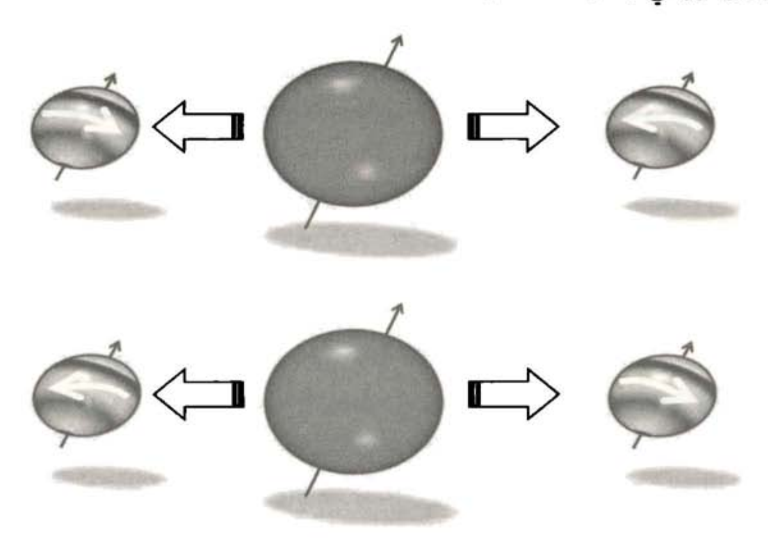
وهذا صحيح حتى لو كانت المسافة الفاصلة بين الجسمين تصل إلى عدة سنوات ضوئية. أي أن حفاظ الكون على الدوران يتطلب أن يسبب قياس دوران جسيم ما انحلال دوران الجسيم الآخر مهما كان قصيًا. وعلى الرغم من المسافة الشاسعة التي تفصل بين الجسيمين، فإنها متشابكان. فكيف يحدث هذا؟

بمساعدة زميلين أصغر سنًا – بورس بودولسكي (1896-1966) وناثان روزن (1909-1995) – كتب أينشتاين أول دراسة حول التشابك عام 1935، بعنوان «هل يمكن اعتبار وصف ميكانيكا الكم للواقع المادّي مكتملًا؟» (Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?)، واشتهرت باسم EPR. الغاية من هذه الدراسة هي إثبات شيء مفقود في عالم ميكانيكا الكم. لقد تخيّل أينشتاين جسيمين دوارين يسبحان بعيدًا عن مصدر جسيم لا يدور[1]. دعونا نتصور أن الجسيمين أرسلا عبر الكون إلى آن وبوب، اللذين يفترض أن يقيسا خصائص مختلفة في الجسيمين. تقيس آن دوران جسيمها في اتجاه بعينه. إذا وجدت أن جسيمها يدور إلى أعلى، فإنها سوف تعرف تلقائيًا أن جسيم بوب يدور إلى أسفل. وإذا وجدت آن جسيمها يدور إلى أسفل، سوف تعرف أن جسيم بوب يدور إلى أعلى.

ثمة شيء خاطئ هنا بشكل مهم. في كل ما عرفنا من فيزياء، تؤثر الأشياء في الأشياء القريبة منها. شيء يدفع آخر أو يؤثر شيء في آخر عبر الجاذبية أو أي قوة أخرى. مؤدى الفكرة الأساسية هي أن تأثير شيء في آخر يشترط قرب الواحد منهما من الآخر. وتسمى هذه الحقيقة حول الفيزياء بـ المحلية. غير أن التشابك يبيّن أنه بقياس آن جسيمها، يحل في اللحظة نفسها تراكب جسيم بوب القصّي تراكب دوامانه. ولكن كيف يمكن لقياس آن جسيمها أن يؤثر في جسيم آخر في مكان بعيد من الكون؟ عوضًا عن أن تكون ميكانيكا الكم محلية، يبين التشابك أنها غير-محلية. قياس جسيم

(1) هذا يختلف بعض الشيء عن تجربة EPR الأصلية. في هذه التجربة قاسوا للوضع وكمية الحركة. وأنا هنا أناقش تنويعة ديفيد بوم من التجربة حيث الدوّامة هي الظاهرة المقاسة.

يؤثر فوريًا في جسيمات قصيّة.[1]



الشكل 7.19: إمكانان لانحلال جسيم دون دوّامة

ويرغب البحاث في مقارنة التشابك الكمومي بتجربة فكرية شبيهة. تخيّل شخصًا يأخذ دولارًا ويمزقه إلى نصفين. يضع المجرِّب قطعتي الدولار في صندوق محكم الإغلاق دون الكشف عن أي قطعة ذهبت إلى أي صندوق. يعطى أحد الصندوقين لآن، والآخر لبوب، الذي يأخذ صندوقه إلى ألفا سنتوري، أقرب نجم لمجرتنا. إنه لا يبعد سوى 2.565×10^{13} ميل.وما إن يصل بوب إلى ألفا سنتوري، حتى تفتح آن صندوقها. إذا رأت الجانب الأيسر من الدولار سوف تعرف مباشرة أن بوب حصل على الجانب الأيمن. وإذا كان لديها الجانب الأيمن من الدولار فسوف تعرف مباشرة أن بوب حصل على الجانب الأيسر. ولهذا فإن آن تحصل، بشكل فوري، على

(1) معادلة نيوتن التي تحدّد القوة بين جسمين (التي قابلنا في الجزء الأخير) لديها هي الأخرى سمة اللامحلية. القوة قوية حين يكون الجسمان قريبين، وكلما زادت المسافة بين جسمين، ضعفت القوة. على ذلك، مهما زادت المسافة، تظل هناك قوة. ما يعنيه هذا في الحياة الواقعية هو أنه على الرغم من أن حبة الرمل غاية في الصغر، والقمر بعيد جدًا عنها، فإن تحريك حبة رمل على سطح الأرض يؤثر في القوة الجاذبية بين الأرض والقمر. وهذا التغير غاية في الصغر لكنه يظل موجودًا. غير أن هناك فرقين أساسيين بين الجاذبية والتشابك. فمن جهة تعمل الجاذبية بسرعة الضوء، أي أن تأثير أي تغيرات في الأرض على القمر يستغرق وقتًا. في المقابل، التشابك فوري. والفرق الأساسي الثاني هو أن قوة الجاذبية تضعف بتباعد الجسمين، في حين تظل ظاهرة التشابك قوية وفورية بصرف النظر عما إذا كانت المسافة الفاصلة بين الجسمين خمسة أقدام أو خمسة ملايين سنة ضوئية. ومن شأن هذا أن يجعل التشابك أقوى من الجاذبية.

معلومات حول شيء يحدث على بعد ملايين الأميال. لا يبدو أن هناك شيئًا خفيًا في هذا. ويمكن قول إن خصائص الدولار الممزق سافرت معه من الأرض إلى ألفا سنتوري. فهل يمكن أن نقول الشيء نفسه عن الجسيمات؟

خلُص أينشتاين، وبدولسكي، وروزن إلى أن هناك إمكانين في حالة الجسيمات الدوارة. إما أن (أ) هناك شيئًا خفيًا، تفاعلًا لا-محلي يختلف عن أي فرع آخر في الفيزياء يفسّر الكيفية التي يتأثر بها جسيم بقياس آن لجسيمها. ولو صح هذا، فإن فكرتنا عن المكان، حيث تستقل الأشياء عن القياسات البعيدة، فكرة خاطئة. أو أن (ب) شيئًا شبيهًا لما يحدث مع الدولار يحدث مع الجسيمات. بتعبير آخر، الجسيمان ليسا في تراكب. وحين يفترقان في المصدر تكون لديهما قيم دوران خاصة بهما، وحين تقيس آن جسيمها تعرف قيم دورانه وتعرف في الوقت نفسه قيم بوب.

استبعدت دراسة EPR الإمكان (أ) لأنه لم يكن في وسع أينشتاين وزميليه تصوّر أن تعمل الفيزياء بمثل هذا الأسلوب الغريب[1]. وبدلاً من ذلك، فضّلوا قبول الإمكان (ب) بوصفه الإجابة الصحيحة. في هذه الحالة، يلزمنا أن نسأل عن الشيء المفقود في ميكانيكا الكم. لماذا تعجز ميكانيكا الكم عن إخبارنا أي دوران يكون فيه الجسيم قبل قياسه؟ لقد صادر أينشتاين وزميلاه على متغيرات خفيّة تبقى من الجسيمات منذ لحظة مغادراتها مصادرها إلى أن تصطدم بأجهزة القياس. وهذه المتغيرات الخفيّة شبيهة بالدولار المقسوم. إنها تضمن أن تكون لخصائص الجسيمات قيمة ثابتة. وإلى أن يعرف علماء الفيزياء المزيد عن مثل هذه المتغيرات الخفيّة، يؤكد أينشتاين وزميلاه أن ميكانيكا الكم تظل ناقصة وفي حاجة إلى أن تستكمل.

ظلت الفيزياء على هذا النحو لما يكاد يصل إلى ثلاثين عامًا، إلى أن أثبت

---

(1) عبرّ أينشتاين عن انزعاجه من تأثير القياسات في الأجسام البعيدة في رسالة بعث بها إلى ماكس بورن. وقد بدأ الرسالة بوصف بعض خصائص علم الفيزياء: «من الخصائص الأخرى للأشياء الفيزيائية أنها تعد مرتبة في متصل زمكاني. ومن بين الجوانب الأساسية في ترتيب الأشياء هنا في الفيزياء هو أنها تحوز، في زمن بعينه، وجودا مستقلا عن بعضها البعض، مادامت هذه الأشياء «موضوعة في أجزاء مختلفة من المكان». وما لم نصادر على مثل هذا الافتراض بخصوص استقلالية وجود الأشياء («لوجود-هكذا») المتباعدة عن بعضها البعض في المكان - الذي يبدو مستلهما في المقام الأول من التفكير اليومي - لن يكون التفكير الفيزيائي بالمعنى المألوف ممكنا. تصعب أيضا رؤية أي وسيلة في صياغة قوانين الفيزياء واختبارها ما لم نعقد تمييزًا واضحًا من هذا النوع ... والفكرة التالية تحدد الاستقلالية النسبية لجسمين (أ وب) متباعدين في المكان: التأثير الخارجي على أ لا يؤثر بشكل مباشر على ب؛ وهذا يعرف بـ «مبدأ التجاور»... إذا أبطلنا هذه البديهية كليًا، سوف تصبح فكرة «وجود أنساق (شبه) مغلقة، ومن ثم المصادرة على قوانين يمكن التحقق منها بمعنى مقبول، مستحيلة (Born 1971, 170 - 171).

عالم الفيزياء الإيرلندي البارع جون ستيوارت بل (1928-1990) أن البديل (ب) في واقع الأمر خاطئ، وأن البديل الممكن الوحيد هو (أ). وفي عام 1964 نشر بل دراسة بعنوان «في مفارقة أينشتاين-بودلسكي-روزن» (On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox)، بينت بشكل شهير أنه ليست هناك متغيرات خفية عادية يمكن أن تبدد غوامض التشابك الكمومي. وقد أثبتت هذه النتيجة – التي أصبحت تعرف باسم مبرهنة بل أو لامساواة بل – أن التراكب حقيقة من حقائق الكون[1]، وأن فكرتنا حول الزمان في حاجة إلى تعديل.

مؤدى الحدس وراء مبرهنة بل[2] هو أننا إذا افترضنا متغيرات خفية وأن هذه المتغيرات تصف خصائص الجسيمات، يجب أن تستوفي بعض الحقائق المنطقية العادية. تحديدًا، إذا سمحنا لكل من آن وبوب بأن يقيس جسيمه في ثلاثة اتجاهات مختلفة، فإنه يجب أن تستوفي خصائص الدوران هذه حقائق منطقية بعينها. ويصف بل ما تكونه هذه الخصائص المنطقية ثم يبين أنها ليست مستوفاة في ميكانيكا كم الدوران. ومن هذا يخلص إلى أن الجسيمات لا تحوز هذه الخصائص أثناء رحلتها من المصدر إلى الملاحظين، بل تكون في وضع تراكب قبل القياس.

لفهم مبرهنة بل[3] نحتاج إلى الخروج برهة من عالم الكم ونقاش قليل من المنطق الكلاسي. اعتبر شيئًا يختص بثلاث خصائص يمكن له الاختصاص بها، سمها أ، ب، ج. مثل هذا، انظر إلى شخص ما واسأل ما إذا كان

- ذكرًا، أ أو – أ، أنثى
- ديمقراطيًا، ب أو – ب، جمهوريًا
- صغيرًا ج، أو – ج كبيرًا في السن.

اعتبر شخصًا ذكرًا وكبيرًا في السن (أ ∧- ج). إما أنه ديمقراطي أو

---

(1) سبق لنا أن رأينا هذا مع تجربة الفرجتين وبشكل أكثر قطعية مع تجربة كوتشن-سبكر. وعلى الرغم من أن نتيجة كوتشن-سبكر أكثر تماما ولا تشترط أن يثبت الجسيمان أن التراكب حقيقة، فإن مبرهنة بل نشرت قبل مبرهنة كوتشن-سبكر بثلاث سنوات. أيضا ثبت أن نتائج بل صحيحة تجريبيًا، وكان لهذا أثر هائل على عالم الفيزياء. في المقابل، حتى وقت قريب، أغفلت مبرهنة كوتشن-سبكر إلى حد كبير من قبل المجربين.

(2) الفرق الذي أصف ليس موجودًا في صياغة بل الأصلية، فأنا أصف تنويعة من هذه المبرهنة تعزى إلى برنارد داسباغنات. ونتائج هذه الصياغة لا تختلف عن نتائج مبرهنة بل الأصلية.

(3) هذه واحدة من أكثر المبرهنات التي سوف أناقشها تفصيلاً في هذا الكتاب. سوف تحتاج إلى القراءة أكثر من مرة. ابذل جهدك!

جمهوري (ب ∧ - ب). إذا كان جمهوريًا فإنه ذكر وجمهوري (أ ∧- ب). وإذا كان ديمقراطيًا فإنه كبير في السن وديمقراطي (ب ∧- ج). لقد أثبتنا لتونا الخاصية البسيطة التالية.

إذا كنت ذكرًا وكبيرًا في السن، فإما أنك ذكر جمهوري أو ديمقراطي صغير السن.

رمزيًا نمثل هذا على النحو التالي

(أ – ∧ ج) ← [(أ ∧ - ب) ∨ (ب – ∧ ج)].

وهذه القاعدة المنطقية تسري على أي خصائص ثلاث. نستطيع أن نثبت هذا إما بفحص جدول صدق هذه الصيغة المنطقية ورؤية ما إذا كانت تحصيلًا للحاصل، أو بالاقتصار على اعتبار أ، ب، ج. إذا صدقت أ و – ج، فإما أن ب صادقة أو – ب صادقة. إذا كانت – ب صادقة، نحصل على أ و- ب. في المقابل، إذا كانت ب صادقة، نحصل على ب و – ج.

يخبرنا الاستلزام (←) بين خاصتين شيئًا عن احتمال تحقق مثل هاتين الخاصيتين. إذا كانت ك ← ر، فإن احتمال أن ك صادقة أقل من احتمال أن ر صادقة. رمزيًا، نكتب هذا على النحو التالي: حـ(ك) ≥ حـ(ر). مثل هذا، حقيقة أنه إذا أمطرت فإن هناك غيومًا في السماء حقيقة منطقية. ومنها نستطيع أن نستنتج أن احتمال اليوم الممطر أقل من احتمال اليوم الغائم.

بالعودة إلى قانوننا المنطقي حول أ، ب، ج، نجد أن لدينا حـ(أ – ∧ ج) ≥ حـ(أ ∧ - ب) + حـ(ب – ∧ ج).

أي أن احتمال أن (أ – ∧ ج) أقل من أو يساوي احتمال أن (أ ∧ - ب) صادقة زائدًا احتمال أن (ب – ∧ ج) صادقة.

هذا يكفينا من المنطق الكلاسي. دعونا نعد الآن لجسيماتنا. اعتبر جسيمين متشابكين أُرسلا إلى آن وبوب. يمكن لكلا المجرّبين أن يقيس دوران الجسيمات في إحدى زوايا ثلاث مختلفة. سوف تناظر هذه الاتجاهات الثلاثة الخصائص الثلاثة أ، ب، ج التي تختص بها الجسيمات. تحديدًا:

- أ يناظر دوران جسيم آن حتى 0°.
- ب يناظر دوران جسيم آن حتى 45°.
- ج يناظر دوران جسيم آن حتى 90°.
- بالجمع بين هذه الخصائص نحدد أن

- (أ ∧ – ج) تناظر دوران جسيم آن حتى °0 ودورانه حتى °90.
- (أ ∧ – ب) تناظر دوران جسيم آن حتى °0 ودورانه حتى °45.
- (ب ∧ –ج) تناظر دوران جسيم آن حتى °45 ودورانه حتى °90.

وفق مبدأ هايزنبرغ في اللاتيقن، يستحيل على آن أن تقيس دوران جسيمها في هذين الاتجاهين المختلفين، ولذا يلزمنا أن نأخذ في اعتبارنا أن جسيمات بوب تدور في اتجاه معاكس لجسيمات آن. وبهذا تصبح جملنا على النحو التالي

- (أ ∧ –ج) تناظر دوران جسيم آن حتى °0 ودوران جسيم بوب حتى °90.
- (أ ∧ –ب) تناظر دوران جسيم آن حتى °0 ودوران جسيم بوب حتى °45.
- (ب ∧ –ج) تناظر دوران جسيم آن حتى °45 ودوران جسيم بوب حتى °90.

لدى ميكانيكا الكم تنبؤات احتمالية بخصوص مثل هذه القياسات. إنها تقول إنه حين تكون الزاويتان قريبتين من بعضهما البعض، من المرجح أن تدور الجسيمات في اتجاهين متعاكسين. أي أنه إذا قاست آن وبوب دوران تصل درجته حوالي °0، فمن المحتمل جدًا أن يكون قياس آن عاليًا ويكون قياس بوب متدنيًا، أو العكس بالعكس. بتعبير آخر، إذا كانت قياساتهما قريبات من °0، من المستبعد تمامًا أن نجد أن كليهما يدور. في المقابل، حين يصل الفرق بين القياسين إلى °90، من المرجح كثيرًا أن يدور كلاهما. إن ميكانيكا الكم تخبرنا بأن احتمال الحصول على ناتج القياس نفسه يتوقف على الزاوية بين القياسين. إذا كانت الزاوية هي φ، فإن احتمال الحصول على كليهما هو

2/1 (جيب φ/2)^2.

في حالاتنا،

- حـ(أ ∧ –ج) هو 2/1 (جيب 2/90)^2 = 0.25،
- حـ(أ ∧ –ب) هو 2/1 (جيب 2/45)^2 = 0.072،
- حـ(ب∧ –ج) هو 2/1 (جيب 2/45)^2 = 0.072.

إذا كان هذا يستوفي القوانين المنطقية والاحتمالية التي استنتجنا، فإن لدينا

0.072 + 0.072 ≥ 0.25

وهذا ببساطة غير صحيح!

أي خطأ ارتُكب هنا؟ لقد بيّنا أن هناك تعارضًا أساسيًا بين المنطق الكلاسي للخصائص الثلاث وميكانيكا الكم. أنّى لهذا أن يحدث؟ الإجابة هي أننا لا نستطيع أن نضيف قضايا حول الدوّامات حين تكون في حال تحليق. آنذاك لا تكون لديها قيم ثابتة. بدلًا من ذلك فإن الجسيمات تدور في تراكب تجمع بين الدوران إلى أعلى والدوران إلى أسفل. إنها لا تحوز قيمًا ثابتة إلا بعد أن تقاس. المنطق الكلاسي، الذي ينجح بشكل رائع مع الأشياء العادية (مثل الدولارات في صندوق) لا ينطبق هنا. والأهم من مجرد تبيان أن الجسيمات في حال تراكب، أثبت بل أن الجسيمات تنحل من تراكب حتى حين تكون الجسيمات جدّ متباعدة. حين تقوم آن بقياس جسيمها، ينحلّ جسيم بوب من تراكبه بحيث يكون له عكس اتجاه دوران آن المقاس. وهذا يعني أن فكرتنا المعتادة حول المكان خاطئة: فالقياسات تؤثر في أشياء قصيّة.

حين صاغ بل هذه اللامساواة وأثبت مبرهنته، لم يناقش أي تجارب، بل اقتصر على قول إن هذا ما تنبأت به ميكانيكا الكم وإنه يختلف عن المنطق الكلاسي. بعد بضع سنوات، أيد مجرّبون من أمثال آلين أسبكت وجون لوسر حقيقة أن الجسيمات دون-الذرية تمتثل لقوانين ميكانيكا الكم في مقابل قوانين المنطق الكلاسي. ومذّاك أجريت العديد من التجارب وبينت أن نتائج بل لم تكن تجريد من الرياضيات بل تقول شيئًا غاية في الأهمية حول الكون الذي نعيش فيه.

في ماهيتها، مبرهنة بل هي التعبير النهائي عن «مصادرة الكلية». إنها تقول إن نتائج التجارب تتوقف على مجمل التجربة، بما فيها قياسات آن وبوب. بكلمات أخرى، لا نستطيع أن نقتصر على النظر على ما سوف يقيسه بوب أو سوف تقيسه آن، بل يلزمنا اعتبار ما سوف يقيسه كل منهما والمصدر الذي تأتي منه جسيماتهما. إذا كانت الجسيمات قادمة من نسق مفردة بلا دوّامات، فإن النتائج سوف تأخذ هذا في الاعتبار.

تظل هناك وسيلة للاعتقاد في المتغيرات الخفيّة وفي حقيقة أن للجسيمات خصائص دوران حتى قبل قياسها. بدلًا من قول إن المتغيرات

الخفيّة تقفو قيم ثلاث دوّامات مختلفة (للقياسات الممكنة المختلفة الثلاثة التي يمكن لآن إجراؤها)، قد نقول إن المتغيرات الخفيّة تقفو القياسات المختلفة التسعة التي يمكن لآن وبوب القيام بها. أي أنه يمكن لآن أن تجري ثلاثة قياسات ويمكن لبوب أن يجري ثلاثة قياسات، ما يعني أن هناك ما مجموعه تسعة قياسات مختلفة يمكن إجراؤها على الجسيمين. إذا افترضت أن هناك مثل هذه المتغيرات الخفيّة، فإن المشاكل المنطقية سوف تختفي بالفعل. على ذلك، تبقى مشكلة جدّ محيرة. كيف يعرف جسيم آن أي قياسات سوف يقوم بها بوب؟ ففي النهاية، قد يكون بوب في الطرف الآخر من الكون. تسمى مثل هذا النظرية بـ نظرية المتغيرات الخفيّة غير المحلية. حقيقة أن مثل هذه المتغيرات في حاجة لأن تأخذ في اعتبارها معلومات قصيّة إنما تجعل معظم علماء الفيزياء يستبعدون هذا الإمكان.

وبصرف النظر عن وجود أو عدم وجود متغيرات خفيّة غير محلية، يظل هناك شيء مؤكد: فكرة المكان حيث القياسات لا تؤثر في الأشياء البعيدة فكرة خاطئة. فكما سلف أن رأينا، طرحت EPR مأزقًا. إما أن (أ) الكون الذي نعيش فيه لامحلي، أو أن(ب) ميكانيكا الكم غير مكتملة وتشمل متغيرات خفيّة لامحلية. وفي الحالين ثمة آثار لامحلية.

من بين نتائج التشابك نهاية الموقف الفلسفي الذي يعرف بالردية. يقر هذا الموقف أنك إذا أردت فهم نمط ما من الأنساق المغلقة، عاين أجزاء النسق. كي تفهم الطريقة التي يعمل بها المذياع، قم بتفكيكه وفحص مكوناته، لأن «الكل مجموع أجزائه». والردية افتراض أساسي في كل علم. غير أن التشابك يبيّن أنه ليست هناك أنساق مغلقة. قد يتشابك كل جزء من أي نسق مع أجزاء أخرى خارجه. كل الأنساق المختلفة مترابطة والكون بأسره نسق واحد. ولا سبيل لفهم أي نسق إلا بالنظر في الكون بأسره. بتعبير آخر، «الكل أكبر من مجموع أجزائه».

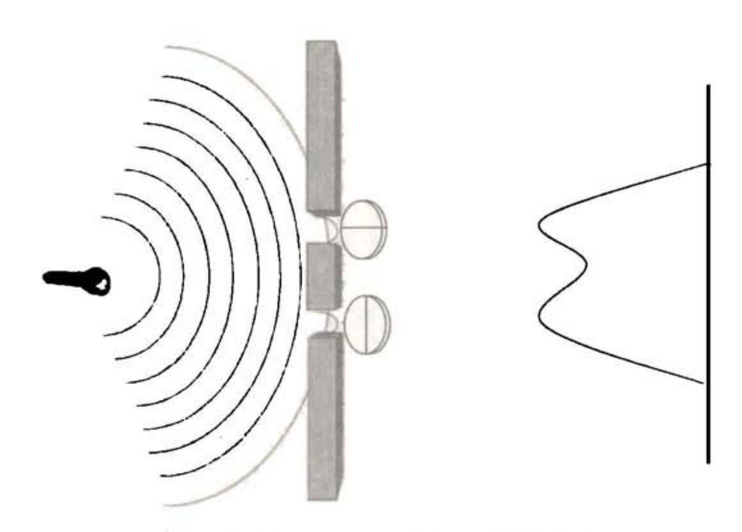
مرة أخرى، وجد أينشتاين، مدافعنا عن الرؤية الحكيمة والعقلانية في العالم، أنه يصعب قبول الزعم بأن النقاط المتباعدة في كوننا مرتبطة بهذا الشكل الآصر. وقد سخر من التشابك بأن وصفه بأنه «تأثير شبحي عن بعد»[1]. ولكن مرة أخرى، يجب علينا أن نشير إلى أن الكثير من التجارب المعاصرة قد بينت أن أينشتاين كان مخطئًا، فالعالم أغرب بكثير مما تصوّر.

(1) «Spukhafte Fernwirkung».

نهاية الزمان وحرية الاختيار: تجارب المحاة الكمومية

نعرف الآن ما يكفي لوصف بحث غاية في التطور يسمى «تجارب المحاة كمومية». تخطو هذه التجارب بتجربة الفرجتين خطوة أخرى. تذكّر أن هناك في تجربة الفرجتين تراكب فوتون وأن هناك نمط تدخل يحدث. سوف يحدث هذا حين نسمح للضوء بالمرور من الفرجتين. وإذا أردنا أن نعرف بطريقة ما أي الفرجتين مرّ منها الضوء، فلأننا لا نرى الأشياء في حال تراكب، محتم على الفوتون أن يمر عبر فتحتة واحدة بالضبط ولا يكون هناك تدخل. ذلك لأننا لا نرى تراكبات؛ بل نرى آثارها فحسب.

ولكن ماذا لو كان هناك من سبيل لـ«رؤية» أي الفرجتين مرت الفوتونات عبرها؟ لعله في الوسع «وسم» الفوتونات حين تمر خلال الفرجة بحيث يتسنى لنا لاحقًا التعرف على وسمها ومن ثمّ معرفة الفرجة التي مرت منها. في هذه الحالة، لن يكون هناك تراكب ولن يكون هناك نمط تدخل للفوتونات. والواقع أننا نستطيع القيام بهذا: يمكن وسم الفوتونات عبر وضع مصفّيات استقطاب بجانب كل فرجة، كما هو مبيّن في الشكل 7.20.

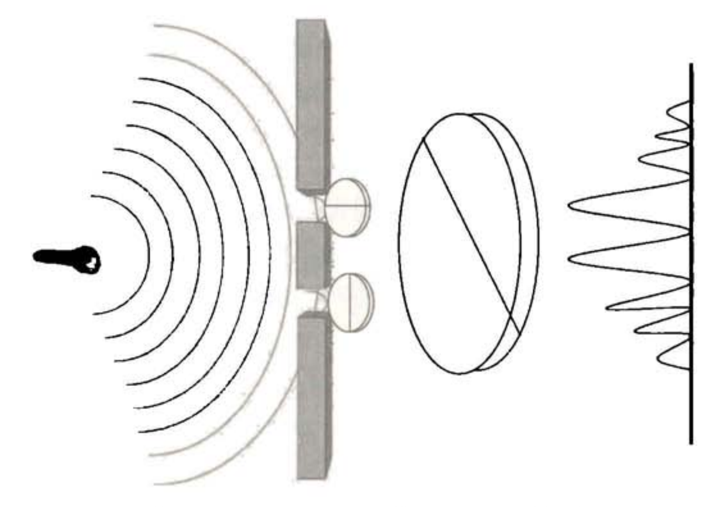


الشكل 7.20: تجربة الفرجتين مع علامات استقطاب

لاحظ أن أحد المصفيين وضع أفقيًا وأن الآخر وضع عموديًا، وذلك لضمان أن توسم الفوتونات التي تمر عبر فتحات مختلفة بشكل مختلف، بما يمكننا من معرفة أي الفتحات مرت منها. وبالتوكيد، حين تجرى مثل هذه التجربة، ولأنه ليست هناك معلومات متوفرة تخبرنا عن أي الفتحات مرّ منها الفوتون، لن يكون هناك نمط تدخل. سوف تعرض الشاشة على اليمين ضوءًا دون تدخل.

وهنا يثار سؤال واضح: حين يغادر الفوتون مصدره، هل يصبح في تراكب أم أنه ينحلّ إلى موضع ما؟ لقد رأينا أنه لو كانت كلتا الفرجتين مفتوحة ولا سبيل لوسم الفوتونات، فإنه يكون في حال تراكب. ولكن إذا كانت هناك سبيل لوسم الفوتونات، فإنه لا يكون في حال تراكب ولا يكون هناك تدخل. وحين تغادر الفوتونات مصدرها، كيف «تعرف» هذه الفوتونات ما إذا كان هناك جهاز وسم في الجانب الآخر من الفرجتين؟ ففي النهاية، قد تكون المصفّيات بعيدة جدًا عن مصدر الفوتونات. على ذلك فإن الفوتونات «تعرف» بطريقة ما يلزمها القيام به. وحسب «مصادرة الكلية»، ثمة معنى منطقي لهذا: يرتهن نتاج التجربة لما إذا كانت هناك أجهزة وسم في التجربة.

لم نكمل بعد. يمكن وضع مصفٍّ استقطاب ضخم في اتجاه قطري بين مصفيي الاستقطاب الآخرَين، كما هو مبين في الشكل 7.21.



الشكل 7.21: تجربة الفرجتين مع ممحاة كمومية

دعونا نرَ الآن ما يحدث حين تتحرك الفوتونات في رحلتها. إذا مرّت عبر الفرجة العلوية سوف تمرّ عبر المصفّي الأفقي وتخرج أفقيًا، ثم تمرّ بعد ذلك عبر مصفٍّ قطري، فإذا خرجت منه، خرجت قطريًا. وعلى نحو مماثل، إذا مرّت عبر الفرجة السفلية سوف تمرّ عبر المصفّي العمودي، وحين تمرّ عبر مصفٍّ قطري سوف تخرج هي الأخرى قطريًا. في الحالين «يمحو» المصفّي القطري المعلومات الواسمة للفرجة التي خرجت منها الفوتونات. وبدون هذه المعلومات أو بدون قدرتنا على الحصول عليها، يعود الفوتون إلى حال تراكبه ويتدخل مع نفسه. المحير بما يكفي هو أن هذا على وجه الضبط ما يحدث حين تجرى التجربة: ثمة نمط تدخل.

لقد حصلنا بالفعل على سيناريو غاية في الإثارة. حين يقترب الفوتون من الفرجتين، عليه أن يحدد الفرجة التي سوف يمر منها، وهذا يتوقف على ما إذا كان هناك مصفٍّ استقطاب قطبي على يمين الفرجتين. بطريقة ما «يعرف» الفوتون ما سوف يجده على الجانب الآخر من الفرجتين. إذا لم يوجد مصفٍّ، سوف يمرّ عبر إحدى الفرجتين، وإذا وجد، سوف يمرّ عبر كلتيهما. ولكن كيف يعرف الفوتون ما يوجد في الجانب الآخر من الحاجز؟ إن هذا يتطابق أيضًا مع «مصادرة الكلية». هنا يتوقف النتاج على إطار مجمل التجربة، الذي يشمل ما إذا كان هناك مصفٍّ ماحٍ على الجانب الأيمن من الحاجز.

يخطو علماء الفيزياء بهذه التجربة خطوة أخرى بشيء يسمى محو كمومي لاختيار متأخر. تخيل أن مصفّي الاستقطاب القطري بعيدًا جدًا عن الفرجتين وأنه وضع على بكرة بحيث يمكن تحريكه بسرعة بعيدًا عن الشاشة[1]. كي نوجز: إذا تركنا المحاة في مكانها نحصل على نمط تدخل، وإذا أبعدناها لن يكون هناك تدخل. غير أنه يمكن إجراء التجربة بحيث يمكن ترك المحاة في مكانها أو إبعادها بعد معرفتنا بأن الفوتون مرّ عبر فتحتي الحاجز. ويمكن ترك مصفّي الاستقطاب القطبي في موضعه وترك الفوتون يمرّ. ولأن المصفّي في موضعه، نعرف أن الفوتون سوف يكون في حال تراكب وأنه سوف يمرّ عبر كلتا الفرجتين.وما إن يمرّ خلالهما، حتى نستطيع إبعاد المصفّي القطري ويصبح الفوتون في وضع ما ويمرّ عبر إحدى الفرجتين.وما إن يمرّ الفوتون عبر فرجة واحدة، حتى نستطيع إرجاع المصفّي إلى مكانه. آنذاك سوف يرجع الفوتون بطريقة ما إلى حال تراكب ويُحدث تدخلًا.

(1) الواقع أني أبسط هنا التجربة الفعلية. تتعلق التجربة الحقيقية بتشغيل وتعطيل مصفٍّ قطري وهي تجرى بجسيمات متشابكة. للتبسيط أصف هنا روح التجربة.

ثمة طريقتان مجنونتان في النظر إلى هذا: (أ) بعد أن تمرّ الفوتونات عبر الفرجتين، يغيّر المجرِّب، بتحريك مصفّي الاستقطاب القطري، ما سبق للفوتونات القيام به قبل أن تمرّ خلال الفرجتين. أو (ب) بطريقة ما، قبل أن تصل إلى الفرجتين، «تعرف» الفوتونات ما إذا كان الملاحظ أبعد المصفّي. باختصار، إما أن (أ) المجرِّب غيّر الماضي، أو أن (ب) الفوتون «يعرف» المستقبل». والبديلان محيران.

يصعب فهم ما يعنيه تغيير الماضي. إن مثل هذا المفهوم ينتهك أفكارنا عن السبب والنتيجة وكل العلوم. في المقابل فإن البديل (ب)، حيث يتصرف الفوتون كما لو أنه «يعرف» المستقبل، يتسق تمامًا مع «مصادرة الكلية». يتوقف النتاج على مجمل التجربة، ويشمل هذا ما يقوم به المجرِّب أثناء سير التجربة. هنا تؤكد كلمة مجمل أن التجربة تُجرى في وقت ومكان وأن الناتج يرتهن للتجربة من البداية حتى النهاية. إن الناتج يأخذ في اعتباره ما إذا كان المجرِّب سوف يبعد مصفّي الاستقطاب. وكما يقول يوغي بيرا، «الأمر لا ينتهي حتى ينتهي».

ولكن كيف يتسنى للفوتون أن «يعرف» ما سوف يقوم به المجرِّب؟ ماذا عن حرية اختيار المجرِّب؟[1]،[2] أليست لدى المجرِّب حرية الاختيار في إبعاد الممحاة؟[3] دعونا نبد بعض الحرص في استخدام ألفاظنا. ليس لدى الفوتون وعي ولا «معرفة» بأي شيء. وما نقصده هو أنه بصرف النظر عن القوانين الفيزيائية التي تحكم سلوك الفوتون، محتم أن يأخذ في حسبانه

(1) لدى الناس حرية اختيار إذا لم تكن أفعالهم محددة مسبقًا بما حدث في الماضي. بتعبير آخر، لا يقوم الناس بما يقومون به إلا لأنهم يرغبون في القيام به (أيا كانوا هؤلاء. وكما أكدت في الفصل 1، لدى الكائنات البشرية الكثير من الأفكار والرغاب المتعارضة. أيهما الشخص الحقيقي – الشخص الذي يرغب في الكعكة أم الشخص الذي يرغب في إنقاص وزنه؟) هذه ليست فكرة بسيطة. ففي النهاية، إذا ساعدتُ السيدة العجوز على عبور الشارع لأن أمي دأبت على إخباري بأن هذا ما يجب علي القيام به، فهل أقوم بفعل حر أم أنني أمتثل لتحكّم برمجة أمي السابقة؟ ماذا لو أن أمي لم تطلب مني القيام بمثل هذه الأفعال؟ وهناك سؤال آخر: لو وجّه شخص مسدسا إلى رأسي وطلب مني القيام بفعل شائن، وقمت به، فهل أمارس حرية اختيار أم أن المجرم أرغمني على القيام بما قمت به؟ ففي النهاية، ليس محتما علي القيام بالعمل الشائن. في أي نقطة يصبح فعل الاختيار الحر فعلا اعتباطيا؟ ليست هناك إجابة سهلة عن أي من هذه الأسئلة.

(2) في عام 2006، نشر جون هـ. كونوي وسمون ب. كوتشن ما أسمياه «مبرهنة حرية الاختيار». وقد تأسست هذه المبرهنة على تجربة تجمع بين تجربتي EPR وكوتشن-سبكر. وفي حين أن تجربة كوتشن-سبكر تتعلق بجسيم واحد، تتوقف نتيجة كونوي-كوتشن على جسمي دوّامة1- متشابكين. وهناك ملاحظان مختلفان يجريان القياسات على الجسيمين. وهما يزعمان أنه لو كانت لدى الكائن البشري حرية اختيار، فكذا شأن الجسيمات. وهناك جدال حول ما إذا تم بالفعل إثبات هذه النتيجة. ومهما يكن من أمر، أعتقد أنني استنسخت نتيجتهما من تجربة الاختيار المتأخر للممحاة الكمومية.

(3) لا يتضح كيف يحال دون حرية اختيار المجرّب بحقيقة أن لدى فوتون معرفة بالاختيار الحر الذي سوف يقوم به المجرّب. حتى لو كانت لدى المجرّب دراية بالاختيارات المستقبلية، هل يستلزم هذا عوز في حرية الاختيار؟ حرية الاختيار متعلقة بالتحكم في الأفعال، وليست متعلقة بمعرفتها.

كل أفعال المجرّب. والسبب الذي يجعل هذا محيرًا هو أن القوانين التي تحكم أفعال الفوتون ملزمة بأن تأخذ في حسبانها الأفعال المستقبلية التي سوف يقوم بها المجرّب قبل أن توجد. أي أن القوانين التي تحكم أفعال الفوتون ملزمة بأن تأخذ في الحسبان القوانين التي تحكم أفعال المجرّب. وإذا أردنا إقرار أن للمجرّب حرية اختيار وأنه لا شيء يتحكم في أفعاله، فإنه ليس هناك شيء يتحكم في أفعال الجسيم أيضًا. بتعبير آخر

لدى الكائنات البشرية حرية اختيار ← لدى الجسيمات حرية اختيار.

ولكن هل صحيح فعلًا أن للجسيمات حرية اختيار؟ هل يمكن لنا الاعتقاد في مثل هذه الأشياء؟ إنها لا تبدي أي أمارات تشي بأن لديها حرية اختيار. ولكن هناك طريقة أخرى في النظر إلى هذا الأمر: ماذا لو كان الجسيمات لا تمتلك حرية اختيار وكانت كل أفعالها محتمة كليًا بقوانين؟ آنذاك لن يكون للكائنات البشرية هي الأخرى حرية اختيار، ومن ثم نحصل على المعكوس:

ليس لدى الجسيمات حرية اختيار ← لدى الكائنات البشرية حرية اختيار.

من منظور علمي لا غرابة إطلاقًا في هذا. ففي النهاية، الكائنات البشرية مؤلفة من جسيمات. وملتزمين بالمقولة المعتادة لدى النزعة الردية، سوف يقول العلماء أن ميل الجسيمات نحو الامتثال لقوانين الفيزياء المعتادة إنما يستلزم أنه محتم على الكائنات البشرية أن تمتثل لقوانين الفيزياء المعتادة. وإذا كانوا يعتقدون أن للجسيمات حرية اختيار، فإنهم ملزمون بالاعتقاد بأن لدى الكائنات البشرية، المكونة من جسميات، حرية اعتقاد[1].

جوانب غريبة أخرى من ميكانيكا الكم

توجد ثلاثة جوانب أخرى على الأقل من ميكانيكا الكم تتسم بالغرابة ويجدر ذكرها. أولًا، تستخدم ميكانيكا الكم رياضيات الأعـداد المركبة. تكتب مثل هذه الأعداد بالصيغة بـ + تـ ن، حيث بـ وتـ أعداد حقيقية، ون الجذر التكعيبي المتخيّل لعدد سالب. يبدو هذا صادمًا لأن معظم القوانين

(1) ثمة إمكان لم أذكره. لعل لدى الجسيمات حرية اختيار وقرار المجرّب بخصوص إبعاد مصفّي الاستقطاب القطبي محدد بطريقة ما بقرار الجسيم بخصوص الذهاب إلى تراكب. أي أن الجسيم يتحكم في الملاحظ البشري. وبطبيعة الحال فإن هذا غريب. على ذلك، هناك تجربة مهمة قام بها بنجامين لبرت (1916-2007) جديرة بالذكر. لقد اكتشف أن مناطق بعينها في خلف الدماغ تثار ثواني قبل وعي صاحبه باتخاذ قرار بعينه. بتعبير آخر، ثمة مكان في الدماغ يتحكم فينا ويخبرنا بما نرغب فيه وما نقوم به. للمزيد انظر الجزء III من العمل الممتاز Norretranders (1998). في الآونة الأخيرة ذهب علماء الأعصاب بتجارب لبرت بعيدًا.

الفيزيائية الأخرى تستخدم أعدادًا حقيقية بسيطة. ففي النهاية، القياسات التي نقوم بها أعدادًا حقيقية. طول القضيب 18،63 بوصة. درجة حرارة الجسم 46،168 درجة مئوية. سرعة القذيفة 265,643 ميل في الساعة. ولأننا نقيس الخصائص بأعداد حقيقية، نتوقع أن تصاغ قوانين الفيزياء باستخدام أعداد حقيقية. لكن هذا لا يحدث! فالأعداد المركبة تستخدم بطريقة غاية في الأساسية. سوف يكون من الصعب تمامًا إجراء حسابات في ميكانيكا الكم دون أعداد مركبة.

الأمر الغريب الثاني الذي يجب علينا توكيده هو اللاحتمية الكلية في ميكانيكا الكم. فكما ذكرنا في الجزء السابق، كل جزء من العلوم الفيزيائية حتمي. وهناك صيغ تصف الأفعال في النسق، وقد لا تكون هذه الصيغ قابلة للحوسبة، بل إنها قد تكون مجهولة بالنسبة لنا. على ذلك، فإن الأنساق تمتثل لقوانين الفيزياء المحكمة. وهذا يتقابل بشكل صارخ مع ميكانيكا الكم، التي تبدو، في لبها، عشوائية. ولكن لماذا يلزم أن يكون الأمر على هذا النحو؟

وأخيرًا، الجانب الغريب الأخير في ميكانيكا الكم الذي سوف أناقشه هو أول ما اكتشفه العلماء. في مطلع القرن العشرين، اكتشف ماكس بلانك (1858-1947) نمطًا بعينه من الطاقة ليس لديه سوى قيم منفصلة. في حين أنك تستطيع تعديل جهاز تنظيم الحرارة بأي قيمة تشاء بين 72،4 و72،5، فإن لدى أنساق ميكانيكا الكم طاقة تطلّق بوحدات بعينها وليست لديها طاقة بين هذه الوحدات. وبمرور الوقت، لاحظ مؤسسو ميكانيكا الكم أن هذا لا يسري على الطاقة فحسب، بل يسري أيضًا على خصائص كثيرة أخرى في ميكانيكا الكم. لقد اكتشفوا أن للجسيمات أوضاع دوران منفصلة، وأن للزمان وحدات منفصلة، وكذا شأن المسافة. الإلكترونات تقفز من فلك إلى فلك دون أن تطوي المسافة الفاصلة بينهما. ومثل هذه القفزات تسمى بـ «القفزات الكمومية».

بالنسبة لي، تصعب رؤية كيف يمكن إدراج هذا الجوانب الثلاثة من ميكانيكا الكم تحت بند «مصادرة الكلية». ولكن لعلها لا تندرج تحته.

استكملنا جولتنا القصيرة مع ميكانيكا الكم. يالها من رحلة غريبة! فما الذي تعلمناه؟

- لدى خصائص الأشياء أكثر من قيمة في أي وقت معطى.

- لا سبيل لتحديد القيمة التي سوف تلاحظ حين تقاس الخاصية.
- يتوقف الواقع على طريقة قياسه.
- ترتبط أجزاء متباعدة من كوننا بشكل غريب.
- لا سبيل للفصل بين المجرّبين وحرية اختياراتهم وبين تجاربهم.

فما الذي يمكن أن نصنعه بهذا العالم المهلوس؟ لقد مر على ميكانيكا الكم أكثر من قرن وكان العلماء مشغولين بجعلها أكثر استساغة. وقد سببت هذه النظرية ضررًا بأحداسنا حول العالم الفيزيائي لا سبيل للتغاضي عنه. سوف أتحدث عن أسس أربع مدارس رئيسة في التأويل.

تأويل ميكانيكا الكم

مدرسة كوبنهاغن

تطورت أشهر مدرسة فكرية على أيدي مؤسسي ميكانيكا الكم نيلز بور، وفيرنر هايزنبرغ. تمثل هذه المدرسة الرؤية الأرثوذكسية لدى معظم علماء الفيزياء وقد أثرت في عرضنا. إنها تقر أساسًا أنه لا شيء في الواقع يؤسس الكون المادّي. القيم لا توجد إلى أن يقيس ملاحظ واعٍ الخاصية المعنية. لا وجود للقيمة قبل ذلك، بل إن القياس يوجد القيمة.

عند بور وشركائه، ليس هناك عالم كمومي، بل هناك فحسب وصف ميكانيكي كمومي مجرد. ومن الخطأ الاعتقاد أن مهمة الفيزياء تتمثل في الكشف عن ماهية الطبيعة. بدلًا من ذلك فإن الفيزياء معنية بما يمكن أن نقوله عن الطبيعة. ولا يفسّر تأويل كوبنهاغن السب الذي يجعل ميكانيكا الكم لاحتمية ولا الكيفية التي ينحل بها التراكب. الواقع أنهم يذهبون إلى أبعد من هذا ويقولون إن مثل هذه المسائل ليست علمية ويجب اعتبارها خلوا من المعنى.

ومن المهم أن نلحظ أن تأويل كوبنهاغن ليس رأيًا يأخذ به بضعة أناس مجانين على هامش النقاش العلمي. الواقع أن هذا التأويل يعد الرأي السائد بين دارسي ميكانيكا الكم، والآراء الأخرى هي التي تعد غير أرثوذكسية وغير معقولة.

وهناك جانب إيجابي وجوانب سلبية في تأويل كوبنهاغن. الجانب الإيجابي هو أنه إذا اعتُبرت كل الأسئلة حول معنى ميكانيكا الكم غير مشروعة، فإنه ليست هناك أسئلة. في وسع المرء أن يواصل العمل ببساطة على المعادلات. وفي حين أن هذا ليس مرضيًا عندي، فإن معظم علماء الفيزياء الذين يرغبون في التفكر حول مسائل تأسيسية يحبذون هذه الحرية. إنهم يعتقدون أن مشاكل ميكانيكا الكم مجرد مشاكل زائفة. في كلمته في الاحتفال بنيله جائزة نوبل، قال عالم الفيزياء غيل-مان إن «نيلز بور غسل أدمغة جيل كامل من علماء الفيزياء بأن أقنعهم بأن مسألة [تأويل ميكانيكا الكم] قد حلّت منذ خمسين عامًا». فهنيئًا لهم بهذا.

الجوانب السلبية من تأويل كوبنهاغن واضحة. معتوه حقيقة من يعتقد أن القمر هناك فقط لأن هناك من ينظر إليه. كيف يتأتى ألا يوجد الجسيم إلى أن يلاحَظ، وتظل لدى كل منا فكرة متساوقة عن الوجود؟ للأسف أن هذا التأويل لا يفسّر بالفعل الكيفية التي يسبب بها الوعي انحلال التراكب. وأسوأ جزء في تأويل كوبنهاغن هو أن هناك شعورا بدوغما لا تتعرض للنقد: «هذا هو الوضع ويجب على الجميع أن يلتزموا الصمت حياله». ثمة شيء غير مرض حين يخبرك العلماء بأنه ليس هناك تفسير حقيقي للظواهر، وأن السؤال لا معنى له.

كون عديد

السبب الرئيس الذي يجعل التراكب غريبًا إلى هذا الحد هو أنه لم يسبق لنا أن رأيناه. حين ننظر في الكون نرى كل شيء في مكان واحد وبقيمة واحدة لكل خاصية. مسألة القياس تثير السؤال: لماذا يلزم أن ينحلّ الشيء بمجرد قياسه؟ فضلًا عن ذلك، لماذا يبدو أنه ينحلّ بشكل عشوائي إلى موضع دون غيره؟ في عام 1955، اقترح هيو إيفيريت الثالث (1930-1982)، وهو عالم فيزياء لمّاح، حلًا جذريًا سمي بـ **فرضية العوالم المتعددة أو الكون العديد**. وقد قال إنه حين يحدث القياس، لا ينحلّ التراكب إلى مَوضع واحد، بل ينقسم الكون بأسره إلى أكوان عديدة مختلفة لدى كل كون أحد نتائج القياس الممكنة. مثل هذا، حين تجرى تجربة شرودنغر، ينقسم الكون إلى كونين. في أحدهما تفتح الصندوق وتسعد بوجود القطة حية، وفي العالم الآخر تفتح الصندوق وتحزن وتندم على استخدامك حيوانات في تجاربك العلمية. ولا يوجد بين هذين الكونين أي ارتباط، فهما

منفصلان تمامًا. كلاهما يحتوي نسخة منك لا تعرف شيئًا عن الكون الآخر.

وثمة العديد من المناقب في الاعتقاد في كون عديد. من جهة، لم تعد لدينا مشكلة قياس. ليس هناك انحلال من تراكب إلى وضع بعينه، بل هناك انحلال من تراكب إلى كل موضع. ومن جهة أخرى، على الرغم من أنك لا تستطيع أثناء قيامك بالتجربة أن تحدد أي نتاج سوف ينحل إليه التراكب ضمن الكون الذي تعيش فيه، فإنك حين تنظر إلى الكون العديد بأسره، فإنك سوف تستعيد الحتمية. يقول القانون الفيزيائي إن التراكب سوف ينحل إلى كل موضع في كون ما. وهذا قانون حتمي[1]. المحلية تستعاد هي الأخرى في تأويل الكون العديد. حين تقوم آن بقياس على جسيمها، ينقسم الكون إلى كونين: الكون الذي يزيد فيه الدوران والكون الذي يقل فيه الدوران. وفي كل من هذين الكونين، يكون لدى جسيم بوب الدوران الصحيح. ولهذا فإن قياسًا واحدًا لا يؤثر في الجسيم الآخر، بل يُخلق كون جديد بأسره. رياضيات الكون العديد أبسط بكثير[2] ولهذا فإنه يستوفي شروط شفرة أوكام، التي تطلب منا اختيار الرؤية الأبسط. وللكون العديد منقبة أخرى سوف نقابلها حين نناقش المبدأ الأنثروبي في الجزء 8.3. غير أن معظم علماء الفيزياء لا يأخذون بتأويل الكون العديد، بل إنه مستهجن لديهم إلى حد بعيد. على ذلك، هناك عدة علماء فيزياء، من أمثال ماكس تغمارك وديفيد ديتتش، يتشبثون به.

مثالب الكون العديد واضحة. أين هذه الأكوان الأخرى؟ وما الآلية التي ينقسم بها الكون؟ هذه هي نهاية المطاف في اللامحلية: كون واحد هنا وكون واحد هناك على مسافة بعيدة عنه ببساطة بسبب إجراء قياس بسيط. فكرة وجود هذا العدد الهائل من الأكوان مربكة. كيف لنا أن نفترض وجود شيء لا شواهد مادّية عليه؟

متغيرات خفيّة

يمكن قفو مدرسة المتغيرات الخفيّة إلى لويس دي بروغل (1892-

(1) هذا شبيه للعبة بنغو (Bingo) حيث يقفز الفائز ويصرخ قائلاً إن فوزه معجزة. بالنسبة للاعبين الآخرين الذين لم يفوزوا، يستبين أنها ليست معجزة. غير أنه بالنسبة للمراقب «الخارجي» -الذي يعرف أن شخصا ما سوف يفوز باللعبة ويصرخ إنها معجزة- هذا متوقع وحتمي جدًا.

(2) في اللغة الرياضية لا يلزم المرء سوى التعامل مع عوامل موحّدة وليس مع عوامل هرمتية.

1987) وديفيد بوم (1917-1992). لقد كان هذان القائدان قلقين بخصوص اللاحتمية في ميكانيكا الكم. فلعل هناك متغيرات خفيّة تفسّر الموضع الذي ينحل التراكب إليه. وقد اشتغلا على نظريات مركبة للوصول بالفعل إلى صيغ قوانين حتمية في الكيفية التي تعمل بها ميكانيكا الكم. غير أن أغلب علماء الفيزياء تغاضوا عن نظرية المتغيرات الخفيّة، التي ظهرت قبل مبرهنة بل، لأن المعادلات التي طرحوا أخذت في حسبانها جوانب بعيدة جدًا عن المشهد. أي أن المتغيرات لم تكن محلية. وكان هذا غير مستساغ إطلاقًا لعلماء الفيزياء قبل صياغة مبرهنة بل. لقد شعروا أنه لزام على كل الفيزياء أن تكون محلية ولا تأخذ في الحسبان إلا ما هو قريب. ولم يشرع الناس في ملاحظة أن ميكانيكا الكم غير محلية بصرف النظر عن وجود متغيرات خفيّة إلا بعد إقرار مبرهنة بل.

وحتى لو نجحت الفكرة بأسرها، فإن المتغيرات الخفيّة لا تعين المادّية الساذجة. بتعبير آخر، يلزم إنكار الفكرة البسيطة التي تقول إن للشيء خاصية بعينها قبل قياسها، وأننا نكتشف الخاصية بعد قياسها. حتى المتغيرات الخفيّة تعجز عن استعادة المادّية الساذجة. وهي لا تساعد اللامحلية أيضًا، فالعالم الكمومي لامحلي بشكل متأصل.

ومن بين المناقب الأساسية في برنامج المتغيرات الخفية هو أن قوانينه حتمية. لقد كان من ضمن الأهداف الأساسية للعلم خلال ثلاثة القرون الفائتة وضع قواعد حتمية لكل الظواهر. «إذا حدث هذا، سوف يحدث ذاك». فلماذا ينبغي علينا أن نعتقد بعد تحقيق الحتمية النجاح في مجالات علمية أخرى، أنها تفشل في الفيزياء؟ لماذا يجب أن يكون العالم دون-الذري مختلفا عن سائر الكون؟ لقد استطاع بحاث المتغيرات الخفيّة استعادة هذا الملمح المهم لعالمنا المادّي.

غير أن هناك مثالب في المتغيرات الخفيّة أبعد معظم علماء الفيزياء عنها. ومثل هذا، معادلات المتغيرات الخفيّة وآلياتها (الموجات الرائدة) قميئة. ليست هناك معادلات بسيطة تعطي أجوبة بسيطة، بل هناك معادلات تأخذ في الحسبان الكثير من الظواهر غير المحلية. حتى في حالة المعلومات غير المحلية، لا يسهل حساب النتائج. إنها شبيهة ببعض الأنساق التي وقفنا عليها في الجزء 7.1. وعلى الرغم من أن القوانين حتمية، فإنها لا تعين كثيرًا في جعل أي شيء قابل للتنبؤ. حقيقة أن الجسيمات تعرف إلى أين تذهب لا تعني أننا قادرون على التنبؤ بالمكان الذي سوف تذهب إليه.

المنطق الكمومي

آخر مدرسة سوف أقف عندها هي المنطق الكمومي. وكان أول من صاغ أفكارها غاريت بيركوف (1911-1996) وجون نيومان (1903-1957) في دراسة صدرت عام 1936[1]. وكان هدفهما تعديل قوانين المنطق بحيث تصف العالم الكمومي. نعرف جميعا قواعد المنطق العادية الخاصة بالعيش في العالم الواقع؛ ولكن ما القواعد المنطقية الخاصة بالعالم الكمومي؟

دعونا نناقش مثلًا. اعتبر القضايا الثلاث التالية:

أ = بوب ديمقراطي.

ب = بوب صغير السن.

ج = بوب غني.

نستطيع أن نولّف بينها بحيث نشكل القضية

أ و(ب أو ج)،

التي تعني أن بوب ديمقراطي وإما أنه صغير السن أو غني. ونستطيع أيضًا أن نشكل القضية

(أ وب) أو (أ وج)،

التي تعني إما بوب صغير السن وديمقراطي أو بوب ديمقراطي غني. إذا قرأت هذا بعناية سوف ترى أن هاتين القضيتين أسلوبان في قول الشيء نفسه. رمزيًا، لدينا

أ و(ب أو ج) = (أ وب) أو (أ وج).

هذه حالة عينية لـ القانون التوزيعي في المنطق، الذي يقول إن «و» تتوزع على «أو». ومثل هذه الحالات العينية حقيقة أساسية في الكون، ونحن نستخدم هذا القانون ضمنيًا في حياتنا اليومية.

دعونا نعد الآن إلى العالم الكمومي. اعتبر القضايا الثلاث التالية حول تجربة الفرجتين.

س = كان هناك تدخل.

(1) Birkhoff and von Neumann (1936).

ص = مر الفوتون عبر الفرجة العلوية.

ع = مر الفوتون عبر الفرجة السفلية.

ولّف بين هذه القضايا بحيث تشكل

س و (ص أو ع)،

التي تعني إنه كان هناك تدخل والفوتون مرّ عبر الفرجة العلوية أو السفلية. والواقع أنه مرّ عبر الفرجتين. هذه قضية صادقة حول تجربة الفرجتين. في المقابل

(س وص) أو (س وع)

تعني إما أنه كان هناك تدخل والفوتون مرّ عبر الفرجة العلوية (كاذبة) أو كان هناك تدخل والفوتون مرّ عبر الفرجة السفلية (كاذبة أيضًا). هذه قضية كاذبة. رمزيًا، نخلص إلى أن

س و (ص أو ع) 1 (س وص) أو (س وع)

وهكذا، في حين أن القانون التوزيعي يصدق في عالم الناس والبلورات والديمقراطيين الواقع، فإنها لا يصدق في عالم الجسيمات الكمومي.

وقد واصل البحاث فحص جوانب عديدة ومختلفة من العالم الكمومي واختبروها من منظور المنطق الكمومي. الجانب الإيجابي من المنطق الكمومي هو قدرته على استخراج معنى معقول من العالم دون-الذري المجنون. ففي النهاية، يعيننا المنطق على الملاحة في العالم الأكبر؛ ومن الجيد أن نجد أن المنطق يعيننا في العالم دون-الذري. الجانب السلبي هو أن المنطق الكمومي لا يخلّصنا من الغرابة. إنه ببساطة يصادر على المطلوب: لماذا ينبغي علينا قبول قواعد المنطق الكمومي الغريبة؟ لماذا يلزم العالم أن يمتثل لقوانين مختلفة عن القوانين المعتادة في الحياة اليومية؟ إذا كان العالم الكمومي يمتثل للمنطق الكمومي، فلماذا يمتثل العالم الواقعي للمنطق الكلاسي؟ ويظل هناك المزيد من الأسئلة.

خلاصة

كل تأويلات ميكانيكا الكم الأربعة غير مرضية. لكل منها جوانب سلبية تقلقنا وتثير شكوكنا. لعل لا واحد منها (ولا أي تأويل متوفر آخر) صحيح. ولعل المستقبل سوف يكشف لنا عن تأويل جديد يؤمن لنا بالفعل رؤية

صحيحة. أو لعلنا لن نحصل إطلاقًا على التأويل الصحيح. تذكّر، لا يوجد شيء «هناك» يضمن أن الكون الذي نعيش فيه قابل للفهم.

في الوقت الراهن، ليست هناك تجارب علمية بمقدورها أن تحدد أي هذه التأويلات هو الصحيح. لكل رؤية سبيلها في النظر إلى الواقع والتنبؤ بنتائج ميكانيكا الكم. وتفضيل تأويل بعينه يرتهن أساسًا لنمط الخصائص التي يُعتقد أن كوننا يحوزها. إذا اعتقدت أن الكون حتمي، لن تتبنى تأويل كوبنهاغن بل تأويل المتغيرات الخفية. إذا لم تجد سبيلًا لقبول وجود بلايين البلايين من الأكوان المختلفة، فعليك أن تتجنب تأويل الكون العديد. في المقابل، إذا آمنت إيمانًا أعمى بشفرة أوكام، فقد تقبل هذا التأويل برياضياته الأبسط. كل هذه الخيارات المختلفة هي في أساسها أفكار تجعلك تشعر بالرضا بخصوص الكون الذي تعيش فيه. وما لم يتسن إجراء تجربة تثبت صحة تأويل وبطلان سائر التأويلات، ليس هناك مبرر علمي لاختيار أي منها. أما الآن، فإن التأويل الصحيح لميكانيكا الكم يتجاوز العلم.

وما لم تكن متشبثًا يؤمن بإحدى المدارس، يجب أن تنضم إلى سائرنا من المترددين الفانين وتلحظ أن الطبيعة الأساسية لكوننا تتجاوز ببساطة حدود العقل.

وثمة بحاث يفضّلون أن يطّرحوا جانبًا موضوع تأويل ميكانيكا الكم برمته. إن لديهم رؤية عملية تمامًا، ولا يحفلون إلا بما إذ كانت نتائج أجهزة القياس صحيحة. وهؤلاء الأداتيون لا يعنون إلا بنجاح المعادلات في إنتاج تنبؤات صحيحة. إنهم لا يجدون سببًا للاهتمام بمعرفة السبب وراء نجاح المعادلات، ولا بمعرفة الواقع المؤسس للكون المادّي. شعارهم هو «اصمت، واحسب». إنهم يعتقدون أنه على المرء ألا يضيع وقته في التأمل فيما يحدث «تحت الجبّة» وفي التساؤل عما إذا كان هناك واقع أعمق. عندهم، الطبيعة المؤسسة للواقع الفعلي إما مستغلقة علينا أو ليست جديرة بتفكرنا. إنهم يرون أن دراسة تأويل ميكانيكا الكم مجرد «ميتافيزيقية»، ويلزم من ثم رميها في سلة مهملات الأفكار الرديئة.

وكان ديفيد ديتتش قد وجّه انتقادات حادة لمثل هؤلاء الأداتيين[1]. لقد تخيّل جنسًا من العباقرة القادمين من الفضاء يمنحون البشر «وسيطًا وحيًا» أو «صندوقًا سحريًا» يخبرهم عن نتائج أي تجربة. أي أننا نُخبر نحن البشر بالتجربة التي نرغب من الوسيط القيام بها وهو يخبرنا بشكل إعجازي عن نتائجها. سوف يقوم بكل التنبؤات التي نرغب فيها أو نحتاج إليها.

(1) Deutsch 1997, 4 - 6.

سوف يرضي هذا الأداتيين الذي يطلبون منا أن نصمت ونحسب. لن يكونوا في حاجة لأن يحسبوا، بل حسبهم أن يلعبوا مع وسيطهم. غير أن هذا لن يكون مرضيًا إطلاقًا لمعظم البشر. إننا لا نرغب في معرفة نتائج التجربة مسبقًا، بل نرغب في فهم السبب الذي يجعل العالم يعمل بالطريقة التي يعمل بها. معظم الناس لا ترضيهم مجرد معرفة نتائج التجربة. الواقع أن دتتش يقول إن لدينا بالفعل مثل هذا الوسيط: إنه العالم الذي نعيش فيه، والذي يخبرنا بكل نتائج التجارب التي نقوم بها. لكن هذا لا يكفي. إننا نخترع نماذج ذهنية للكيفية التي يعمل بها العالم، والسبب الذي يجعله يعمل بالطريقة التي يعمل بها.

وفي حين أتعاطف مع الرؤية الأداتية التي تقر أن مسألة التأويل المناسب لميكانيكا الكم ليست قابلة للبتّ في الوقت الراهن، وسوف أدافع عن حقهم الدستوري في التغاضي عن هذه المسألة، فإنني لا أحبذ موقفهم الأخلاقي الذي ينكر الميل البشري نحو التأمل في العالم من حولنا. ينبغي أن تواصل الكائنات البشرية محاولة فهم كوننا.

وفي حين أن ميكانيكا الكم علم حقيقي نستخدم تنبؤاتها في كل مرة نشغل الراديو أو الميكرويف، فإننا لا نستطيع أن نفهم بالفعل لماذا تعمل بالطريقة التي تعمل بها. فعلى الرغم من أن ميكانيكا الكم تصف وتتحكم في معظم الكون المادي، نظل نواجه صعوبة في جعلها قابلة للفهم. وهذا يضطرنا إلى طرح عدة أسئلة: هل سيأتي وقت نتعود فيه على غرابة ميكانيكا الكم؟ ما الذي تقوله حول علاقة الذهن البشري بالعالم الذي نعيش فيه إذا كنا عاجزين عن صياغة نموذج ذهني لهذه الغرابة؟ وكإجابة جزئية عن بعض هذه الأسئلة، يلزمنا أن نقبل أن غرابة ميكانيكا الكم لا يثبت بطلانها. ففي النهاية، عشنا في عالم بدون تراكب، وعلينا أن نتوقع أن يعتبر ذهننا التراكب شيئًا غريبًا. واختبرنا أيضًا عالمًا بمحلية، ولذا فإنه لا غرو في أن تبدو لامحلية ميكانيكا الكم غريبة. وعلى نحو مشابه، ثمة جوانب غريبة أخرى في ميكانيكا الكم تستعصي على الفهم. ينبغي علينا أن نفهم أن الذهن البشري ليس الشيء الأساسي في الطريقة التي يعمل بها العالم. لقد تساءل ديفيد هيوم، سنين عديدة قبل ظهور مسألة تأويل ميكانيكا الكم، «أي ميزة خاصة يتمتع بها هذا القلق الصغير الذي نسمّيه الفكر، بحيث نجعل منه نموذج الكون بأسره»[1]. إن العالم يعمل بالطريقة التي يعمل بها وعلينا أن نتكيف معه لأنه لن يتكيف معنا.

(1) من نهاية الجزء الثاني من كتاب هيوم *Dialogues Concerning Natural Religion* (Hume, 1988, 19).

أختتم بكلمات لنيلز بور، أب ميكانيكا الكم، التي قال فيها إن بعض أفكار ميكانيكا الكم تتطلب «تنقيحًا جذريًا لمواقفنا إزاء الواقع المادّي»[1]. وهذا صحيح تمامًا!

7.3 نظرية النسبية

لدى نظرية النسبية لآلبرت أينشتاين بعضٌ من أجمل الأفكار في كل العلوم. ويمكن وصف معظم الأفكار باستخدام تجارب فكرية يسهل فهمها. وعلى الرغم من بساطتها، استطاعت هذه النظرية أن تحدث ثورة في فهمنا للعالم من حولنا.

ليس مرامي أن أغطي تفاصيل النظرية النسبية، بل أرغب فحسب في نقاش سبلها في إعادة تشكيل رؤيتنا للكون. ولتحقيق هذا لنا أن نغفل المعادلات، ونركز على بعض التجارب الفكرية مستخدمين بعض الأشكال المفيدة.

لنظرية النسبية صيغتان. في عام 1905 صاغ أينشتاين النظرية الخاصة في النسبية، التي تتعامل مع الكون دون جاذبية أو تسارع. وفي وقت لاحق، في عام 1914، عمّم هذا العمل في شكل النظرية العامة في النسبية، التي تتعامل مع الجاذبية والتسارع. سوف أبدأ بالنسبية الخاصة، ثم أمضي قُدمًا نحو النسبية العامة.

مؤدى الفكرة المحورية في نظرية النسبية هو أن خصائص الكون المادّي تتوقف على الطريقة التي تقاس بها. وهذا يتقابل بشكل قاطع مع أفكارنا الساذجة حول القياسات. عادة ما نقول إن للشخص الذي ننظر إليه طول محدد، وسوف ندركه بشكل مختلف حين ننظر إليه من مسافات مختلفة. حين نكون بعيدين عنه، يبدو صغيرًا، وحين نقترب منه يبدو كبيرًا. في هذه الحالة البسيطة، نستطيع أن نقول إن هناك طولًا مطلقًا، ولكن هناك أيضًا أطوال نسبية مختلفة. وفي مقابل هذه الأفكار المألوفة، تخبرنا النظرية النسبية بأن خصائص الشيء مختلفة بالفعل وفقًا على الطريقة التي يُنظر بها إليها. ليست هناك مطلقات.

دعونا نبدأ بسؤال بسيط: ما طول ساحل النرويج؟ لا يصعب الحصول على

(1) Bohr 1935, 702.

الإجابة. ببساطة خذ خريطة ومسطرة وقم بقياسه. المشكلة هي أن الساحل ليس خطًا مستقيمًا، إذ توجد الكثير من المنعرجات والعطفات التي تصعّب الحصول على رقم دقيق. إذا حصلت على خريطة أكبر أو قست الساحل بمسطرة أصغر، واستطعت أن تأخذ في حسبانك المزيد من الأماكن المنزوية من الساحل، سوف تجد أن طول الساحل أكبر. يمكن للمرء أن يحمل هذه المسألة محمل الجد، ويمشي بمحاذاة ساحل النرويج ويقيسه في أثناء مشيه حول أزقته البحرية الرائعة. ومن شأن قياس خط ساحلي بهذه الطريقة أن يزيد طول خط شاطئه. ولو طلبنا من نملة أن تمشي بمحاذاة خط النرويج الساحلي، سوف يكون أطول حتى من هذا[1]. ما الطول الحقيقي لساحل النرويج؟ الإجابة هي أن طول الشيء يتوقف على الطريقة التي يقاس بها. تسمى هذه الغرابة مفارقة الخط الساحلي، ولكن الفكرة بالتوكيد لا تتعلق بالنرويج ولا بالساحل. سوف نطرح السؤال بخصوص الكثير من الأشياء المادّية.

من المهم أن تلحظ أن هذه التجربة الفكرية تجادل ضد الأطوال المطلقة. قد تعتقد أن هناك طولًا محددًا بشكل دقيق لساحل النرويج، وأننا باستخدام أجهزة أفضل نستطيع الحصول على مقاربة أفضل للطول الدقيق. لكن هذا غير صحيح، فالطول يتوقف على طريقة قياسه. سوف نجد ظواهر مشابهة ضمن النظرية النسبية.

النسبية الغاليلية

تأسست نظرية أينشتاين النسبية على أسلاف عمالقة. لقد وصف غاليليو كيف أن إدراكنا لقوانين الفيزياء يظل ثابتًا على حاله حين تكون هناك حركة ثابتة. وقد ناقش الحركة في وسيلة نقل مهمة في جيله: القوارب، حيث أجرى تجارب مختلفة باستخدام قارب ساكن وقارب متحرك. كتاباته جميلة وواضحة إلى حد يبرر هذا الاقتباس المطوّل منها:

أغلق على نفسك صحبة صديق في مقصورة تحت ظهر سفينة كبيرة، وخذ معك بضع ذبابات وفراشات وحشرات طائرة أخرى. خذ صحن ماء كبير

(1) إلى أي حد على وجه الضبط يمكننا أن نمضي بهذه العملية؟ قد نجادل بأننا لا نستطيع قياس أي شيء أصغر من الذرة، ولهذا يجب اعتبارها وحدة القياس المثالية. بتعبير آخر، احسب عدد الذرات التي تمر من أعلى النرويج حتى أسفلها. من شأن هذا أن يجعل شاطئ النرويج كبيرًا جدًا لكنه يظل عددًا متناهيًا. لو تجاوزنا الذرة، قد نصل إلى موقف شبيه بموقف ماندلبروت الذي ناقشنا في الجزء 7.1. ليس لحدود هذا الموضوع الرياضي مستوى ذري يجب أن يتوقف القياس عنده، بل هو ذو تركيب لامتناه. ويمكن إثبات أن حدّ فئة ماندلبروت طويل إلى مالانهاية لكن المساحة المحيطة به متناهية. ماذا عن النرويج؟

به بضع سمكات؛ علّق قارورة بها ماء فوق وعاء ودعها تفرغ ما فيها قطرة قطرة فيه. حين تكون السفينة واقفة تمامًا، لاحظ بدقة الكيفية التي تطير بها الحشرات بسرعة متساوية في أرجاء المقصورة. أما السمك فيسبح بشكل عشوائي في كل الاتجاهات، فيما تسقط قطرات الماء على الوعاء أسفلها. وحين ترمي بشيء لصديقك، لن تحتاج لأن ترميه بطريقة أقوى وفقًا على الاتجاه الذي ترمي فيه، إذا كانت المسافات متساوية. وحين تقفز بكلتا قدميك، تطوي مسافات متساوية في كل اتجاه. حين تلحظ كل هذه الأشياء بعناية تامة (على الرغم من أنه ليس هناك شك في أنه محتم أن يحدث كل ذلك بهذه الطريقة مادامت السفنية واقفة)، دع السفينة تتحرك بالسرعة التي تريد، مادامت السرعة منتظمة، ولا تتراوح بين هذه وتلك. سوف تكتشف أنه لا تغير يطرأ، مهما كان طفيفًا، في كل الحوادث سالفة الذكر، ولن تستطيع أن تعرف من أي منها ما إذا كانت السفينة واقفة أو متحركة. في حالة القفز، سوف تطوي من الأرضية المسافات نفسها كما فعلت من قبل، ولن تكون قفزاتك أوسع صوب مؤخرة السفينة منها صوب مقدمتها، على الرغم من أن السفينة تتحرك بسرعة كبيرة، وعلى الرغم من حقيقة أنك في الفترة التي تكون فيها في الهواء تكون الأرضية تحتك تسير نحو الاتجاه المعاكس لقفزتك. وحين ترمي شيئًا لرفيقك، لن تحتاج إلى قوة أكبر كي يصل إليه سواء كنت في اتجاه مقدمة السفينة أم مؤخرتها، مما لو كنت في الاتجاه المعاكس. والقطرات سوف تسقط في الوعاء تحتها كما كانت تسقط، دون أن تتجه نحو مؤخرة السفينة، على الرغم من أن القطرات حين تكون في الهواء تطوي السفينة بضعة أشبار. وسوف تسبح الأسماك في الماء صوب واجهة صحنها بنفس قدر القوة التي تحتاجها لسباحتها في الاتجاه المعاكس، وسوف تسبح بالسهولة نفسها صوب الطُعم أنى ما كان حول حواف الصحن. وأخيرًا، سوف تواصل الفراشات والذبابات طيرانها دون فرق صوب كل اتجاه، ولا يحدث إطلاقًا أن تتجمع في اتجاه مؤخرة السفينة، كما لو أنها تعبت من مواكبة مسار السفينة، التي تفرقت منها في أثناء الفترات الفاصلة عبر البقاء في حال طيران[1]. وكان غاليليو يصف الكثير من التجارب المختلفة التي تثبت أن قوانين الفيزياء لا تستطيع أن تعرف الفرق بين قارب واقف تمامًا وقارب متحرك (دون

(1) Galileo 1953, 186 - 187.

تسارع)[1]. ناقش أينشتاين تجارب مماثلة باستخدام قطارات، وهي وسيلة مواصلات مهمة في جيله. غير أنني سوف أتحدث عن السيارات لكونها أكثر معاصرة. حين تكون راكبًا في سيارة سرعتها 50 ميلًا في الساعة، ارمِ بكرة صغيرة إلى الأعلى. إذا لم تكن السيارة في حال تسارع، أو تباطؤ، أو تلف بزاوية حادة، سوف تسقط الكرة برفق في راحتيك. الواقع أن هذه واقعة مدهشة، لأن يديك تحركتا إلى الأمام بضع ياردات في أثناء الثواني القليلة التي كانت فيها الكرة في الهواء. والواقع أن الكرة تصرفت بالطريقة نفسها التي تتصرف بها حين تكون السيارة واقفة تمامًا. هذا بالضبط هو مؤدى فكرة غاليليو من تجربة السفينة: لن تستشعر أنك تتحرك بالنظر في الأشياء التي تتحرك داخل القارب/القطار/السيارة. (تستطيع بالطبع أن تنظر من النافذة لتعرف ما إذا كانت تتحرك). تفكّر الآن في أناس يقفون على الرصيف يشاهدون سيارتك وكرتك. ما الذي يرونه؟ إنهم لا يرون الكرة ترتفع وتسقط، بل يرون الكرة ترتفع وتتحرك إلى الأمام. ذلك أن السيارة تتحرك بسرعة 50 ميلًا في الساعة، والكرة تتحرك قُدمًا معها. سوف تسقط الكرة في يدك بعد بضع ثوانٍ. مؤدى الفكرة هي أنك بوصفك مسافرًا تستطيع أن تجري بعض الحسابات، وترى أنك ترمي الكرة في خط مستقيم إلى أعلى، وتحسب متى سوف تسقط. وفي الوقت نفسه، يرى الواقفون على الرصيف أن الكرة ترتفع وتتحرك إلى الأمام، ويجرون بعض الحسابات، ويحددون متى وأين سوف تسقط الكرة. وعلى الرغم من الحسابات مختلفة، فإن قوانين الحركة هي نفسها.

بتطبيق أفكار غاليليو، افترض أينشتاين أن هذه النتائج صحيحة نسبة إلى كل ملاحظ ينظر إلى الكون المادّي:

مصادرة 1: كل ملاحظ يتحرك بسرعة ثابتة يلحظ قوانين الحركة نفسها.

ولأن هذه الفكرة كانت معروفة أصلًا لدى غاليليو، عرفت هذه المصادرة باسم نسبية غاليليو. غير أن أينشتاين خطا خطوة أخرى بهذه الأفكار.

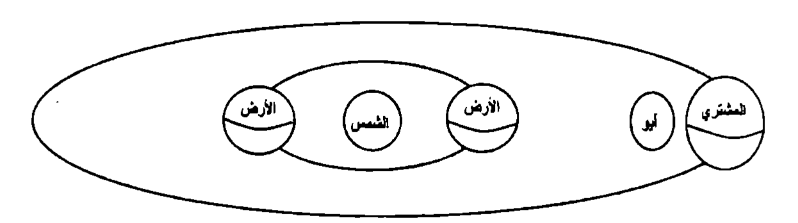
النسبية الخاصة

لفهم نظرية أينشتاين في النسبية الخاصة يجب علينا البدء بنقاش

(1) وظّف غاليليو هذه الحقيقة في دفاعه عن رؤية كوبرنيكس أن الشمس - وليس الأرض - مركز الكون (مركزية الشمس). وقد جادل من يرون أن الأرض هي مركز الكون (مركزية الأرض) بأن الأرض لا تدور لأننا لا نشعر أنها تدور. حين ترمي كرة في الهواء تسقط في راحتيك، ولا تسقط حيثما تكون الأرض. وهذا يبدو مخالفًا لفكرة أن الأرض تتحرك. وقد دافع غاليليو عن كوبرنيكس بالإشارة إلى أننا لا نستطيع الشعور بالحركة حين لا تكون متسارعة.

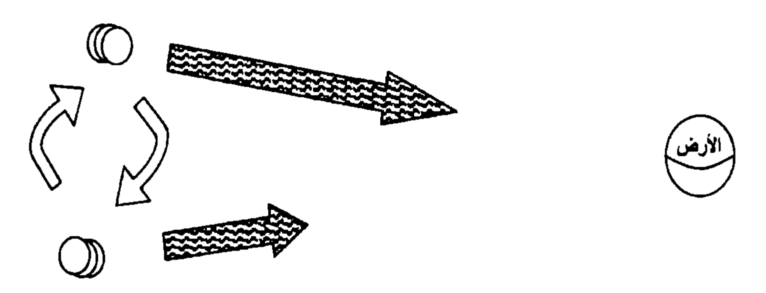
سرعة الضوء. حقيقة أن الضوء يتحرك بسرعة متناهية، وليس فوريًّا هي نفسها حقيقة مضادة للبداهة. قم ببساطة بتشغيل الإضاءة، وسترى أن الغرفة أضاءت في اللحظة نفسها. على ذلك، فإن علماء القرن السابع عشر لاحظوا أن الضوء ليس فوريًّا، بل يتحرك بسرعة متناهية.

أول تجربة حاولت حساب سرعة الضوء أجريت في عام 1676 على يد عالم الفلك الدنماركي أول رومر (1644-1710). الفكرة عبقرية تمامًا، وهي جديرة باهتمامنا. كان رومر يستخدم اختراعًا جديدًا يعرف بالمقراب لملاحظة كوكب المشتري وقمر من أقماره يسمى آيو (Io). يدور القمر حول المشتري بسرعة ثابتة، وهذا يعني أن الوقت الذي يستغرقه في الدوران خلف المشتري (كسوفه) والوقت الذي يظهر فيه من خلف المشتري (شروقه) ثابتان. غير أن عالم الفلك لاحظ أنه حين تكون الأرض بعيدة عن المشتري، يتأخر ظهور آيو (انظر الشكل 7.22).



الشكل 7.22: رؤيتان للمشتري وقمره آيو السابح في فلكه

وقد استدل من هذا على أن سبب التأخير هو أن الضوء المنعكس يستغرق وقتًا أطول في وصوله إلى الأرض. ومن معرفته بالمسافة الفاصلة بين الأرض والمشتري، ومعرفته بحجم مدار الأرض، استطاع رومر حساب سرعة الضوء. وفي حين أن حساباته لم تكن صحيحة، فإن الفكرة كانت عبقرية وجعلت علماء آخرين يقومون بتجارب أكثر دقة.



الشكل 7.23: ملاحظة الضوء من نسق يتألف من نجمين

في النهاية تحدد أن الضوء يتحرك (في فراغ) بسرعة تبلغ تقريبًا 186000 ميل في الثانية. غير أنه كانت هناك حقيقة صادمة بعض الشيء بخصوص سرعة الضوء، ألا وهي أن هذه السرعة ثابتة بصرف النظر عن سرعة مصدر الضوء أو سرعة الملاحظ. إذا كنت مسافرًا في سيارة بسرعة 50 ميلًا في الساعة، وكانت هناك سيارة تتحرك في الاتجاه نفسه بسرعة 30 ميلًا في الساعة، سوف تدرك السيارة الأخرى كما لو أنها تسير بسرعة 20 ميلًا في الساعة. وإذا كنت مسافرًا في سيارة بسرعة 50 ميلًا في الساعة، وكانت هناك سيارة تتحرك صوبك بسرعة 30 ميلًا في الساعة، سوف تدركها كما لو أنها تتحرك بسرعة 80 ميل في الساعة. يصدق هذا على السيارات وعلى أشياء أخرى في الكون. لكنه لا يصدق على الضوء. إذا كنت تتحرك، فبصرف النظر عما إذا كان مصدر الضوء قادمًا في اتجاهك أو مُدبِرًا عنك، سوف يظهر أن سرعته تبلغ 186000 ميل في الثانية.

أدرك أينشتاين اتساق سرعة الضوء بالنظر إلى معادلات تصف الضوء (معادلات ماكسويل للموجات الكهرومغناطيسية) ورؤية أن سرعة الملاحظ وسرعة مصدر الضوء «ليستا حتى مذكورتين في المعادلة (المعادلات)».وكانت هناك أيضًا نتائج تجارب بيّنت أن سرعة الضوء سوف تُدرك دائمًا بالمعدل نفسه. أبسط تجربة هي تلك التي وصفها عالم الدنماركي وليام دي ستر (1872-1934) عام 1913. لقد اعتبر نسقًا مؤلفًا من نجمين - أي نجمين قرَيبين من بعضهما البعض بحيث إن قوة جاذبية كل منهما تدفع الآخر إلى الدوران، كما هو مبين في الشكل 7.23.لو لم يكن الضوء يتحرك بسرعة ثابتة، لكانت حركة الضوء القادم من نجم يقترب أسرع من حركة الضوء القادم من نجم يبتعد. ومثل حركة القرب والابتعاد هذه تحدث في كل الوقت مع نسق النجمتين. لو لم يكن الضوء يتحرك بسرعة ثابتة، لوصل

الضوء القادم من نجم يقترب من الأرض قبل الضوء القادم من نجم يبتعد عنها. وفي هذه الحالة، كان للضوء أن يصل بشكل غير منتظم. لكن هذا لا يحدث وفق تقرير دي ستر. ومن هذا خلص إلى أن سرعة الضوء ثابتة بصرف النظر عن سرعة مصدر الضوء.

وكإضافة مهمة، استُخدمت سرعة الضوء في صياغة تعريفات بعينها للمسافات والأزمنة. وحدة القياسات التي نستخدم، مثل الميل، والقدم، والبوصة، والمتر، والساعة، والدقيقة، والثانية، مشتقة من عوامل ثقافية وتاريخية. وقد رغب البحاث في طريقة أكثر علمية في وصف هذه الوحدات. ولأن سرعة الضوء ثابتة، استُخدمت في تحديد التعريف العلمي الرسمي لأطوال بعينها. ولأن الضوء يتحرك بسرعة قدرها على وجه الضبط 299,792,458 مترًا في الثانية، نستطيع تعريف المتر بأنه المسافة التي يقطعها الضوء في 1/299,792,458 في الثانية. ما الثانية؟ للإجابة عن هذا السؤال أخذ البحاث في اعتبارهم تذبذبات تسببها ذرة سيزيوم-133. وتعرّف الثانية على أنها الوقت الذي تستغرقه هذه الذرة كي تحدث 9,192,631,770 ذبذبة. وقد اختير هذا الرقم لأنه يناظر ما عرف تاريخيًا بالثانية. وتعطي هاتان الوحدتان القياسيتان تعريفين فنيين دقيقين للضوء والزمن. غير أننا سوف نرى أن هذين التعريفين مضللان بعض الشيء.

اعتبر أينشتاين اتساق سرعة الضوء مصادرة حول الكون:

مصادرة 2: كل ملاحظ يلحظ سرعة الضوء بالمعدل نفسه.

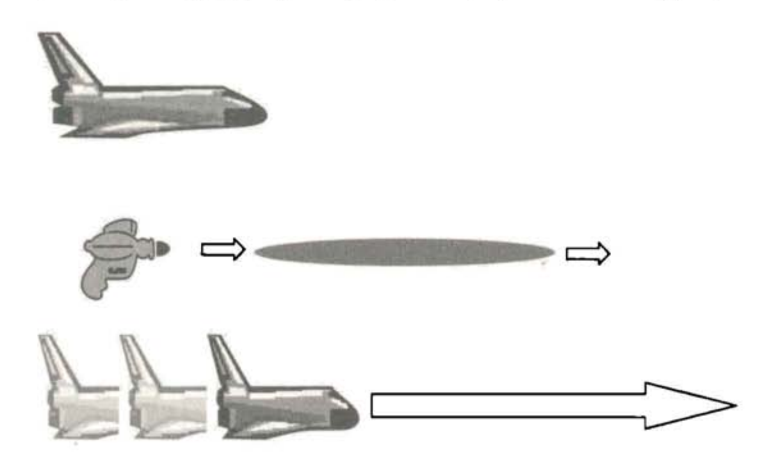
وهاتان المصادرتان هما مبلغ ما نريد لاشتقاق نتائج النسبية الخاصة.

انكماش الطول وتفاوت الزمن

كيف يمكن التوحيد بين هاتين المصادرتين؟ كيف يمكن للاحظين يتحركان بسرعتين مختلفتين أن يتفقا على سرعة الضوء؟ دعونا أولا نتفكر قليلًا في قياس السرعة. كي تحسب مقدار سرعة سيارة ما، نحدد مسافة بعينها، ونقيس الزمن الذي تستغرقه لطيها. والسرعة هي المسافة مقسومة على الزمن. ولهذا فإن 50 ميلًا في الساعة تعني أن السيارة تطوي 50 ميلًا في ساعة واحدة. تخيّل الآن أننا نعرف أن سيارة ما تطوي 50 ميلًا في الساعة، ولكننا لسبب غريب ما أخبرنا قياسنا بأنها تطوي 30 ميلًا في الساعة. أنى لهذا أن يكون؟ لا بد أن

هناك خطأ في قياسنا؟ ولأن السرعة هي المسافة مقسومة على الزمن، لا بد أننا أخطأنا في تقدير المسافة أو في تقدير الزمن. لابدّ أن خطأنا ناتج عن حقيقة أن أداة القياس التي استخدمنا في حساب المسافة غير دقيقة، أو أن الساعة التي استخدمنا في حساب الزمن تعاني من خلل ما، وقد يكون الخطأ ناتج عن الأمرين. هذه هي السبل الوحيدة التي يمكن أن تجعل حساباتنا خاطئة.

دعونا نعد الآن إلى سرعة الضوء. إنها تقاس بالمسافة (المكان) التي يقطعها في فترة (زمان) بعينها. وإذا كان هناك «خطأ» في الطريقة التي لوحظ بها الضوء، لا مناص من أن يكون هناك خطأ ما في الطريقة التي قيس بها المكان والزمان. تخيّل القبطان كرك يطلق بندقية رشّاش حديثة، وأن هناك مركبتين فضائيتين ترقبان الحدث؛ إحداهما واقفة، والأخرى تتحرك في الاتجاه نفسه بسرعة الضوء (كما هو مبيّن في الشكل 7.24).



الشكل **7.24**: مركبات فضائية واقفة ومتحركة تقيس سرعة الضوء.

تخبرنا المصادرة 2 بأن كلتيهما سوف ترى الضوء يتحرك بسرعة 186000 ميل في الثانية. دعونا نقل إن المركبة الفضائية الواقفة قاست المسافة والزمن «الصحيحين» كي تحسب السرعة. ماذا عن المركبة الفضائية المتحركة؟ لأنها تتحرك، نتوقع أن يدرك ركابها حركة أبطأ للضوء. غير أنهم في واقع الأمر يرون الضوء يتحرك بسرعة 186000 ميل في الثانية. الطريقة الوحيدة التي يمكن أن ينتج عنها هذا «الخطأ» هو قياسهم المسافة والزمن «بشكل خاطئ». أي أنه لا بد أن أجهزة قياسهم قد انكمشت بما جعل المسافة التي قاسوها

«خاطئة»، ولا بد أن ساعتهم تباطأت قليلًا بما أحدث «خطأ» في قياس المدة. الواقع أن هذا على وجه الضبط ما حدث! قضبان قياس الطول لديهم تصبح أقصر في ظاهرة تسمى «انكماش الطول»، وساعاتهم تصبح أبطأ في ظاهرة تسمى «تفاوت الزمن». ولأن هذه عملية طبيعية، من الخطأ أن نصف إحدى الرؤيتين بأنها صحيحة، ونصف الأخرى بأنها خاطئة، لأن كلتيهما صحيحة.

أول شيء تلزمنا ملاحظته هو أن قضبان قياس الطول ليست وحدها التي تنكمش، بل كل شيء في المركبة الفضائية المتحركة ينكمش. الواقع أن المركبة الفضائية تنكمش هي نفسها. رجال الفضاء الواقفون في المركبة الفضائية سوف يصبحون أرفع. وحين يضطجعون في الاتجاه التي تتحرك فيه المركبة، يصبحون أقصر. ولأن كل شيء يتعرض لانكماش الطول هذا، فإن ركاب المركبة المتحركة لا يلاحظونه. في المقابل، فإنه ملحوظ لدى من يستقل المركبة الفضائية الواقفة.

وعلى نحو مشابه، لا تتباطأ ساعات ضبط الوقت التي استخدمت في قياس السرعات فحسب، بل تتباطأ معها كل العمليات. وتشمل هذه العمليات معدل نبضات القلب والتفاعلات الكيميائية في أجسام رجال الفضاء. حتى عملية تقدمهم في السن تتباطأ. مرة أخرى، لن يلحظ هذا أي ملاحظ في المركبة الفضائية المتحركة، لكنه ملحوظ لدى من يستقل المركبة الفضائية الواقفة.

يجب أن نؤكد أن ما يحدث ليس أنه يظهر أو يبدو أن مركبة الفضاء تنكمش، فهي تنكمش بالفعل. وهذا يصدق أيضًا على تفاوت الزمن.

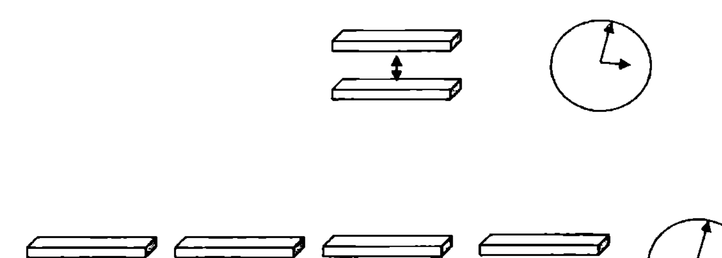
غير أن هذه الآثار لا تكون ملحوظة لدى ركاب المركبة الواقفة إلا حين يتحرك الصاروخ بسرعة تقترب من سرعة الضوء. إننا لا نرى أشياء تتحرك بسرعة تقترب، ولو من بعيد من سرعة الضوء. تذكّر، حتى 1 بالمائة من سرعة الضوء تصل 1860 ميلًا في الثانية. ليست هناك مركبات تقترب حتى من هذه السرعة. في معظم الأحوال لن نلحظ انكماشًا في الطول أو تفاوتًا في الزمن. غير أنه يمكن قياس هذه التغيرات في المعمل.

وكان علماء الفيزياء قد صاغوا معادلات تحدد بدقة قدر الانكماش في الطول الذي يطرأ على الأشياء والكيفية التي يتباطأ بها الوقت بالنسبة إلى ملاحظ واقف. وتأخذ هذه المعادلات في حسبانها سرعة الملاحظ. كلما كانت الحركة أسرع، زاد قدر انكماش المكان وتفاوت الزمان. ولكن ما حدّ هذه العملية؟ ماذا لو استطاع الناس زيادة سرعتهم؟ لو استطاعوا بالفعل الوصول إلى سرعة الضوء، سوف ينكمشون للاشيء، ويتوقف الزمن بالنسبة لهم. أي

إنه لن يكون في وسعهم الوجود. وهذه نتيجة أخرى للنسبية الخاصة: هناك نوع من الحد الكوني للسرعة القصوى. لا شيء يمكنه أن يتحرك بسرعة تساوي أو تفوق سرعة الضوء. هذا، حرفيًا، قيد يصفه العلم.

ثمة ما يدفعنا لاطّراح كل هذا الحديث عن النسبية جانبًا، والتوكيد على المكان والزمان المطلقين. إننا نرغب في قول إن القياسات التي تجرى من موضع ثابت على الأرض هي القياسات المطلقة، وكل قياس آخر نسبي. لكن هذا خطأ. فعلى الرغم من أنه يبدو أن الأرض ثابتة، فإنها تتحرك باستمرار بنمط غريب. تذكّر أن الأرض تدور حول محورها بسرعة 1000 ميل في الساعة، وأنها تدور حول الشمس بسرعة 67000 ميل في الساعة. فضلًا عن ذلك، تدور مجموعتنا الشمسية حول المجرة بسرعة نصف مليون ميل في الساعة تقريبًا. اضرب إصبعك في الهواء. انتظر ثانية. اضربه الآن مرة أخرى «في المكان نفسه». لاحظ أن الموضعين اللذين ضربت فيهما أصبعك تفصل بينهما مئات، إن لم يكن آلاف الأميال. الملاحظ الواقف على الأرض أبعد ما يكون عن الوقوف. ليس هناك ملاحظون مطلقون، ولا قياسات مطلقة، ولا مكان مطلق، ولا زمان مطلق. كل شيء نسبي.

كيف يتباطأ الزمن؟ كيف يمكن أن تبطئ الساعات؟ كل الساعات تعمل بنمط العمليات الكيميائية أو الفيزيائية نفسه. سواء كانت تعمل ببطارية أم بلولب تعبئة، تتحرك الساعات بمثل هذه العمليات. ولترى مثلًا على الكيفية التي تؤثر بها الحركة في الزمن، اعتبر ساعة تعمل باستخدام الضوء. تخيّل ساعة تعمل بمرآتين وأن هناك ومضة ضوئية تتحرك بينهما، كما هو مبيّن في الشكل 7.25.





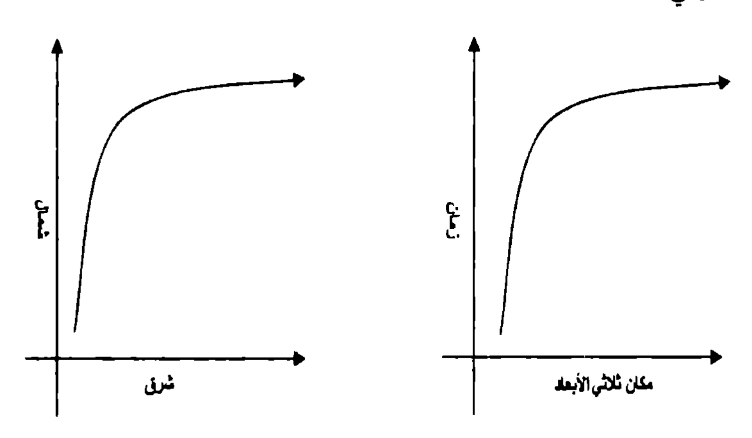
الشكل 7.25: ساعة ضوئية ساكنة وساعة ضوئية متحركة

تعمل الساعة بأن تتقدم ثانية في كل مرة يتحرك فيها الضوء جيئة

وذهابًا 10000 مرة. ولأن سرعة الضوء ثابتة في الكون، فإن هذه ساعة تعمل بشكل جيد. تخيّل الآن أن الساعة نفسها تتحرك بسرعة في أرجاء الكون. يظل الضوء يتحرك جيئة وذهابًا، ولكنه الآن يتحرك قطريًا. ولأن الطريق القطري أطول دائمًا، فإن الساعة تظل تعمل لكن الضوء يطوي مسافة أطول كي يطوي 10000 دورة. ولهذا فإن دقات الساعة سوف تبدو للشخص الواقف أبطأ.

والواقع أن هناك شواهد تجريبية على تفاوت الزمن. في عام 1971 وضعت أربع ساعات ذرية على طائرات تحلق حول الأرض. وحين عادت الطائرات، قورن وقتها بوقت ساعات ذرية كانت ساكنة على الأرض. وقد وجد أن الساعات دائمة الترحال خسرت بالفعل بعض الوقت. وقد ذهب كتّاب الخيال العلمي بهذه الفكرة بعيدا بشيء يسمى مفارقة التوأمين. تخيّل رجل فضاء يترك توأمه على الأرض، ويسافر عبر الفضاء بسرعة قريبة من سرعة الضوء. لو كانت سرعته كبيرة بما يكفي، لعاد إلى الأرض دون أن يتقدم به السن كثيرًا، في حين أن عمر توأمه الساكن تقدم كثيرًا وأصابه العجز. بمعنى ما، تسمح لك النسبية الخاصة بزيارة المستقبل. ولسوء الحظ، لا يبدو أنه سوف يكون هناك سبيل للرجوع.

اعتبر استتباعات تفاوت الزمن حين تزيد السرعة. عاين الطريق في اليسار في الشكل 7.26.



الشكل 7.26: مماثلة مع الزمكان

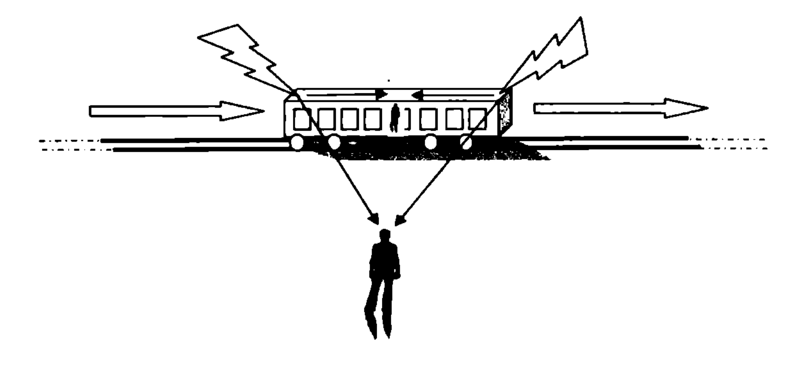
شخص يتحرك شمالًا، ولا يتحرك إلى الشرق إلا قليلًا. وفي نقطة ما يشرع في التحرك صوب الشرق. وكلما زاد انحرافه إلى الشرق، قلّ اتجاهه إلى الشمال. وهذه هي الطريقة التي تم بها الجمع بين البعدين. اعتبر الآن الجزء الأيمن من الشكل 7.26. حين يتحرك المرء قليلًا فإنه لا يغيّر في حقيقة الأمر من موضعه في المكان ثلاثي الأبعاد. وفي نقطة ما يشرع في التحرك بسرعة وآنذاك يغير موضعه في المكان لكنه يتحرك بسرعة أقل في الزمان. تفاوت الزمان يبين أنه كلما كان أسرع، كان تدفق الزمان أبطأ (كما هو مقيس من شخص لا يتحرك). هذه طريقة في رؤية أن أبعاد المكان الثلاثة وبعد الزمان الواحد مرتبطان بشكل وثيق. تمامًا كما أن الشمال والغرب مرتبطان في الجزء الأيسر من الشكل، فإن الزمان والمكان مرتبطان في الجزء الأيمن منه. لقد بيّن أينشتاين أن المكان والزمان ليسا كينونتين مختلفتين يمكن النظر إليهما بشكل فردي، بل هما جزء من شيء رباعي الأبعاد اسمه الزمكان. عادة ما نعتبر الحركة تغييرًا في المواضع في المكان في أثناء مرور الوقت. وقد عرفنا الآن أن الطريقة المناسبة في التفكير في الحركة هي أن نعتبرها طريقًا في زمكان. سوف ندرس لاحقًا النسبية العامة، وهذا الزمكان سوف يكون غاية في الأهمية.

التزامن

من بين نتائج النسبية الخاصة أن أصبحت فكرة التزامن، أو وقوع حدثين في الوقت نفسه، إشكالية. ففي النهاية، إذا كان بمقدور شخصين سافرا بسرعتين مختلفتين أن يتجادلا حول قدر الوقت الذي مضى، فلا ريب أنه في وسعهما أن يتجادلا حول ما إذا كان حدثان وقعا في الوقت نفسه. تخيّل أن رجلي فضاء لاحظا حدثًا ثم استقلّ كل منهما مركبة فضائية تتحرك بسرعة مختلفة. لأنهما سافرا بسرعتين مختلفتين، فإن إدراك كل منهما لقدر الوقت الذي مضى مختلف عن إدراك الآخر. في النهاية يهبطان على كوكب آخر، ويخبران بأن حدثًا آخر وقع قبل هبوطهما. قد ينظر أحدهما إلى ساعته، ويستنتج أن الحدثين وقعا في الوقت نفسه، فيما ينظر الآخر إلى ساعته، ويستنتج أنهما وقعا في وقتين مختلفين. من منهما المحق؟ ليست هناك إجابة صحيحة؟ الزمان. والديمومة. والتزامن كلها ألفاظ نسبية.

وكان أينشتاين وصف تجربة فكرية جميلة تؤكد هذه الحقيقة. تخيّل أنك تقف في محطة قطارات، وتلاحظ قطارات مسرعة تمرّ عليك. حين يكون القطار في مواجهتك تمامًا، ترى صاعقتين في الوقت نفسه، تضرب إحداهما مقدمة

القطار وتضرب الأخرى مؤخرته، كما هو مبيّن في الشكل 7.27. المسافة بين طرفي القطار متساوية بالنسبة لك، ولهذا فإن الضوء القادم من كل صاعقة يقطع المسافة نفسها. تستنتج أن الصاعقة أصابت طرفي القطار في الوقت نفسه. اعتبر الآن مسافرًا في منتصف القطار. إنه يتحرك في اتجاه صاعقة المقدمة وبعيدًا عن صاعقة المؤخرة. الضوء القادم من صاعقة المقدمة يصله أولًا، وبعد ذلك يصله الضوء القادم من صاعقة المؤخرة. ولهذا فإنه يستنتج أن صاعقة المقدمة حدثت قبل صاعقة المؤخرة[1]. تتفق أنت والمسافر على قوانين الفيزياء لكنكما تخلصان إلى نتيجتين مختلفتين بخصوص ما إذا كانت الصاعقتان متزامنتين. من المحق؟ لا نستطيع سوى أن نقول إن كليكما محق، وإن مسألة ما إذا كان حدثان وقعا في الوقت نفسه تتوقف على من ينظر إليهما.



الشكل 7.27: تجربة أينشتاين الفكرية حول التزامن

وبتقويض فكرة التزامن، سوف تثار إشكالية بخصوص السببية. إذا كنت لا تستطيع أن تحدد ما الذي وقع أولًا، لن يكون بمقدورك أن تحدد ما الذي سبب ماذا. وكيف يمكننا فهم قوانين الكون إذا كانت فكرة السببية نفسها إشكالية؟

تكافؤ الكتلة-الطاقة

سوف نكون جديرين باللوم الأخلاقي لو أننا تركنا النسبية الخاصة دون

(1) ينظر المسافر خارج النافذة، ويعرف أنه يتحرك في اتجاه مقدمة القطار. قد يستدل على أنه يتحرك صوب الضوء، وبأن هذا هو السبب الذي يجعله يراه أولا. لكنه يدرك أيضًا مصادرة أينشتاين أن سرعة الضوء ثابتة بصرف النظر عمن يتحرك في اتجاهه أو بعيدًا عنه.

ذكر أشهر معادلة في العالم

$$mc^2 = E$$

أي أن الطاقة (E) قابلة لأن تستبدل مع الكتلة (m) مضروبة في مربع سرعة الضوء (mc^2). وهذه المعادلة نتيجة مباشرة للنسبية الخاصة، وهي تصف الكيفية التي يمكن بها تحويل الطاقة إلى مادة والمادة إلى طاقة.

قبل أن نبدأ في فهم هذا، نحتاج إلى التذكير بماهية الكتلة. عادة ما تخبرنا كتلة الشيء عن قدر المادة فيه. إذا كانت لدينا كرتان من الحجم نفسه، لكن إحداهما صنعت من فولاذ والأخرى من فلين، فإن لدى كرة الفولاذ كتلة أكبر. ولدى علماء الفيزياء طريقتان في قياس الكتلة: كتلة الجاذبية وكتلة القصور الذاتي (أو العطالة).

كتلة الجاذبية هي- أساسًا- قدر وزن الشيء؛ أي قدر قوة الجاذبية الممارس على الكرة. ويتضح أن وزن كرة الفولاذ أكبر من وزن كرة الفلين. ومثل هذا القياس يتوقف على مكان القياس. الكرة نفسها تزن أكثر بقليل قرب البحر الميت منها أعلى جبل إيفرست. (سوف نوضح سبب هذا بعد قليل.) ولهذا، فإن كتلة الجاذبية نسبية، تتوقف على كيفية قياسها، وليست مطلقة.

كتلة القصور الذاتي هي الكيفية التي يقاوم بها الشيء الضغط الممارس عليها. بتعبير آخر، حين ندفع بالكرة، كم قدر حركتها؟ إذا دفعت بكرة فولاذ وكرة فلين بالقدر نفسه من القوة، سوف تتحرك كرة الفلين بمعدل أسرع. وتبيّن النسبية الخاصة لنا أن قياس سرعة حركة الأشياء عملية نسبية، تتوقف على معدل سرعة الملاحظ. ومن هذا نخلص إلى أن كتلة القصور الذاتي نسبية هي الأخرى.

كلتا طريقتي قياس الكتلة هاتان تعطي الإجابة نفسها. (الواقع أن هذه الفكرة مركزية في نقاشنا القادم للنسبية العامة.) وحقيقة أن كلتا طريقتي تعريف الكتلة عرضة للنسبية إنما تبيّن أن طبيعة المادة نفسها نسبية. ليس المكان والزمان وحدهما نسبيّين، بل حتى الكتلة.

دعونا نشرح الآن تكافؤ الكتلة-الطاقة. سوف يذهب بنا التفصيل في معادلة أينشتاين الشهيرة بعيدًا، غير أننا نستطيع على أقل تقدير أن نحدس لماذا يمكن تحويل كل من الكتلة والطاقة إلى الآخر. خذ كتلة ومارس عليها قوة كبيرة في الفضاء الخارجي. حسب قانون نيوتن (القوة

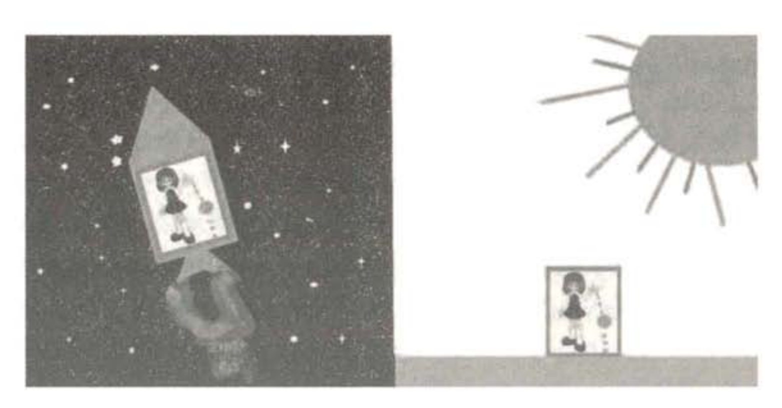
= الكتلة مضروبة في التسارع أو $F = ma$)، سوف تتسارع الكتلة حسب القوة الممارسة عليها. لاحظ أننا نتحدث عن التسارع، وليس السرعة، وهذا يعني أن الكتلة سوف تتحرك أسرع وأسرع، ولا يبدو أن هناك شيئًا سوف يوقفها. ولكن تذكر أن النسبية الخاصة تخبرنا بأنه لا شيء يمكنه أن يتحرك أسرع من الضوء. ولضمان أن الشيء لا يتحرك إطلاقًا أسرع من الضوء، فإن كتلة الشيء تزيد في الأثناء. الكتلة المتزايدة تضمن أن حركة الشيء سوف تتباطأ. وهكذا نجحنا في تحويل القوة- أي الطاقة- إلى كتلة. في المقابل، العملية التي تحدث داخل المعامل النووي مثل على الكتلة التي تتحول إلى طاقة.

ونتيجة لذلك فإن لكل شيء يتحرك كتلة تفوق كتلته حين يكون ساكنًا. وهذا القدر الإضافي من الكتلة لا يدرَك حين نتعامل مع سرعات ضئيلة نسبة لسرعة الضوء. ولكن يظل لدى الشيء المتحرك كتلة أكبر. وعلى نحو مشابه، لدى الشيء ذي الطاقة الأكبر كتلة أكبر. ولهذا، فإن وزن المكواة الكهربائية حين تشغَّل أكبر من وزنها حين تعطَّل. وهذا التكافؤ هو أساس الطاقة النووية والقنابل النووية. حقيقة أن c – ومن ثم c^2 – رقم هائل تبين أنه يمكن تحويل مقادير صغيرة من الكتل إلى مقادير هائلة من الطاقة. وهذا هو مصدر القوة الهائلة في القنابل الذرية والمعامل النووية. الواقع أن تكافؤ الكتلة-الطاقة هو أساس المزيد: في الشمس تحدث تفاعلات نووية مستمرة تحوّل الكتلة إلى طاقة، وهذه الطاقة تصل الأرض وتمنحنا الحياة.

النسبية العامة

خلال نقاشنا للنسبية الخاصة، قصرنا أنفسنا على كون الملاحظ يتحرك بسرعة ثابتة ولا يقوم بأي عطفات. دعونا نطّرح هذا القيد جانبًا. خلافا لمن يستقلّون سيارة تتحرك بسرعة ثابتة، يشعر الركاب في سيارة تتسارع كما لو أنهم يتحركون في الكرسي، وحين تحدث السيارة عطفة حادة إلى اليمين، يشعرون بأن شيئًا يدفعهم في اتجاه اليسار. وهذا يختلف عن سلاسة سفينة غاليليو، التي سبق لنا نقاشها.

لفهم التسارع، يعرض علينا أينشتاين التجربة الفكرية التالية. تخيّل طفلة مغلق عليها في صندوق. إذا أُسقطت كرة، سوف تسقط الكرة على الأرض.



الشكل 7.28: تكافؤ التسارع والجاذبية. صورة من إعداد هاداساه يانوفسكي.

هناك طريقتان لتفسير سقوط الكرة، كما هو موضّح في الشكل 7.28. أحد الإمكانين هو أن الصندوق على الأرض، والجاذبية تجذب الصندوق، والآخر هو أن الصندوق في الفضاء الخارجي والمركبة الفضائية تتحرك بشكل متسارع. في هذه الحالة، سوف تسقط الكرة على الأرض للسبب نفسه الذي يجعل رجل الفضاء يشعر بأنه منجذب إلى الكرسي حين يُطرد منه. وهذا شبيه بشعورك بقوة ما حين تتسارع في سيارتك. وتمامًا كما أن العالم المغلق عليه في سفينة غاليليو لا يستطيع أن يحدد ما إذا كانت السفينة متحركة أو واقفة، لن تستطيع الطفلة في الصندوق أن تعرف ما إذا كان ما يؤثر في الكرة هو الجاذبية أو التسارع. ومن هذا خلص أينشتاين إلى أنه لا سبيل للتفريق بين الجاذبية والتسارع. وهذا يقودنا إلى مبدئه العام في النسبية.

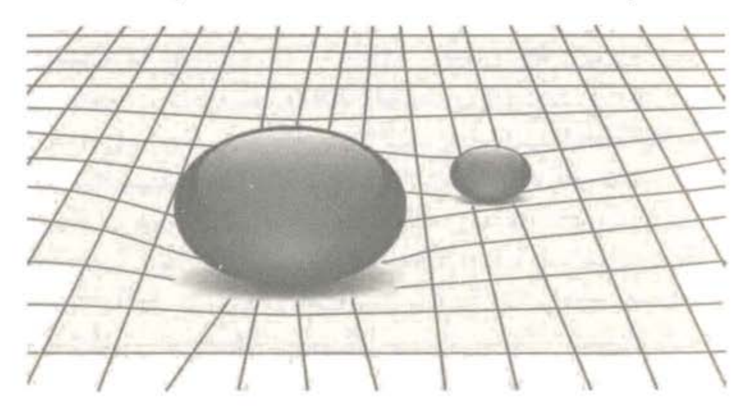
مصادرة 3: يلحظ كل ملاحظ قوانين الحركة نفسها.

وهذا يعني أنه محتم أن تكون قوانين الفيزياء هي نفسها بصرف النظر عما إذا كان المرء يشعر بجاذبية أو تسارع.

انكماش الطول وتفاوت الزمن في النسبية الخاصة يحدثان أيضًا في النسبية العامة. سوف يدرك الشخص الذي تزيد أو تتباطأ سرعته الضوءَ المتحرك بسرعة ثابتة، ولهذا محتم أن تتغير أدواته في قياس طول الزمن. غير أن انكماش الطول وتفاوت الزمن لن يعود ثابتًا. بتسارع المسافر، سوف يلحظ الملاحظ الواقف أن قضبان القياس المتحركة انكمشت، وأن الساعات تباطأت. في المقابل، حين تتناقص سرعة المسافر، سوف يلحظ الملاحظ الواقف أن قضبان القياس المتحركة

أصبحت أطول، وأن الساعات تسارعت. غير أن هناك جانبًا آخر من النسبية العامة: لأن التسارع والجاذبية شيء واحد، سوف نلحظ أن قضبان القياس والساعات تتغير حين تقترب من أي كتلة كبيرة. المركبة الفضائية التي تتحرك قرب الشمس أو قرب ثقب أسود سوف تنكمش، وسوف تتباطأ ساعاتها. وحتى هذا أن يدخل المسافر بالفعل ثقبًا أسود بساعة نجت بأعجوبة، حيث تتوقف تمامًا. وبطبيعة الحال، فإن المسافر لن يلحظ هذا هو الآخر.

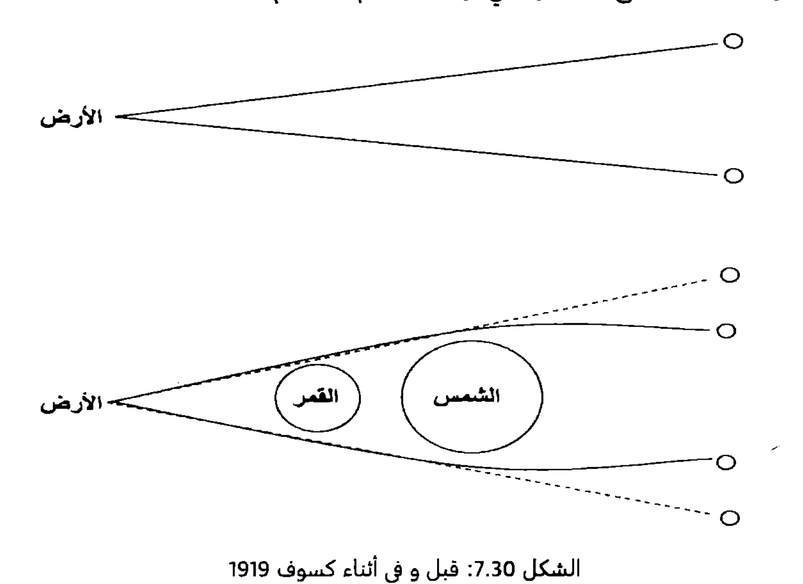
وكما رأينا في الشكل 7.26، ليس المكان والزمان كينونتين مختلفتين، بل الزمكان ساحة موحّدة رباعية الأبعاد. والنسبية العامة تجعل هذا الزمكان أكثر أهمية. بدلًا من أن يكون ساحة مسطحة رباعية الأبعاد، فإنه الآن ينحني وينثني. الكتلة (أو الطاقة، مكافئتها) تجعل الساحة تنحني وتنثني. يصعب كثيرًا تصوّر زمكان رباعي الأبعاد، وأصعب من ذلك تخيّل مثل هذا المكان منحنيًا. وكي نساعدك على قبول هذا المفهوم تفكر في سطيحة مطاطية ثنائية الأبعاد. حين نضع أوزانا على الصفيحة، تنحني كما هو مبيّن في الشكل 7.29. الكتلة تجعل نسيج الزمكان والشيء القريب منها يميل إلى التحرك قدمًا. ولهذا، فإن الكتلة تجعل الزمكان ينحني فيما تؤثر انحناءات الزمكان في الكتلة. للكرتين زمكان منحنٍ، وسوف يجذب كل منهما الآخر. وهذا يسمى جاذبية.



الشكل 7.29: زمكان منحنٍ بجسمين. صورة من إعداد هاداساه بانوفسكي.

هذا هو تفسير النسبية العامة للجاذبية. ويمكن فهم التسارع أيضًا من هذا المنظور. الشيء الذي يتحرك بسرعة ثابتة يكافئ الخط المستقيم في الزمكان. حين يتسارع جسم، فإن مساره ينحني وينحرف عن الخط المستقيم.

بعد خمس سنوات من صياغة أينشتاين للنسبية العامة، حصلت على دليل تجريبي في تجربة شهيرة حول الكسوف الشمسي. سافر رجل فضاء اسمه آرثر ستانلي إيدنغتون (1882_1944) إلى جزيرة برنسي بالقرب من ساحل إفريقيا، ووصل إليها يوم 29 مايو 1919. كان هناك كسوف شمسي كلي في الجزء الجنوبي من الكرة الأرضية، وقد رغب في مشاهدة الحدث. يحدث الكسوف الشمسي حين يمر القمر بين الأرض والشمس، بما يحول دون وصول أشعة الشمس إلى الأرض. حسب إيدنغتون المسافة بين نجمين كانا قريبين من طرفي الشمس، كما هو مبيّن في الشكل 7.30. بعد ذلك انتظر إلى حين وصلت الشمس بين النجمين. في تلك النقطة، ولأن الشمس كانت جدّ ساطعة، لم يكن بالمقدور رؤية النجمين. بعد ذلك أصبح القمر بين الأرض والشمس لمدة 410 ثانية. خلال هذه الفترة، حُجِبَ ضوء الشمس وأصبح بالمقدور رؤية النجمين مرة ثانية. وكما توقّع أينشتاين، بدا النجمان أكثر تباعدًا من بعضهما البعض. جاذبية الشمس جذبت أشعة الضوء من النجمين. وحين أصبحت هذه الأشعة منجذبة حول الشمس، بدا كما لو أن المسافة بين النجمين أكبر من المسافة التي كانت تفصل بينهما قبل أن تصبح الشمس بينهما. حتى الضوء يتأثر بالجاذبية، لأن الجاذبية هي انحناء المكان. وقد أذيعت نتائج إيدنغتون في أرجاء العالم: لقد تم تأييد النسبية العامة.



الشكل 7.30: قبل و في أثناء كسوف 1919

سؤال: ما قدر المسافة الفاصلة بين النجمين على وجه الضبط؟ الإجابة: هذا يتوقف على وقت رؤيتك لهما. أشعة الضوء تنحني لأن الزمكان نفسه منحنٍ. وهذا ما يجعل الضوء يُجذب. قد تحتج بقول إن مواضع النجمين ثابتة بصرف النظر عمن ينظر حين تمرّ الشمس بينهما. ثمة ظاهرة مشابهة تحدث حين ترى قصبة تنحني في أثناء سكب الماء في كوب. يبدو أن القصبة تنحني، لكن هذا مجرد وهم بصري. غير أن مثل هذا الاحتجاج مضلِّل بعض الشيء. ليس الأمر هو أن المسافة بين النجمين بدت أكبر، بل هي أكبر بالفعل. لو أنك رغبت في لمس القصبة المنحنية بإصبعك، لن تضعه حيثما ترى القصبة. سوف تأخذ الوهم في حسبانك، وتضع إصبعك حيثما يجب وضعه. في المقابل، لو رغبت في السفر إلى أحد ذينك النجمين، يلزمك أن تأخذ في حسبانك انحناء الزمكان. ولو مرت مركبتك الفضائية قرب الشمس، يلزمك أن تأخذ في حسبانك جاذبيتها. انحناء الزمكان ليس وهمًا.

وهناك طريقة مثيرة لإجراء قياس فعلي لانحناء المكان. يختلف وزنك وفقًا على ما إذا كنت تقيسه على جبل إيفرست أو على مستوى سطح البحر. بافتراض أن كل شيء آخر على حاله، أي زيادة في الارتفاع عن سطح البحر حتى قمة جبل إيفرست (29035 قدمًا) تسبّب نقصًا في الوزن قدره حوالى 0,28 بالمائة. من وزنه 190 رطلًا على سطح البحر سوف يكون وزنه على قمة جبل إيفرست أقل بـ 190 ´ 0,0028 = 0,532 رطلًا. قد لا يكون هذا كافيًا لأن يلاحظ، لكنه يظل صحيحًا[1]. ويمكن تفسير هذا من منظور نظرية نيوتن: لأن المسافة بينك وبين مركز الأرض أكبر حين تكون على قمة جبل إيفرست، تتنبأ معادلة نيوتن بأن القوة التي تجذبك، سوف تكون أقل. غير أننا نستطيع أن نرى هذا حتى من منظور النظرية النسبية. إذا اعتبرت الأرض على أنها تحدث طعجة في نسيج الزمكان نفسه، فإن قمة جبل إيفرست أبعد عن الطعجة، وأقرب من الجانب المسطح من الزمكان، ولذلك فإن وزنك على جبل إيفرست – أي جذبك صوب الأرض – أقل منه على سطح البحر.

وقد حصلت النسبية العامة على شواهد قوية بطرق كثيرة أخرى منذ صياغة أينشتاين لها. فكرة أن المكان، والزمان، والطول، والديمومة، والكتلة, والطاقة، والجاذبية وما إلى ذلك مفاهيم نسبية حقيقة مفاجئة حول قدرتنا على معرفة عالمنا.

(1) يتضح أن المرء يفقد وزنًا بسبب الجهد الذي يبذله في تسلق جبل إيفرست.

توحيد ميكانيكا الكم مع النظرية النسبية

ناقشنا في آخر جزئين الثورتين العظيمتين في فهمنا لعالم: ميكانيكا الكم والنظرية النسبية. لقد حققت هاتان النظريتان نجاحًا باهرًا، لكنهما متناقضتان بسبل عديدة:

- في معظم الأجزاء، تتعامل النظريتان مع حقلين مختلفين. تتعامل ميكانيكا الكم مع أجسام غاية في الصغر، في حين تتعامل النظرية النسبية مع أجسام ضخمة. غير أن هناك مجالات يتداخل فيها الحقلان: أماكن تسمى الفرديات أو الثقوب السوداء. وفي هذه المجالات المتداخلة تصدر النظريتان تنبؤات متعارضة.
- تعكس هاتان النظريتان أيضًا تصورات مختلفة في الطبيعة الأساسية للمكان والزمان. ومثل هذا أن ظاهرة التشابك في ميكانيكا الكم تبيّن فيما يبدو أن المكان أكثر تشابكًا مع نفسه من فكرة المكان في النظرية النسبية. أيضًا فإن نظرية النسبية تستخدم حقيقة أن المكان متصل، في حين تعتبر ميكانيكا الكم المكان والزمان أشياء منفصلة.
- قوانين الفيزياء الكلاسية والنسبية العامة حتمية، في حين أن قوانين ميكانيكا الكم لاحتمية.

باختصار، يمكن إثبات أن

ميكانيكا الكم والنظرية النسبية ← تناقض.

وكما هو الشأن مع العديد من المفارقات، يبيّن هذا التناقض أننا في حاجة إلى برادايم جديدة. ثمة حاجة إلى نظرية جديدة توحد بين ميكانيكا الكم والنظرية النسبية. ويجب أن تصدر نفس التنبؤات التي تصدرها كل من النظريتين اللتين تحل بدلًا منهما. كما يجب عليها، في المجال الذي يتداخلان فيه، أن تصدر تنبؤًا مفردًا تؤيده الملاحظة. ومن المتوقع أن هذه النظرية سوف تؤمّن تصورات جديدة للمكان، والزمان، والمادة، والسببية.

وعلى الرغم من أنه ليست هناك في الوقت الحاضر نظرية كهذه يتفق عليها الجميع، فإن لديها اسما: الجاذبية الكمومية. ولأن هذه النظرية سوف تصف كلًا من الجاذبية والقوى الميكانيكية الكمومية، سوف تكون نظرية في كل شيء أو نظرية موحّدة كبرى. وهناك الكثير من النظريات المختلفة التي تتنافس على هذه المكانة الرفيعة. ولهذه النظريات أسماء

غريبة، مثل نظرية الأوتـار، وحلقة الجاذبية الكمومية، والهندسة اللاتبادلية. في الوقت الراهن، يبدو أن نظرية الأوتار هي المنافس الأبرز. غير أن الوقت لم يحن بعد للحكم. قد تكون أي منها «نظرية كل شيء». ولعل النظرية الصحيحة لم تُطوَّر بعد. ولعله لن يكون هناك إطلاقًا «نظرية كل شيء». غير أن هناك شيئًا واحدًا مؤكدًا: أنها سوف تخبرنا بأن تصورنا الساذج للكون خاطئ، وأن الكون مكان أكثر إثارة بكثير مما نعتقد.

قراءات إضافية

الجزء 7.1

قصة لورنز، وأساسيات نظرية الشواش، وأثر الفراشة، وكثير من الموضوعات الأخرى تغطى بشكل رائع في *Gleik* (1987). وتناقش الأنساق الشواشية أيضًا في الفصل 11 من *Tavel* (2002). وتُتناول ميكانيكا الكم في الفصل 9 من هذا الكتاب. أما الأنساق المركبة ذات التغذية الإرجاعية والتنظيم الذاتي فتناقش في *Waldrop* (1992). ويمكن العثور على دور تورينغ في التشكل في *Hodges* (1983). مسألة الأجسام الثلاثة والمحاولات الكثيرة للعثور على حلول يغطيها *Diacu and Holmes* (1996) و*Diacu* (1996).

الجزء 7.2

خلافًا لمعتقد سائد، يمكن تعلم غوامض ميكانيكا الكم... كل ما يلزمك هو العثور على الكتاب المناسب، لأن بعضها أبسط أو أكثر تحديًا من غيرها. التالي قائمة من المراجع مرتبة من الأبسط إلى الأصعب:

- التاريخ: *Gamow* (1966)؛ *Gilder* (2009) (تاريخ مثير ومتخيل بشكل طفيف لفكرة التشابك)؛ 1968 *Guillemin*)؛ و*Pickering* (1984) (كتاب رائع في العلاقة بين نظرية المجموعات وميكانيكا الكم)
- المواقف السائدة: *Green* (2004، 2011)؛ *Gribben* (1984، 1995)؛ *Pagels* (1982)؛ *Peat* (1991)؛ *Penrose* (1991، 1994، 2005)؛ و *Tavel* (2002)، الفصل 10.

- الفلسفة: *Bohr* (1935)؛ *Bub* (1997)؛ *Casti* (1989)، الفصل 7؛ *d'Espanat* (1983)؛ *Heisenberg* (2007)؛ *Herbert* (1985)؛ *Malin* (2001)؛ و*Wick* (1995).
- كتب تدريسية بسيطة: *Gillespie* (1970)؛ *Jordan* (1986)؛ *Sacarant* (2006)؛ *White* (1966)؛ و*Yanofskt and Mannuci* (2008) (في الفصل 4 عرض قصير وسهل لأفكار ميكانيكا الكم الأساسية)
- كتب تدريسية «حقيقية»: *Dirac* (1986) (كتاب سهل بشكل لافت على القراءة وعميق، والغريب أنه لا شيء فيه حول التشابك حتى في الطبعة الرابعة)؛ *Hannabuss* (1977) (تناول أكثر جبرية)؛ *Sakurai* (1994) (يستخدم في مواد الفيزياء في برامج الدراسات العليا)؛ و*Sudbery* (1986) (لمن هو على دراية ببعض الرياضيات).

إحدى صيغ مبرهنة بل مستلة من *d'Espanat* (1979). ويمكن العثور عليها أيضًا في دراسة واضحة بشكل مبهج لبل نفسه، *Bell* (1981). وهناك صيغة أكثر دقة في *Sakurai* (1994)، الجزء 3.9.

هذا فيما أعلم أول عرض ميسّر لعموم الناس لمبرهنة كوتشن-سبكر. غير أن هناك عرضًا سهلًا، وفلسفيًا، وفني بعض الشيء في *Held* (2006). وهناك إثبات صوري لها في الجزء II.12 من *Manin* (2010).

الجزء 7.3

هناك بعض العروض الميسّرة والسهلة للنظرية النسبية. التالي بعض المصادر مرتبة من الأسهل إلى الأصعب: *Gardner* (1997)؛ *Greene* (2004)؛ *Rindler* (1969)؛ *Schwrtz* (1989)؛ و *Tavel* (2002)، الفصول 5-8.

مصدر تجربة البرق-والقطار هو الفصلان 8 و9 من عرض آلبرت أينشتاين السهل الصادر عام 1920 *Relativity: The Special and General Theory*.

وهناك برنامج وثائقي رائع اسمه Horizon بثته BBC بعنوان «كم طول قطعة وتر؟» (*How Long is a Piece of String?*) وهناك مقاطع من البرنامج الوثائقي في الموقع التالي:

http://www.bbc.co.uk/programmes/b00p1fpc.

8 إرباكات وراء-علمية

يمكن هزيمة كل الحجج المنطقية بمجرد رفض التفكير بأسلوب منطقي.

- ستيفن واينبرغ[1]

ليس الكون غريبًا فحسب، بل أغرب مما نتخيل.

- آرثر ستانلي إيدنغتون

تناغم الأجـزاء المتنوعة، وتماثلها، وتوازنها السعيد، هو ما ينظِّم، ويـوحِّـد، ويسمح لنا في الـوقـت نفسه بالرؤية الواضحة والفهم العام والغوص في التفاصيل.

- هنري بوانكريه

ليس العلماء وحدهم الذين يتعاملون مع العالم المادّي، فالفلاسفة وبحاث آخرون مهتمون بالكيفية التي يعمل بها الكون وبالكيفية التي نعرفها به. إنهم ليسوا معنيين فحسب بما تكونه البنية، بل معنيون أيضًا بسبب وجود بنية، وبالكيفية التي توصف بها.

يناقش الجزء 8.1 المسائل الفلسفية الخاصة بالعلاقة بين العلم والكون والذهن البشري، ويناقش الجزء 8.2 العلاقة بين العلم والرياضيات. أما الجزء 8.3 فيعنى بالسبب الـذي يجعل الكون فيما يبدو مناسبًا تمامًا للحياة والسلوك العقلاني.

8.1 قيود العلم الفلسفية

أتقصى في هذا الجزء الجوانب المختلفة من فلسفة العلم. يغطي هذا الفرع الواسع والرائع من الفلسفة طبيعة العلم والطريقة التي يتطور بها. وبدلًا من استهداف مسح مفصل لفلسفة العلم، سوف أنتقي بعض أهم الموضوعات من لب هذا الحقل، وأعاين الكيفية التي تتعلق بها بحدود العلم.

(1)Weinberg 1994, 259.

مشكلة الاستقراء

منّ بين القضايا الأساسية في فلسفة العلم مشكلة الاستقراء. مصوغة ببساطة، لماذا يلزمنا أن نعتقد أنه إذا كان البجع الذي سبقت رؤيته أبيض، فإن كل البجع أبيض؟ تتساءل مشكلة الاستقراء عن حقنا في التعميم من بضع ملاحظات إلى قانون كلي. إذا تكررت ملاحظتنا لظاهرة ما، فلماذا يعني هذا أنها تصدق دائمًا. ليس هناك سبب منطقي للخلوص إلى هذه النتيجة. محتمل تمامًا أن توجد بجعات قرنفلية، وكل ما في الأمر هو أننا لم نصادفها. ليس هناك سبب منطقي لأن يكون البجع أبيض وليس قرنفليًا[1].

نستخدم الاستقراء في كل لحظة في حياتنا. إننا نشغِّل مصباح الكهرباء متوقعين أن يضيء، ونشغِّل دش الحمام متوقعين ماء لا طينًا من الصنبور. ونحن نخطط جداولنا بافتراض أن الشمس سوف تشرق غدًا لمجرد أنها فعلت ذلك كل صباح حتى يومنا هذا.

في كل هذه الحالات المختلفة، نخلص إلى نتائج تأسيسًا على فئة محدودة من الملاحظات. لم نر في حياتنا سوى بعض البعجات، ولم نرها جميعها. أشرقت الشمس كل صباح حتى يومنا هذا، لكننا لا نعرف ما الذي سوف يحدث في المستقبل، ونصدر على ذلك تنبؤات حول المستقبل. فلماذا تؤمّن لنا الخبرات السابقة أي مبرر للاعتقاد في أن المستقبل سوف يكون مماثلًا؟

ليست هذه مشكلة جديدة. منذ أكثر من قرنين، بيّن ديفيد هيوم أنه ليس هناك سبب منطقي لنجاح الاستقراء. قد يقول قائل إن السبب الذي يجعل المصباح يضيء حين يشغَّل هو أن تشغيله جعل الدائرة تكتمل، ومحتم على المصباح أن يضيء حين تمر الكهرباء منه. لكن هيوم سوف يرد بقوله إن هذه السلسلة الطويلة من الاستدلالات مجرد سلسلة من عمليات السبب-النتيجة التي تعمل لأننا ببساطة نفترض أنها تعمل بالاستقراء. كل فعل في الماضي سبّب نتيجة بعينها نفترض أنها سوف تحدث في المستقبل. وحسب هيوم، من يستخدم الاستقراء إنما يفترض أن الكون منتظم بطريقة ما عبر الزمن. ولكن ليس هناك مبرر للاعتقاد في هذا الافتراض.

(1) يجب أن نتساءل عما سوف يحدث لو وجدنا بجعة قرنفلية. قد نقول إنها ليست في واقع الأمر بجعة؛ ففي النهاية البجع أبيض، ولهذا محتم أن يكون الطائر القرنفلي نوعًا مختلفًا. إلى أي حد يشكل البياض جزءًا من تعريف البجع؟ إذا كان جزءًا من التعريف، فإننا نستطيع دون ملاحظات أن نقول بسهولة إن «كل البجع -بالتعريف- أبيض». كل هذا نظري وليس واقعيًا. يكفي بحث سريع في الإنترنت لتأييد فرضي أن هناك بالفعل بجعًا أسود وغدفانًا بيضاء.

يخلص الاستقراء من ملاحظة حالات فردية كثيرة إلى قاعدة عامة. الخلوص في الاتجاه المعاكس -من قاعدة عامة إلى نتيجة حول حالة بعينها- يسمى **استنباطًا**. إذا كانت هناك قاعدة عامة تقول إن كل البجع أبيض، في وسعنا أن نستنتج واثقين أن بجعة بعينها بيضاء. في مقابل الاستقراء، الاستنباط عملية معقولة. من الجملتين «كل إنسان فان»، و«سقراط إنسان»، نستطيع أن نستنبط منطقيًا أن «سقراط فان». لا سبيل لإنكار هذا الاستدلال. المشكلة الأساسية في الاستنباط هي أننا عادة ما نخلص إلى القواعد العامة باستخدام الاستقراء.

ومشكلة الاستقراء في صميم العلم. القوانين العلمية إنما تصاغ بالنظر في الظواهر وتعميمها في شكل قواعد عامة نسميها قوانين الطبيعة. غير أنه ليست هناك أسباب حقيقية تعطينا الحق في استنتاج مثل هذه التعميمات. القانون الذي يؤمّنه نيوتن ويصف حركة أزواج من الأجسام لم يصغ لأن نيوتن فحص كل أزواج الأجسام في الكون، بل صاغه باستخدام الفهم، وبالاستقراء مما رأى. الواقع أن القانون ببساطة باطل حين يطبق على كل أزواج الأجسام. لقد أثبتت ميكانيكا الكم أن الجسيمات دون-الذرية لا تمتثل لقانون نيوتن البسيط، فيما أثبتت النسبية العامة أن قوانين نيوتن لا تخبرنا بالقصة كاملة. ونخلص من هذا إلى أن قوانين نيوتن صيغت بالاستقراء، وتَبيّن أنها باطلة؛ إنها لا تسري على الأجسام متناهية الصغر ومتناهية الكبر، وهذا ما كشفت عنه الثورات الفيزيائية في القرن العشرين.

وهذه الموضوعات الإبستيمولوجية المجردة في صميم المعرفة المعاصرة المتعلقة بالاحتباس الحراري. في حين أن معظم العلماء ينظرون في البيانات المتوفرة، ويخلصون إلى أن الكائنات البشرية هي السبب في جعل الأرض أشد حرارة، هناك علماء لم يقتنعوا. إنهم ينظرون في أزمنة أخرى في التاريخ حين كانت هناك عصور جليدية وعصور ذاب فيها الجليد. وهم لا يعتبرون الاحتباس الحراري الراهن مختلفًا عن تلك العصور. ويشعر مثل هؤلاء العلماء أن هناك حاجة إلى فحص المزيد من البيانات، وربما حتى بيانات لن نستطيع الحصول عليها، قبل أن يحق لنا اشتقاق مثل هذه النتيجة.

والراهن أنه ليس العلم وحده، بل مجمل رؤيتنا للعالم، مؤسسة على الاستقراء. إننا نلحظ ظواهر ونصوغ نظريات حول طبيعة العالم الحقيقية. في كل مرة نغلق فيها الثلاجة، نكون واثقين من أن المصباح ينطفئ، على الرغم من أننا لا نراه ينطفئ. وكما قال ويلر«يتألف ما نسميه «واقعًا»...

من ورق مزخرف من صنع الخيال ونظرية مناسبة وضعت بين أعمدة فولاذية من الملاحظات»[1].

وكان للفلاسفة استجابات مختلفة لمشكلة الاستقراء. أكثرها رواجًا استجابة مؤداها أن الاستقراء لا يعطينا دائما حقائق مطلقة، لكنه يعطينا حقائق احتمالية. إذا كان البجع الذي سبقت لنا رؤيته أبيض، فمن المرجح تمامًا أن كل البجع أبيض. وكلما زاد عدد البجع الأبيض الذي نراه، تعززت ثقتنا في أن كل البجع أبيض. أما بخصوص شروق الشمس غدًا، فليست هناك براهين منطقية تثبته. ولكن لأن الشمس كانت تشرق كل صباح حتى يومنا هذا، فإن احتمال أنها سوف تشرق غدًا كبير جدًّا، و«يمكنك أن تراهن واثقًا بأنها سوف تشرق غدًا!»

وهناك حلّ ممكن آخر لمشكلة الاستقراء مفاده أنه في حين أن الاستدلالات الاستقرائية ليست منطقية، فإنها لا ريب في أنها نشاط بشري. بتعبير آخر، تعلّم البشر عبر الزمن كيف ينتقلون من عينيات إلى قواعد عامة. ليست كل القوانين الاستقرائية التي يصوغها البشر صادقة تمامًا، لكن كثيرًا منها صادق. وفي حين أنها ليست منطقية بشكل محكم، فإنها تظل نشاطًا بشريًّا مبررًا.

ويذهب كارل بوبر، أحد أبرز فلاسفة العلم في القرن العشرين، إلى أنه ليس هناك حلّ حقيقي لمشكلة الاستقراء، لكنه يرى أن العلم لا يمارس عبر علماء يحاولون التحقق من القوانين باستخدام الاستقراء. إننا لا نقتصر على رؤية ما حدث في السابق ونعمّم منه لصياغة قوانين علمية، بل يعرض العلماء تخمينات يمكن إثبات أنها خاطئة (أي قابلة للدحض) ويحاولون إثبات أن هذه التخمينات خاطئة. سوف نقول مزيدًا عن أفكار بوبر بعد قليل.

قد تحاول تجاهل مشكلة الاستقراء وتقول «إنه ناجح!». ففي النهاية، في كل مرة استخدم فيها البشر الاستقراء في الماضي وجدوا أنه يحقق النجاح، ولذا يلزم أن يكون ناجحًا. غير أن هذا الحلّ العملي لا يحلّ المشكلة. إننا نبحث عن سبب للاعتقاد في الاستقراء وأنت تقول لأنه نجح في الماضي فسوف ينجح دائما في المستقبل. لكن هذا استدلال دائري: إنك تستخدم الاستقراء في تبرير الاستقراء. وقد لخّص لنا ديفيد هيوم السبب الذي يبين أن هذا الاستدلال ليس جائزًا بقوله: «لهذا فإنه يستحيل على أي حجج من الخبرة أن تثبت تشابه الماضي مع المستقبل، لأن هذه الحجج

(1) Wheeler and Zurek 1984, 195.

مؤسسة على افتراض هذا التشابه»[1]. بتعبير آخر، نحن نفترض أن الكون يظل على حاله لإثبات أن الكون يظل على حاله. وهذا غير مشروع.

وهناك مثل آخر يبين التعارض الظاهر بين العقل والاستقراء يسمى مفارقة الغدفان أو مفارقة همبل. اعتبر الجملة التالية:

كل الغدفان سوداء[2]. في كل مرة ترى غدافًا أسود تحصل على دليل على هذه الجملة. افترض أن هذه الجملة صادقة، واعتبر شيئًا ليس أسود. لأن الجملة صادقة، لا ريب في أن هذا الشيء ليس غدافًا. وهكذا، فإننا نقاد إلى جملة مكافئة منطقيًا:

كل ما ليس بأسود ليس غدافًا[3]. تقول هاتان الجملتان الشيء نفسه بعبارات مختلفة. إذا دللت ملاحظة على أيٍّ منهما فإنها تدلّ تلقائيًا على الأخرى. من جهة أخرى، إذا عثرنا على غداف ليس أسود فقد دحضنا كلتيهما. اعتبر الآن سترة خضراء. إنها ليست سوداء وليست غدافًا، ولهذا فإنها تدل على الجملة الثانية. في كل مرة نرى سترة خضراء- ولأن الأخضر ليس أسود، والسترة ليست غدافًا - فإننا ندلل أساسا على الجملة الثانية، التي تتكافأ مع الجملة الأصلية حول الغدفان السوداء. هذا مزعج بعض الشيء. إذ كيف يتأتى لرؤيتنا سترة خضراء أو كرة زرقاء أن تدل على الجملة التي تقول إن كل الغدفان سوداء؟

في وسعنا أن نذهب أبعد من هذا. حين نرى سترة خضراء، فإننا ندلل أيضًا على الجملة التالية:

كل ما ليس بأزرق ليس غدافًا.

الشيء الأخضر (غير الأزرق) سترة (ليس غدافًا). وهذه الجملة تتكافأ مع:

كل الغدفان زرقاء. وهكذا بمجرد النظر إلى هذه السترة نكون دللنا على أن كل الغدفان سوداء وكل الغدفان زرقاء. وهاتان مجرد جملتين من عدد لامتناهٍ من الجمل التي تدل عليها ملاحظة سترة خضراء. والأسوأ من هذا أن الغدفان، فيما نعلم، ليست زرقاء، وهاتان الجملتان، في واقع الأمر، كاذبتان. فكيف يتسنى لكنزات خضراء أن تفيدنا في ملاحظات علم الطيور؟

وقد طُرِحَتْ حلول ممكنة متنوعة لمفارقة الغدفان. من بينها أن نقبل

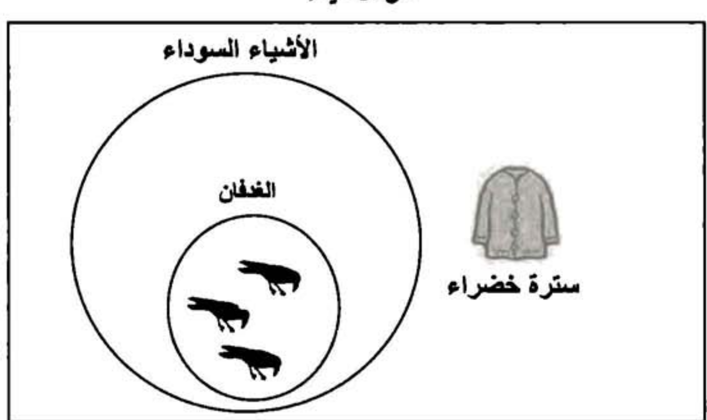
---

(1) Hume 1955, 51.

(2) رمزيًا « سـ (غـداف (سـ) ¬ أسود (سـ)).

(3) هذا ببساطة للعكوس: « سـ (غـداف (سـ) ¬ أسود (سـ)).

نتيجة المفارقة، ونقول إننا حين نلحظ سترة خضراء، فإننا ندلل أساسًا على الجملة التي تقول إن كل الغدفان سوداء. ولكن يجب أن نعتبر هذا الدليل احتماليًا. هب للحظة أن هناك مليون غداف في العالم. في كل مرة ترى فيها غدافا أسود، تقترب بنسبة 1 إلى مليون من إثبات الجملة. في المقابل، ثمة عدد أكبر بكثير من الأشياء غير السوداء في العالم، وحين ترى شيئًا منها، فإنك تقترب من إثبات أن فئة الغدفان فئة جزئية من فئة الأشياء السوداء، كما هو مبيّن في الشكل 8.1. ولأن هناك عددًا هائلًا من الأشياء غير السوداء في العالم، فإن التدليل على الجملة جد ضئيل.



الشكل 8.1: مفارقة الغدفان

وبصرف النظر عن الحلّ الذي نقبله لمشكلة الاستقراء، يجب أن توافق على أن الاستدلال الاستقرائي، لبّ المشروع العلمي، يتجاوز حدود العقل. هذا لا يعني أن الاستقراء باطل. يتبين أن الاستقراء يعمل بنجاح، ولكن يلزمنا أن ندرك حقيقة أنه ليس عملية معقولة تمامًا.

البساطة، والجمال، والرياضيات

ليس الاستقراء الأسلوب الوحيد الذي يستخدمه العلماء في العثور على قوانين الطبيعة وتفسير أعمال الكون الداخلية، فلهم أيضًا أساليب

أخرى في اختيار النظريات العلمية. ومن المهم دراسة هذه الأساليب وعلاقتها بالعقل.

من بين أقدم وأقوى الأدوات التي استمرّ العلماء في الاحتفاظ بها في صندوق أدواتهم أداة تسمى شفرة أوكام أو مبدأ التقتير. وكان وليام أوكام (1349-1285) فيلسوفًا إنجليزيًّا طلب منا ألا نفترض أكثر مما نحتاج. إذا استطعنا أن نفسّر شيئًا ببضعة افتراضات، فيجب علينا ألا نفترض أكثر منها[1]. مجازيًّا، علينا أن نستخدم شفرة لإزالة كل الافتراضات الزائدة عن الحاجة. قد تكون هناك سبل عديدة في تفسير الظاهرة، وينبغي علينا دائما أن نستخدم التفسير الأبسط.

حين روّج كوبرنيكس لفكرة عالم مركزي الشمس، لم يكن السبب راجعًا لوجود شواهد إمبيريقية تستلزم أن الأرض تتحرك. فبالتوكيد لم يكن هناك من يشعر بحركتها. أيضًا فإنه لم يؤكد رؤية مركزية الشمس لأنها قامت بتنبؤات أفضل حول الكون، فهي لم تقم بذلك (فقد حسب أن الكواكب تسبح في أفلاك دائرية، وليست إهليلجية حول الشمس). بدلًا من ذلك كانت حجته، التي تَبَيَّنَت صحتها، أن الكون مركزي الشمس أبسط من الكون مركزي الأرض. لم تكن هناك تدويرات مركبة في العالم مركزي الشمس كما كانت هناك في العالم مركزي الأرض.

وهناك مشكلة كبيرة في استخدام شفرة أوكام تتمثل في أنها قد تكون خاطئة. اختيار النظرية الأبسط لا ينجح دائمًا. مثل هذا، اعتقد كوبرنيكس أن الكواكب تسبح في فلك دائري حول الشمس، في حين أثبت كبلر أنها تسبح في فلك إهليلجي. وكان لأوكام أن يفضّل الفلك الدائري الأبسط. على ذلك، فإن قوانين الطبيعة استبعدت خيار أوكام، وتبنت الفلك الأكثر تركيبًا. والمثل الآخر على فشل شفرة أوكام هو أن عدد المعادلات في صياغة نيوتن للجاذبية أقل من عددها في صياغة أينشتاين. ومعادلات أقل يعني أنها أبسط ولهذا فإن شفرة أوكام تتوقع صحتها. غير أن علماء الفيزياء يخبروننا بأن نظرية أينشتاين أجدر أن تُختار. وقد يرد أوكام بقوله إن عدد المعادلات ليس المقياس الصحيح للبساطة. وقد يكون محقًّا. وقد لا يكون.

(1) يمكن العثور على الفكرة قبل ولادة وليام أوكام بمئات السنين في عمل ابن ميمون دلالة الحائرين (*Guide to the perplexed*). حين كان يناقش الفرق بين حركات الشمس الممكنة كتب يقول: «ثم إنه سوف يكابد من أجل العثور على مثل هذه الفرضية التي تتطلب أقل حركة مركبة وأقل عدد من الأفلاك: ولهذا سوف يفضّل أي فرضية تفسّر كل ظواهر النجوم باستخدام ثلاثة أفلاك على الفرضية التي تتطلب أربعة أفلاك». (Maimonides 1881, part 2, chap. 11, 1904). وهناك أيضًا جمل مشابهة لدى أرسطو.

وهناك أنواع متعددة من البساطة؛ من جهة هناك بساطة الفرضية: بالنسبة إلى أي فرضيتين، اختر النظرية التي تستخدم عددًا أقل من الافتراضات. وهناك **بساطة الأنطولوجيا**: بالنسبة إلى أي نظريتين، اختر النظرية التي تفترض وجود عدد أقل من الأشياء المادّية. مثل هذا، بالنسبة إلى نظريتين تفترض إحداهما وجود الأثير ولا تفترضه الأخرى، اختر النظرية التي لا تحتاج إلى الأثير. كلما قلّت الأشياء المادّية كان أفضل.

وفي الوسع أن تتعارض هذه الأنواع المختلفة من البساطة. فقد يحدث أن النظرية ذات الفرضيات الأقل تتطلب أنطولوجيا أكثر، والعكس بالعكس. ومثل هذا نظرية الكون العديد[1]، التي تذهب إلى أن الكون الذي نراه من حولنا واحد من أكوان عديدة. الرياضيات التي تصف الكون العديد أبسط من رياضيات الكون الواحد. غير أنه يتبين أن هناك أشياء مادّية أكثر في الكون العديد منها في الكون الواحد. كون إيفيريت العديد يضاعف من عدد الأشياء، لكن قدرًا أو نوعًا من الرياضيات اللازم لوصف هذا الكون أبسط بكثير.

ولكن لماذا تنجح شفرة أوكام بوجه عام؟ لماذا يجب علينا دائما أن نختار النظرية الأبسط؟ يعتقد كثيرون أن السبب الذي يجعل شفرة أوكام فعّالة إلى هذا الحد هو أن الكون بسيط وليس مركبًا. ولهذا فإنه من المناسب أن نختار التفسير الأبسط. غير أنه ليس هناك في حقيقة الأمر أي سبب منطقي أو معقول للاعتقاد في أن الكون بسيط. لعله في الواقع مركب. ولا ريب في أنه يبدو مركبًا.

والجمال أسلوب آخر يستخدمه العلماء في العثور على نظريات مختلفة وفي اختيارها. يؤكد العلماء وجوب أن تكون النظرية، بمعنى ما، جميلة. ويروى عن عالم الفيزياء الشهير عالميًا هرمان ويل أنه قال «حاولت في أعمالي دومًا أن أوحِّد بين الصدق والجمال، وحين اضطر إلى الاختيار بينهما، عادة ما أختار الجمال». ولبول ديراك قول شبيه: «جمال المعادلة أهم من مناسبتها للتجربة... ويبدو أن مآل من يسعى إلى الجمال في معادلاته، ولديه تبصرات صحيحة، أن يحرز تقدما»[2].

ولكن ما الجمال على وجه الضبط؟ إن صعوبة تعريف الجمال في العلم لا تقل عن صعوبة تعريفه في الحياة العادية. بعض علماء الفيزياء يماهون

(1) وقفنا على هذه الفكرة في نقاشنا لميكانيكا الكم في الجزء 7.2. وسوف نقف عليها ثانية حين نتعامل مع المبدأ الأنثروبي في الجزء 8.3.

(2) Dirac 1963, 47.

بين الجمال والأناقة[1]، وهي أيضًا مفهوم غير قابل للتعريف. وهناك من يرى أن الجمال يتعلق بالبساطة، مناط شفرة أوكام. وهناك أيضًا من يقول إن النظرية تكون جميلة إذا كانت تعرض الكثير من التماثل أو التناغم. وسبب كثرة الخلاف هو أنه ليس لدى أحد تفسير مؤكد لما يجب البحث عنه، أو عن السبب الذي يجعل هذه الخاصية تنتقي نظريات جيدة.

ومن بين مسائل الجمال أن الجمال لا فعّال دائمًا[2]. العالم ليس مليحًا بالقدر الذي يتخيله العلماء[3]. وعلى حد تعبير رسل، الفكه بشكل لافت، «أعتقد الفلاسفة الأكاديميون، منذ عصر بارمنيدس، أن العالم وحدة... والمعتقد الأكثر أساسية في معتقداتي الفكرية هو أن هذا محض هراء. أعتقد أن الكون بقع وقفزات، لا وحدة فيه، ولا استمرارية، ولا تساوق، ولا نظام ولا أي خاصية أخرى تفضلها المربيات الفاضلات»[4]. وكما هي الحال بالنسبة للبساطة، ليس هناك مبرر للاعتقاد بأن الكون دائمًا جميل وتماثلي.

والرياضيات غربال أو أداة أخرى يستخدمها العلماء في اختيار النظريات الفيزيائية. إنهم يرغبون في أن تكون نظرياتهم رياضية بالقدر الممكن. والنظرية لا تكون مقبولة لديهم حتى يروا معادلات أنيقة. وفي حين اعتُبرت الرياضيات في عهود أسبق لغة أو أداة تعين الفيزياء، أصبحت الآن الحكم الفصل على النظريات[5]. وقد وضع علماء الفيزياء ثقتهم في رموز النظرية ومعادلاتها. إذا نجحت الرياضيات، وجب أن تكون الفيزياء صحيحة. وقد تتوّج هذا الإيمان بدور الرياضيات في اختيار النظريات الفيزيائية في النظرية الفيزيائية الراهنة الساخنة التي تسمى نظرية الأوتار. تفترض هذه النظرية وجود أوتار غاية في الصغر ترتج، وتهتز، وتتجمع، وتنفصل. وقد ثبت بفحص رياضيات هذه الأوتار أنه يمكن تفسير كل القوى المعروفة في الكون المادّي بأوتار. هذه واحدة من النظريات الوحيدة التي لا تفسّر فحسب قوى ميكانيكا الكم،

---

(1) ناقدًا هذه الفكرة، يُنسب إلى أينشتاين قول «إذا رغبت في وصف الحقيقة، فدع الأناقة للحائك». (وهناك شيء شبيه قاله قبل لودفيغ بولتزمان).

(2) يعرض ستيفن واينبرغ مثلين لنظريتين تبدوان جميلتين لكنهما لم يحظيا بالقبول. إحداهما صيغة مبكرة من نظرية واتسون وكرك في الدنا، والأخرى نظرية مبكرة لكبلر تصف المسافة بين الكواكب والشمس. لقد كان لهاتين النظريتين أن تكونا جميلتين لو كانتا ناجحتين. لكنهما، واحسرتاه، لم تكونا كذلك.

(3) Weinberg 1994, 162 -164.

(4) Russell 2009, 67.

استُل هذا الاقتباس خارج السياق. لقد كان رسل ينتقد نمط إيدنغتون في الميتافيزيقا، حيث تقوم الوحدة والكلية بدور.

(5) ثمة تاريخ مثير لأهمية الرياضيات المتزايدة دومًا في الفيزياء، انظر (1932) *Burtt*.

بل تفسر أيضًا الجاذبية التي تقوم بدور رئيس في النسبية العامة. وهناك منقبة أخرى في نظرية الأوتار تتمثل في كونها تتعامل بشكل جيد مع اللامتناهيات الإشكالية. في النظريات الفيزيائية الأخرى التي تحاول توحيد ميكانيكا الكم مع النسبية، تطور المعادلات لامتناهيات مزعجة بطريقة ما. غير أن نظرية الأوتار تخلو من مثل هذه اللامتناهيات المجنونة. ولكل هذه الأسباب، تحمّس الكثير من علماء الفيزياء للتطورات التي حدثت في نظرية الأوتار. غير أن هناك مشكلة واحدة تواجه هذه النظرية؛ ليس هناك أي دليل إمبيريقي على صحتها. ففي حين أن لديها رياضيات عظيمة، ليست هناك ملاحظة يمكننا (في الوقت الراهن) إجراؤها تبيّن أن العالم مؤلّف بالفعل من أوتار صغيرة. لكن غياب الإثبات لا يعني إثبات الغياب. لعل العالم مؤلف من أوتار غاية في الصغر، بما يجعل نظرية الأوتار صحيحة. من جهة أخرى، قد تكون نظرية الأوتار مجرد تخييل مفصل. في الوقت الحالي، لا أحد يعرف. فهل في وسعنا أن نثق في الرياضيات دون الحصول على شواهد إمبيريقية[1]؟

بأي معنى نحن مبررون في استخدام البساطة والجمال والرياضيات بوصفها كشفيات؟ ثمة تبرير براغماتي ممكن مؤداه أن هذه الكشفيات نجحت في الماضي، وينبغي علينا أن نستمر في استخدامها في المستقبل. ففي النهاية، تطوّر العلم في جزئه الأعظم بشكل جيد باستخدام هذه المناهج، ونتوقع أنه سوف يتطور بالجودة نفسها لو أننا استمررنا في استخدامها. غير أن هذا التبرير ليس مقنعًا. إن هذه الحجة تستخدم الاستقراء، وكما رأينا، فإن الاستقراء ليس معقولًا. وهناك تبرير ممكن آخر مفاده أن السبب الذي يجعل تلك الكشفيات تنجح هو أن الكون الذي نعيش فيه، في حقيقته، بسيط وجميل ورياضي. وفي حين أنه يبدو بكل توكيد كذلك، فإن الأمر ليس مؤكدًا. فوفق ما نعرف، قد يكون الكون معقدًا وقبيحًا وغير رياضي.

وكما هي الحال مع الاستقراء، يجب أن ندرك أن هذه الأساليب الخاصة بتطوير العلم تتجاوز أساسًا حدود العقل. إنها تعمل بنجاح، وسَوف نستمر في استخدامها، لكن ليس هناك سبب منطقي لقيامنا بذلك.

(1) في الجزء التالي سوف أتعمق أكثر في العلاقة المهمة بين الرياضيات والفيزياء.

كارل بوبر والقابلية للدحض

بملاحظة إشكاليات الاستقراء وجوانب إشكالية أخرى في العملية العلمية، صاغ كارل بوبر وصفًا للطريقة التي يعمل بها العلم بالفعل. لقد اتفق مع هيوم وآخرين على أن مشكلة الاستقراء تجعل من المستحيل التحقق من النظرية العلمية. في المقابل، يسهل نسبيًا إثبات أن النظرية العلمية غير صحيحة. كل ما يلزمك القيام به هو العثور على حالة عينية يثبت فيها كذب النظرية. إذا كانت النظرية تستلزم ظواهر بيّنت الملاحظة أنها لا تحدث، لا مناص من أن نستنتج أن النظرية كاذبة. وفق ترميز هذا الكتاب،

النظرية ← تنبؤات كاذبة

يعني أن النظرية كاذبة. وقد شعر بوبر بأنه بدلًا من محاولة التحقق من النظرية، يجب على العلماء محاولة إثبات كذبها.

وكان بوبر قد تأثر بتجربة إيدنغتون الشهيرة مع الكسوف الشمسي، التي ناقشنا في الجزء 7.3. كان عمره في عام 1919، سبعة عشر عامًا، حين أثبتت التجربة أن فكرة نيوتن عن المكان بوصفه موضعًا مسطحًا تقع فيه الظواهر ليست صحيحة. وقد بيّن إيدنغتون أن الأجسام الكبيرة، كالشمس مثلًا، سوف تُثني الضوء، وأنه يجب التخلي عن فكرة نيوتن في المكان. وقد بدا أن نظرية أينشتاين في النسبية العامة «أقرب إلى الصحة». وكان بوبر قد روّعته حقيقة أنه بعد مئات السنين من التأسي بنيوتن، كان العلماء مستعدين للتخلي عن فكرته لأنه اتضح لهم أنها لا تنجح هذه المرة. وقد قابل هذا مع نظريات السياسة والأخلاق والدين حيث يتشبث المعتقدون بمذهبهم على الرغم من الشواهد التي تدل على بطلانه.

عند بوبر، تشكل قابلية العلم لإثبات خطئه – أي حقيقة أن العلم قابل للدحض – العلامة الفارقة للعلم. إنها ما يميّز بين العلم وسائر الأنشطة. يقوم العلم بتنبؤات يمكن إثبات خطئها بالملاحظة. وقد وصف التخصصات التي لا تقوم بتنبؤات قابلة للدحض بـ العلوم الزائفة، وشعر أنها لا تبلغ المنزلة السامية التي يتنزلها العلم. وأمثلة بوبر الأساسية على العلوم الزائفة هي الماركسية والتحليل النفسي. لقد قامت هاتان الحركتان الفكريتان المؤثرتان بالكثير من التنبؤات حول السياسة والاقتصاد والطبيعة البشرية. ولكن كلما تبين كذب هذه التنبؤات، كان الماركسيون وعلماء التحليل النفسي قادرين دائمًا على تبيان أن نظرياتهم نجحت بالفعل في تفسير هذه

الشذوذيات. بمعنى ما، العلم الزائف أقوى مما يجب لأنه قادر على تفسير أي ظاهرة وأي شيء تسفر عنه أي تجربة. في العلم الحقيقي وحده يمكن أن يكون التنبؤ خاطئًا، ويثبت أن نظرية بأسرها خاطئة ويلزم استبعادها.

ويتطور العلم حسب بوبر عبر اقتراح تخمينات وتنبؤات قابلة للدحض. بعد ذلك يفحص العلماء هذه التخمينات والتنبؤات من خلال إجراء تجارب. إذا بيّنت التجارب أن هذه التخمينات كاذبة، ينتقل العلماء إلى تخمينات أخرى. أما إذا لم تبيّن التجارب أن التخمينات كاذبة، فإن هذا لا يعني أن النظرية صادقة، بل يعني فحسب أنها لم تدحض... بعد.

لم يلتزم الجميع بأفكار بوبر حرفيًا. ثمة من جادل فيما إذا كان هذا هو بالفعل الأسلوب الذي يتقدم به العلم. معظم العلماء سعيدون بالحل الاحتمالي لمشكلة الاستقراء، وتراهم يستخدمون بحرية أساليب أخرى في الاختيار بين النظريات المختلفة. وحين تُختار نظرية ما، عادة ما يُستشعر أنها حصلت على تأييد إذا كانت هناك شواهد كافية تبين صحتها. في الحياة الواقعية لا ينتظر العلماء إلى أن تُدحض نظرياتهم.

وهناك نقد آخر لبوبر مفاده أن القابلية للدحض ليست- كما اعتقد- خيارًا بين كل شيء ولا شيء. ففي حين أن العلماء يستخدمونها، ثمة أوقات لا تنجح فيها تمامًا. وكما سوف نرى في الجزء التالي، حين نظر أربين ليفبرير (1811-1877) في حركة يورانس، الكوكب المكتشف حديثًا، رأى اضطرابات بعينها لا تناسب تمامًا قوانين نيوتن. وقد كان لبوبري أرثوذكسي أن ينصح ليفبرير بالتخلي عن قوانين نيوتن والبحث عن قوانين أخرى. ولحسن الحظ أن ليفبرير تجاهل مثل هذه النصيحة المفترضة وتشبث بقوانين نيوتن. وبدلًا من استبعاد قوانين نيوتن في حركة الكواكب، استخدمها في العثور على كوكب آخر جعل يورانس ينحرف عن مساره. العلم عملية مركبة.

وتسلّط أفكار بوبر الضوء على مشكلة أخرى في فلسفة العلم: كيف يعرف الباحث ما إذا كانت فكرة ثورية جديدة صحيحة أو مجنونة؟ هل هذه الفكرة الجديدة رؤويّة أم أنها مجرد هراء؟ يتبين أنه يلزمه أن يجري تجَربة ويختبر الفكرة. ولكن ماذا لو لم تكن الفكرة قابلة للاختبار، أو أن نتائج التجارب لم تكن قاطعة؟ متى لا تعود النظرية تعد جذرية ويُشرع في اعتبارها صادقة؟ ومتى يجب أن تعدّ تدجيلًا؟ في فترة ما اعتقد معظم العلماء في وجود مادة تسمى الأثير، وأخرى تسمى الفيليجستون. وكانت التدويرات الكوكبية معروفة عامة. على ذلك اتضح أن هذه الأفكار خاطئة.

في المقابل، مرّ زمن اعتبرت فيه أفكار طرحها كوبرنيكس، وباستير، والأخوان رايت مجنونة تمامًا، في حين تعدّ الآن علمًا مشروعًا. صحيح أن معظم التدجيل يظل تدجيلًا، لكن تاريخ العلم يعلّمنا أن قدرتنا على التمييز بين العلم الجيد والعلم الرديء ليست مثالية.

دعونا نقل إن لدينا نظريتين مختلفتين تفسران ظاهرة بعينها. كيف نعرف النظرية الصحيحة؟ هذا ما يحدث عندما يناسب مسماران ذوا شكلين مختلفين الفتحة نفسها. أي منهما ينتمي إلى هناك؟ يتضح أنه إذا كانت هناك أي تجربة أو ملاحظة تدحض إحدى النظريتين فإنها سوف تُستبعد. هل هذا يعني أن الأخرى صحيحة؟ قد تكون هناك نظريات أخرى إلى جانب هاتين النظريتين. وما الذي يجب علينا القيام به قبل أن تُدحض أي منهما؟ هذا قيد على قدرتنا في معرفة قوانين الطبيعة. إنه قيد على العقل.

تعريف بوبر للعلم يجعل غاية الوصول إلى الحقيقة المطلقة باستخدام المنهج العلمي مستحيلة المنال. والأهم من ذلك، نسبة إلى مقصدنا، فإنه يبيّن أن ما نحسب أننا نعرفه عن الكون ليس بالضرورة صحيحًا. كل ما في الأمر أنه لم يدحض بعد. وفي حين أن نظرياتنا العلمية الراهنة قد تحوز بالفعل الحقيقة المطلقة، قد تتعرض هي الأخرى للدحض يومًا ما. إننا ببساطة لا نعرف. قد تكون نظرياتنا صحيحة، وقد تكون مجرد مرحلة مؤقتة أخرى في تطور العلم.

لن نعرف إطلاقًا حتى ما إذا كانت لدينا الإجابة الصحيحة. لم تثبت تجربة إيدنغتون أن نظرية أينشاين في النسبية العامة هي النظرية الصحيحة، بل أثبتت فحسب أن نظرية نيوتن لا تناسب تمامًا الأجسام الكبيرة، الشمس مثلًا. مسألة ما إذا كانت نظرية أينشتاين صحيحة أم لا مسألة لا نستطيع حسمها. إذا كانت صحيحة، قد يتبين يومًا أنها خاطئة. في المقابل، لم يطرح لنا بوبر أي منهج لمعرفة هذا. إننا دائمًا في مرحلة انتظار دحضها. عنده، كل المعرفة العلمية مؤقتة، وليست مطلقة.

تومس كون والبردايمات

في عام 1962، نشر تومس س. كون (1922-1996) واحدًا من أكثر الكتب تأثيرًا في فلسفة العلم. لقد غيّر عمله بنية الثورات العلمية (*The Structure of Scientific Revolutions*) الطريقة التي يفكر بها الناس في

العلم وفي الكيفية التي يتطور بها. حسب كون، يمارَس العلم ضمن بردايم – أي مجموعة أفكار ولغة يستخدمها كل البحاث في الحقل المعني. والعلم الذي يمارس ضمن مثل هذه البرادايم يوصف بأنه علم سوي. ومجتمع العلماء الذين يعملون ضمن هذه البرادايم يقبلون هذا العلم ويتفقون معه. هكذا يمارس القطاع الأغلب من العلم.

غير أن العلم السوي لا يشكل الصورة بأكملها. بمرور الوقت يُعثر على شذوذيات بعينها ضمن البرادايم العاملة. وفي حين أن هذه الشذوذيات لا تغفل، فإن العلماء يتشبثون بالبرادايم، ويقتصرون على إحداث تعديلات طفيفة على الأفكار التي تشتمل عليها البرادايم. إنهم يحاولون الإصلاح من شأن البرادايم وتعديلها بدلًا من تغييرها. وبمرور المزيد من الوقت تحدث الشذوذيات أزمة كبيرة. سوف يكون هناك خلل ما في البرادايم، ويلزم إحداث تغيير ثوري. وهذا ما يسميه كون العلم الثوري. تتغير البرادايم، ويحدث ما يسمى تحول برادايمي. في البداية، يُتجنب العلماء الثوريون من قبل نظرائهم. سوف يتحدثون لغة مختلفة، وسوف تكون لديهم رؤية مختلفة في العالم. وسوف تبدو البرادايم الجديدة غريبة، وربما حتى غير معقولة. غير أنها تفسر المزيد وتواجه شذوذيات أقل من البرادايم القديمة. وفي النهاية تُقبل تدريجيًا من قبل علماء الحقل.

وبعد بعض الوقت، تصبح البرادايم الثورية الجديدة هي البرادايم السوية، وكل العاملين الجدد أو المرنين في الحقل سوف يعملون فيها. سوف يصبح علمهم الأرثوذكسيا الجديدة. وفي النهاية يُعثر على شذوذيات بعينها تواجه هذه البرَدايم، وسوف تستمر هذه العملية إلى الأبد. وخلال تطور أي حقل بعينه، هناك فترات طويلة من توازن العلوم السوية[1]، تتخللها تحولات ثورية برادايمية.

وهناك الكثير من الأمثلة على مثل هذا التحول البرادايمي. المثل الأبرز هو التحول من المجموعة الأرضية البطلمية إلى المجموعة الشمسية الكوبرنيكية. وقد استغرقت هذه الثورة مئات السنين قبل أن تصبح البرادايم الجديدة. وهناك ثورة أخرى تمثلت في التغيّر من رؤية نيوتن للعالم إلى نظرية أينشتاين العامة في بداية القرن العشرين. والتغيّر من الميكانيكا الكلاسية إلى ميكانيكا الكم شكّل هو الآخر تحولًا برادايميًا أساسيًّا. وفي كل هذه الحالات، كان هناك تغيّر كبير من رؤية قديمة في العالم إلى رؤية جديدة.

(1) مع الاعتذار للنظرية البيولوجية المتعلقة التي طورها نيلز إلدريج وستيفن جي غاولد.

ومن أفكار عمل كون الرئيسة فكرة اللامقايسة بين أي زوجين من البردايمات. لقد شعر أنه بحسبان أن هناك لغات مختلفة ورؤى مختلفة في العالم، يستحيل عمليًا على من يقبلون بردايمات مختلفة أن يتواصلوا. بعض الفلاسفة يذهبون أبعد من هذا، حيث يرون أنه من الخطأ المقارنة بين بردايمات مختلفة. لماذا يجب علينا أن نقول إن بردايمًا ما أكثر علمية أو معقولية من أخرى، إذا كانت كل بردايم تنجح في عصرها؟

وكان كون قد خلص إلى بعض هذه الأفكار من دراسته لأعمال أرسطو. لقد لاحظ أنه من منظور باحث نيوتني، كان أرسطو مخطئًا تمامًا، وكان عالم فيزياء سيئًا. ولكن إذا نظرت إلى فيزياء أرسطو من منظور باحث في عصره، فإنه كان يمارس فيزياء جيدة جديرة بالألفيتين التي حظي فيهما بالإعجاب. وهكذا يقول كون «لقد سألت نفسي: أليس في الإمكان أن أكون المسؤول عن الخطأ بدلًا من أن يكون أرسطو المسؤول عنه. لعل كلماته لم تكن تعني دائمًا له ولمجايليه ما تعنيه لي ولمجايلي». وقد أدرك كون أن عليه أن ينظر إلى السياق الذي كان يعمل فيه أرسطو: «لا يمكن للتغيّر المحوري أن يُختبر تدريجيًا». على المرء أن ينظر إلى الصورة الأكبر كي يقدّر أرسطو[1].

اعتُبر كتاب كون[2] ثوريًا، أو هذا ما أجرؤ على قوله. أكثر أطروحاته تعرضًا للجدال هو أن العلم ليس بحثًا عن أفكار مكرسة في الحقيقة، فالعلماء يعملون ضمن بنية اجتماعية. خلال طور العلم السوي، تراهم يطرحون ويجيبون عن أسئلة مؤسسة على البردايم الراهنة، وقد تشكّلت معتقداتهم بعملية تعليمية تقبل دون تشكيك صحة بردايم بعينها. من هذا المنظور، لنا أن نسأل عما إذا كان هناك بحث عن الحقيقة حين يمارس العلم السوي أو مجرد عمل ضمن بردايم مشكّلة اجتماعيًا. وقد اعتبر بعض الفلاسفة أن هذا يعني أن العلم يتنزل منزلة متساوية مع حقول أقل علمية.

وهناك مشكلة أخرى طرحها الفلاسفة تتمثل في حقيقة أن معقولية البردايم تتغير. ضمن العلم السوي، من المعقول تمامًا رؤية الخطوة التالية. ولكن حين يلزم استبعاد البردايم برمتها والاستعاضة عنها ببردايم جديدة، ليس هناك من سبيل معقولة للعثور على البردايم الجديدة. ولو صحّ هذا،

---

(1) Kuhn 1987.

(2) يجب إبداء الحرص في الكتابة عن كون. لقد تعرض كتابه للاختطاف من قبل فلاسفة مختلفين، تطرفوا بأفكاره. وكان كون أمضى وقتًا طويلًا في توضيح رؤاه والاحتجاج ضد بعض الأفكار التي بدت تلزم عن أعماله. وبمرور الوقت عدّل وغيّر فيها. لن أخوض في مسألة ما قيل ومتى قيل، أو المقصود الحقيقي مما قيل، بل سوف أطرح أسئلة حول قيود العقل مؤسسة على أفكار دشنها كون.

فإن العلم لم يعد سعيًا معقولًا نحو فهم الكون الذي نعيش فيه، لأن تغيراته الأساسية ليست محكومة من قبل العقل.

ماذا عن تطور العلم؟ لو حملنا اللامقايسة محمل الجد، فإن الشك سوف يلقي بظلاله على فكرة أن العلم يتقدم بمرور الزمن. الواقع أن هناك من اتخذ هذا الموقف، ولم يعتبر العلم المؤسس على البردايمات الراهنة أفضل بأي طريقة من العلم المؤسس على البردايمات السابقة. هنا سوف أقوم بشيء استثنائي وأوجه نقدًا إلى مثل هذه الأفكار. بالتوكيد هناك تقدم علمي. نسق نيوتن أفضل من نسق أرسطو، ونسق أينشتاين، بدوره، أفضل من نسق نيوتن. الأنساق الأحدث تفسر عددًا أكبر من الظواهر التي تفسرها الأنساق الأقدم، كما أنها تفسرها بطريقة أفضل. بصرف النظر عما يقوله الفلاسفة، لن نتخلى إطلاقًا عن رؤية مركزية الشمس ونعود إلى مركزية الأرض.

الحقيقة مسألة أخرى مهمة عند كون، وأتباعه، وبعض نقاده. يقول معظم الناس إن نظرياتنا العلمية قد لا تكون دقيقة، ولكن بمرور الزمن نقترب أكثر وأكثر مما قد نسميه الحقيقة. وهذه الحقيقة لا تعيش ضمن برادايم ما، لكنها موجودة بمعنى ما «هناك»، ولا يرتهن فهمها للبرادايم التي يستخدمها العلماء. غير أن هناك فلاسفة يختلفون مع هذه الرؤية السائدة، ويرون أنه ليست هناك حقيقة مؤسسة، وأنه ليس في الوسع سوى رؤية العالم المادي من منظور نوع ما من البردايمات. ويجادل هؤلاء الفلاسفة بقول إن كل برادايم عرفها تاريخ العلم قد تبين بطلانها، وليس هناك مبرر للاعتقاد في أن البرادايم الراهنة تشكّل بطريقة ما الرؤية الصحيحة في العالم. العلم عندهم لا يتقدم صوب أي شيء، بل ينأى ببساطة، عبر تغير البردايمات، بعيدًا عن ماضيه. فكرة أن هناك فئة مثبّتة من الأفكار في العالم مستقلة عن برادايم ما موضع شك كون. لقد شعر أن الحقيقة الموضوعية لا وجود لها بالفعل. (على الرغم من أنني لا أستطيع أن أثبت أن هذه الأفكار حول الطبيعة النهائية للواقع خاطئة، فإنني بكل بساطة أجدها، ربما صحبة معظم العلماء، خاطئة).

نهاية العلم

ثمة شعور ينتاب بعض البحاث بأن عمل العلماء خلال القرون القليلة الماضية قد كشف عن كل غوامض الكون، وأن مهمة العلم سوف تنتهي

قريبًا جدًّا. لقد فهم ووصف علماء اليوم كل القوى المعروفة التي تسيّر الكون. وقد وحّدوا بين معظمها، وبيّنوا كيف أنها في واقع الأمر القوى نفسها. وفسّر علماء اليوم أيضًا عجائب مختلف المواد الكيميائية وتفاعلاتها، وبيّنوا كيف أن مواد الكون المختلفة مؤلفة من أنواع الجسيمات دون-الذرية نفسها، كما بيّنوا ما يحدث حين تجتمع. أجزاء كبيرة من فسيولوجيا الإنسان والحيوان أصبحت لدينا غاية في الوضوح. باختصار، يبدو أننا نعرف الكثير عما يجعل ساعة الكون تدق. ويشعر هؤلاء المفكرون أنه لن يبقى بعد قليل سوى أن يعنى العلماء ببعض التفاصيل البسيطة. لن تبقى أي مسألة علمية أساسية مفتوحة للجدال.

غير أن هناك كثيرين يسخرون من مثل هذه الأفكار. إنهم يرون أن نهاية الفيزياء بدت قريبة عديد المرات في السابق. وقد تبين أن كل هذه التنبؤات خاطئة، وهذا مصير هذا التنبؤ. بعد ما يقرب من قرنين من إنجاز عمل نيوتن، اعتقد علماء الفيزياء أيضًا أنه لم تبق سوى التفاصيل. وحين أطل القرن العشرون، بيّنت لهم ميكانيكا الكم والنظرية النسبية أنهم كانوا مخطئين، وأن هناك العديد من الظواهر الجديدة التي تحتاج إلى تفسير. ولعل هناك الكثير من الظواهر الجديدة في قادم السنين.

ليست هذه الحجة بمنأى عن سوء الاستخدام. حقيقة أن الناس تنبّؤوا في الماضي بأن نهاية العلم وشيكة، وثبوت خطأ هذا التنبؤ، لا تعني أن التنبؤات الراهنة سوف تفشل هي الأخرى. لآلاف السنين حاول الجنس البشري البحث عن مصدر النيل، وفشلوا في العثور عليه. بعد ذلك، وفي أحد الأيام، عثرنا عليه[1]. وعلى نحو مشابه، كان هناك طفل يصرخ «ذئب» مرات عديدة، ولم تكن هناك ذئاب. غير أن الذئب ظهر في النهاية. وعلى نحو مماثل، يمكن للمفكرين أن يتنبؤوا عديد المرات بوَشك نهاية العلم، ولكن هذا التنبؤ قد يكون الآن صحيحًا. والسبب الذي جعله يفشل في الماضي هو أننا لم نعثر آنذاك على الحلول. لقد كانت هناك ظواهر جديدة في حاجة لأن تكتشف، وتفسيرات جديدة في حاجة للكشف عنها. ولعل الظواهر قد عُرفت الآن، ولعل كل التفسيرات قد فُهمت. ولعل الظواهر لم تُعرف والتفسيرات لم تُفهم.

هناك الكثير من أسباب وَشك نهاية العلم. إننا بالفعل أقرب من أي

(1) في الأدبيات، يعزى مثل على العثور على النيل إلى ستيفن واينبرغ في Weinberg (1994). والواقع أنه يوضح رأيه بمثل العثور على القطب الشمالي (ص 231-232)، ثم يوضحه بمثل العثور على النيل (ص. 61).

وقت مضى من حيث وصف الكثير من القوى. معرفتنا بالعالم دون-الذري تتجاوز بكثير معرفتنا السابقة. وبمرور الوقت، استطعنا التوليف بين المزيد والمزيد من القوى وأثبتنا أنها في حقيقة الأمر متماهية. وهذا يبيّن أننا حققنا في نظرياتنا قدرًا من التقتير يفوق ما كان ليحظى بتقدير أوكام. ويبدو أن نظرية الأوتار ونظريات موحّدة كبرى مشروعة أخرى جمعت سائر النظريات. ويبدو أيضًا أن نظرياتنا أكثر رياضية من أي وقت مضى.

وهناك أيضًا الكثير من الأسباب التي تبرر الاعتقاد في أن الطريق أمامنا مازال طويلًا، وأن العلم قد لا ينتهي أبدًا. لو كان العلم على وشك الانتهاء، لاعتقدنا أن بعض أجزائه قد انتهت بالفعل. غير أننا لا نرى أي حقل أساسي من حقول العلم يشكو من عوز العمل أو يغلق محلّه. يظل كل حقل يطرح وأحيانًا يجيب عن أسئلة جيدة، فلماذا نعتقد أن العلم سوف ينتهي في النهاية؟ ويصف إمانويل كانط مشكلة أخرى في الحكم بقرب وشك انتهاء العلم: «كل إجابة تُطرح وفق مبادئ الخبرة تولّد سؤالًا جديدًا، يتطلب إجابة تخصه ويبيّن من ثم عدم قدرة كل ضروب التفسير المادّية على إرضاء العقل»[1]. بتعبير آخر، حتى لو أجبنا عن جميع الأسئلة المطروحة الآن، سوف يكون هناك في المستقبل المزيد من الأسئلة. العلم، بمعنى ما، يؤبّد نفسه.

تتوقف مسألة نهاية العلم، جزئيًا، على ما كنا نقبل بعض الأجوبة على الأسئلة التي يثيرها هذا الجزء. هل لدينا شواهد ملاحظية كافية تبرر الخلوص استقرائيًا إلى نظرية تتصف بأنها نهائية؟ لو قبلنا خِطّاطة الدحض التي يقول بها بوبر، قد ينتهي العلم دون أن نعرف أنه انتهى، لأنه يستحيل التحقق بشكل مطلق من نظريتنا. ببساطة يلزمنا أن ننتظر إلى الأبد كي نعرف أن نظريتنا لن تدحض أبدًا. في المقابل، لو كان بوبر مخطئًا، فقد ينتهي العلم ونعرف أننا وصلنا إلى نهايته. ولو كانت رؤية كون في البردايم صحيحة، ومحتم على البردايمات أن تواصل تغيرها، لن نحصل إطلاقا على نظرية نهائية.

وتتوقف مسألة نهاية العلم على بنية الكون نفسه. هل يوجد بالفعل نوع من التفسير النهائي الذي يحاول العلماء العثور عليه؟ أو، في المقابل، ليس هناك مستوى أعمق من التفسير؟

لا يبدو أن هناك أجوبة حاسمة عن هذه الأسئلة. ليست هناك حجة

(1) Kant 1949, section 57, p. 122.

في حكاية شهيرة قال برنارد شو في حفل تكريم لألبرت أينشتاين «العلم مخطئ دائمًا. إنه لا يحل مسألة دون أن يثير عشر مسائل».

على أي إجابة أكثر جاذبية من الحجة ضدها.

وهناك العديد من الإمكانات المختلفة لمسائل نهاية العلم، تشمل التالي:

- قد ينتهي، وسوف ينتهي العلم بالفعل، قريبًا جدًّا، وسوف نعرف ونفهم كل غوامض الكون[1].
- قد ينتهي العلم، ولا تكون هناك أجوبة جديدة، لكننا لن نفهم كل الغوامض. أي أنه ليست هناك نتائج جديدة أساسًا في العلم، ولكننا نظل نعوز الأجوبة عن كل أسئلتنا. وكما أكدت عديد المرات في هذا الكتاب، طبيعة عالمنا المادّي النهائية قد تتجاوز ببساطة حدود العقل البشري.
- قد يستمر العلم إلى الأبد دون الحصول على إجابة نهائية. ثمة ببساطة سلسلة لامتناهية من التفسيرات، الواحدة تلو الأخرى. وكل تفسير أعمق من سابقه.
- قد يستمر العلم دون أن نعرف أننا حصلنا بالفعل على كل الأجوبة عن الأسئلة المهمة. أي أن العلم قد يعنى بأسئلة تعوزها الأهمية دون أن نلحظ ذلك. يعتقد كل عالم أنه معني بأهم سؤال في العالم، مهما بدا تافهًا أو تعوزه الأهمية في أعين معظم الناس. هذه ببساطة هي طبيعة المهنة. ولعلنا جميعًا وقعنا تحت سطوة الوهم بخصوص المنزلة العالية للعلم.
- لن ينتهي العلم أبدًا، لكن تقدمه يزداد بطئًا.
- لعل العلم انتهى بالفعل، ولا نعنى الآن إلا بمسائل صغيرة، وكل ما في الأمر هو أننا لا نعرف ذلك.

لا شك في أن هذه القائمة من السيناريوهات الممكنة للعلم قابلة لأن تطول إلى ما لانهاية، وأنا على يقين من أن هناك الكثير من التطورات المعقولة الأخرى التي لا نستطيع حتى تخيلها. يستحيل حتى إعداد قائمة كاملة لإمكانات نهاية العلم، ناهيك بتحديد أيها سوف يتحقق. التنبؤ بالمستقبل صعب. منذ 100 سنة خلت لم يكن لدينا شيء من قبيل الحواسيب، وشبكة المعلومات الدولية، والميكروويف، والتلفزيون، والغواصة النووية، وما إلى ذلك.

---

(1) متى هنا «القريب جدًا». لقد مرّ أكثر من عقد ونصف على نشر جون هورغان (John Horgan, 1996) كتابه الشهير الذي يتنبأ فيه بنهاية العلم الوشيكة. لكني لا أعرف أحدًا يعتقد أن هذا التنبؤ قد تحقق. هل العلم أقرب للنهاية منه عام 1996؟ التنبؤ بأن العلم سوف ينتهي «قريبا» دون تحديد جدول زمني ليس تنبؤًا قابلًا للدحض. قريبا ليست كلمة يمكن تحديد معناها بدقة. كيف نستطيع أن نعرف ما إذا كان التنبؤ خاطئًا؟

ما كان هناك من سبيل للتنبؤ بما كان في جعبة العلم والتقنية من أجلنا. وعلى نحو مماثل، يستحيل التنبؤ بما سوف يحدث في القرن القادم. ليس في وسعنا أن نعرف ما إذا كان العلم سوف ينتهي أو كيف ينتهي[1].

ويتضح أن لهذا الموضوع استتباعات تتعلق بمحور حدود العلم. إذا كان العلم لن ينتهي أبدًا، أو أنه سوف ينتهي دون أن نعرف كل الأجوبة عن الأسئلة الكبرى، فلا ريب في أن هذه الأجوبة تتجاوز حدود العلم. في المقابل، لو أن الكون سوف يكشف يومًا ما عن كل غوامضه للباحثين البشر، فإن عقال العقل ليس ضيقًا إلى هذا الحد.

ثمة شيء مشترك في كل موضوعات فلسفة العلم المختلفة التي ناقشنا: أنها تبيّن أن العلم نشاط بشري. وأنه نتاج كائنات بشرية متناهية وخطّاءة تحاول البحث عن الحقيقة النهائية. البيانات التي نعاين محدودة، والنظريات التي نستحدث مؤقتة، والمعادلات التي نكتشف ناقصة. إننا لا نروّج لنوع من الاعتقاد بعد-الحداثي السخيف في أن العلم ليس حقيقيًا، بل نحاول قول إن السبل التي يجد ويصف بها البشر قوانين الطبيعة هي، ببساطة، بشرية. لا يتيسر لنا وسطاء وحي أو آلات ترحل في الزمان تعيننا على الاطلاع على المستقبل، بل نعاين ما توفر لنا من شواهد، ونحاول أن نستنبط معنى منطقيًا للعالم الذي نعيش فيه[2].

8.2 العلم والرياضيات

ثمة أحجية عميقة بعض الشيء في قلب المشروع العلمي. فكما يعرف كل من درس العلوم، يتوقف فهم العالم المادّي على دراية بقدر هائل من

(1) الأدبيات مليئة بالأفكار المشبوبة بالعواطف حول هذا الموضوع. بطريقة ما «يعرف» الباحث الأجوبة عن هذه الأسئلة. ولسوء الحظ فإن هذا الكاتب المتواضع لا «يعرف» الأجوبة.

(2) ثمة الكثير من الموضوعات في فلسفة العلم التي تمس قيود العلم. مثل هذا، يناقش الفلاسفة وجود قوانين الطبيعة. إلى أي حد هذه القوانين حقيقية بدلًا من أن تكون مجرد أنماط من الملاحظات أو الأفكار المشكّلة اجتماعيًا؟ ما بعض القيود المفروضة على العلم؟ إلى أي حد يتأثر العلم ببنى العلماء الاجتماعية؟ انظر عمل Rescher (1978) بخصوص المزيد في مسألة قيود العلم، وانظر عمله (1999) بخصوص الكثير من القضايا المتعلقة بقيود العلم العملية والفلسفية. وهناك الكثير من المواضيع في الإبستمولوجيا الكلاسية لديها مضامين محددة لقيود العلم. مثل هذا، يسأل الفلاسفة عن كيفية إثبات أننا لسنا «أدمغة في راقود» تغذّى بالمؤثرات. ومن الأفكار الفلسفية المثيرة الأخرى الأنانة، الاعتقاد أن ذهن المرء هو الذهن الموجود الوحيد. (المفارق أنه عادة ما يعتبر أصحاب هذا المذهب عن صدمتهم من عدم قبول الآخرين أفكارهم). وهناك من الفلاسفة من يذهب بهذا بعيدًا صوب «أنانة اللحظة الراهنة»، أي الاعتقاد أن ذهن المرء هو الذهن الموجود الوحيد، وأن هذا الوجود لم يبدأ إلا من خمس دقائق. بتعبير آخر، حتى الذكريات ذات أصل قريب. وفي حين يتبين أن هذه الأفكار مجنونة، ليست هناك إثباتات منطقية أو مؤسسة على العقل تبرهن على بطلانها. سوف نترك مثل هذه الأفكار لكتّاب آخرين.

الرياضيات. ذلك أن العلم يستخدم الرياضيات لغة في التعبير عن نفسه، والعلم مستحيل بدون هذه اللغة. ويمكن رؤية هذا بفحص متطلبات مواد الكليات العلمية. يحتاج المختص في الفيزياء والهندسة إلى دراسة حساب التفاضل والتكامل عدة فصول. ويلزم علماء الحاسوب دراسة الرياضيات، والجبر الخطي، والإحصاء. أما علماء الكيمياء الحديثون فملزمون بالدراية بقدر كبير من الطوبولوجيا، ونظرية الرسوم البيانية، ونظرية المجموعات. منذ أربعمائة سنة تقريبًا، وصف أحد أعظم العلماء في التاريخ، غاليليو غاليلي، بشكل أنيق ضرورة دراسة الرياضيات: كُتبت الفلسفة في هذا الكتاب العظيم المفتوح باستمرار أمامنا (أعني الكون). غير أنه ليس بالمستطاع فهم هذا الكتاب إلا بتعلم اللغة وفهمها ومعرفة الحروف التي كُتب بها. لقد كُتب بلغة الرياضيات، والحروف عبارة عن مثلثات ودوائر وأشكال هندسية أخرى. بدون هذه الوسيلة يستحيل على الجنس البشري فهم كلمة واحدة؛ بدون هذه الوسيلة ليس هناك سوى تعثّر غير مجد في متاهة معتمة[1]. ومن شأن هذا أن يقودنا إلى سؤال واضح: لماذا تعد الرياضيات أساسية إلى هذا الحد في فهم العالم المادي؟ ولماذا تنجح إلى هذا الحد؟ ولماذا يمتثل العالم المادّي فيزيائي للرياضيات؟ لقد طرح هذه الأسئلة البسيطة علماء ومفكرون عظام في كل جيل. وهكذا كتب بول ديراك (1902_1984) يقول: يبدو أنه من ضمن الجوانب الأساسية في الطبيعة أن القوانين الفيزيائية موصوفة بلغة رياضية ذات جمال وقوة عظيمين، يتطلب فهمها مستوى عاليًا تمامًا من الرياضيات. قد تتساءل: لماذا تشكلت الطبيعة على هذا النحو؟ ليس في الوسع أن نجيب بأن معرفتنا الراهنة تبيّن فيما يبدو أنها مشكّلة على هذا النحو، وأن علينا ببساطة أن نقبل هذا. قد يكون بمقدور المرء وصف الموقف بقول إن اللّه رياضي من طراز رفيع، وقد استخدم رياضيات متقدمة في خلق العالم. محاولاتنا الواهنة في الدراية بالرياضيات تمكننا من فهم القليل عن العالم، ونحن نحاول تطوير رياضيات تتقدم باطراد على أمل أن يتحسن فهمنا للكون[2]. في عام 1960، نشر عالم الفيزياء يوجي ويغنر دراسة بعنوان «الفعالية غير المعقولة

(1) "La filosofia´ e scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l ' universo), ma non si puo intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne ' quali ´ e scritto. Egli´e scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi e impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi e un aggirarsi vanamente per un'oscuro laberinto" (Galileo Galilei, *Opere Il Saggiatore*, 171).

(2) Dirac 1963.

للرياضيات في العلوم الطبيعية» (*The Unreasonable Effectiveness if Mathematics in Natural Science*). وقد أثارت هذه الدراسة أسئلة مهمة حول العلاقة بين الرياضيات والعلوم الطبيعية، أصبحت تعرف بـ «فعالية ويغنز غير المعقولة». لم يخلص ويغنر إلى أية أجوبة قاطعة عن أسئلته. لقد كتب يقول «إن النفع الهائل الذي تقدمه الرياضيات للعلوم الطبيعية أمر يكاد يكون غامضًا... وليس هناك تفسير معقول له». وقد اختتم دراسته بالكلمات التالية: معجزة مناسبة لغة الرياضيات لصياغة قوانين الفيزياء هبة عجيبة لا نفهمها ولا نستحقها. علينا أن نشعر بالامتنان بسببها، وأن نأمل أن تظل قائمة في بحث المستقبل وأن تسهم، أكان هذا حسنًا أم شائنًا، في تعزيز متعتنا، وربما في زيادة إرباكنا، بتوسيع فروع التعلم.

آلبرت أينشتاين يعبّر عن هذا الغموض بشكل رائع:

في هذا الموضع تعرض أحجية نفسها كانت أرقت أذهان البحاث في كل العصور. كيف يتأتّى للرياضيات، وهي نتاج للذهن البشري المستقل عن الخبرة، أن تناسب بشكل مثير للإعجاب أشياء الواقع؟ هل العقل البشري، دون عون من الخبرة، وبمجرد استخدام الأفكار، قادر على سبر أغوار خصائص الأشياء الواقعية؟[1]

ويمكن استشعار قوة الرياضيات بمعاينة بعض الدراسات التي رصدت قيام الرياضيات بتنبؤات مدهشة حول العالم المادّي.

اكتشاف نبتون

في 13 مارس 1781، وجّه عالم الفلك الإنجليزي وليام هرشل (1738ـ1822) مقرابه إلى السماء، وعثر على كوكب جديد، أصبح يسمى يورانس. وكان لهذا الكوكب الجديد مسارات مضطربة غير متوقعة. وكان عالم الرياضيات الفرنسي أربان ليفيرير قد لاحظ أنه محتم أن يكون هناك كوكب آخر يؤثر في فلك يورانس. جلس واستخدم قوانين نيوتن في حساب الموضع المحدد بدقة لهذا الكوكب غير المرئي آنذاك. بعث ليفيرير رسالة إلى عالم الفلك الألماني جوهان غيل (1812ـ1910) بخبره عن هذا الكوكب، وعن الموضع الدقيق الذي ينبغي البحث فيه عنه. وصلت الرسالة في 23 سبتمبر

(1) Einstein 1921.

1846، وفي تلك الليلة نفسها وجّه غيل مقرابه إلى الموضع المحدد بدقة الذي أُخبر به، فعثر على الكوكب. وعلى الفور كتب إلى ليفيرير يقول فيها: «الكوكب الذي قمت [بحسابه] موجود بالفعل». وقد سمي هذا الكوكب نبتون. لم تستخدم سوى الرياضيات في اكتشافه.

اكتشاف البوزيترونات

في عام 1928، دوّن بول ديراك معادلة لوصف بعض خصائص الإلكترون. كان هذا عملًا لافتًا، لأنه أخذ في اعتباره كلًّا من ميكانيكا الكم والنظرية النسبية. بالطريقة المعتادة في التفكير في معادلة ديراك، نستطيع استنتاج خصائص الإلكترون. ومن بين خصائص هذا الجسيم دون-الذري أن لديه شحنة سالبة. وكان ديراك تساءل عما كان له أن يحدث في حالة التفكر في حلول أخرى لهذه المعادلة. وهذا شبيه باعتبار حلول للمعادلة البسيطة $س^2 = 4$. الحلّ الواضح هو $س = 2$. غير أن هناك حلًّا ليس تافهًا إلى هذا الحد، يقر أن $س = -2$. من تأمل بسيط في المعادلة وحلولها الممكنة، افترض ديراك أنه قد يكون هناك جسيم آخر بخصائص مماثلة للإلكترون ولكن بشحنة سالبة. وفي عام 1932 أجرى كارل أندرسون (1905-1991) تجارب أثبتت أن مثل هذا الجسيم موجود بالفعل. وقد سمي هذا الجسيم بالبوزيترون. وبسبب هذا العمل حصل أندرسون في عام 1936 على جائزة نوبل.

وهكذا يمكن، عبر الاقتصار على استخدام الرياضيات، معرفة أشياء حول العالم المادّي. وعلى حد تعبير ديراك: لم يتألف قدر كبير من أبحاثي في الفيزياء من وضع حلول لمسألة بعينها، بل مجرد فحص المعادلات الرياضية من النوع الذي يستخدمه علماء الفيزياء ومحاولة التوفيق بينها بطريقة مثيرة، بصرف النظر عن أي تطبيق يمكن أن يسفر عنه هذا الفحص. إنه ببساطة بحث عن رياضيات مليحة. وقد يستبين لاحقًا أن له تطبيقًا[1]. ويضيف ديراك، «وبمرور الوقت، تَبَيّنَ، بشكل متزايد، أن القواعد التي يجدها علماء الرياضة مهمة تتماهى مع القواعد التي تختارها الطبيعة»[2].

(1) Dirac 1982, 603.

(2) Dirac 1939, 122.

نظرية الأوتار

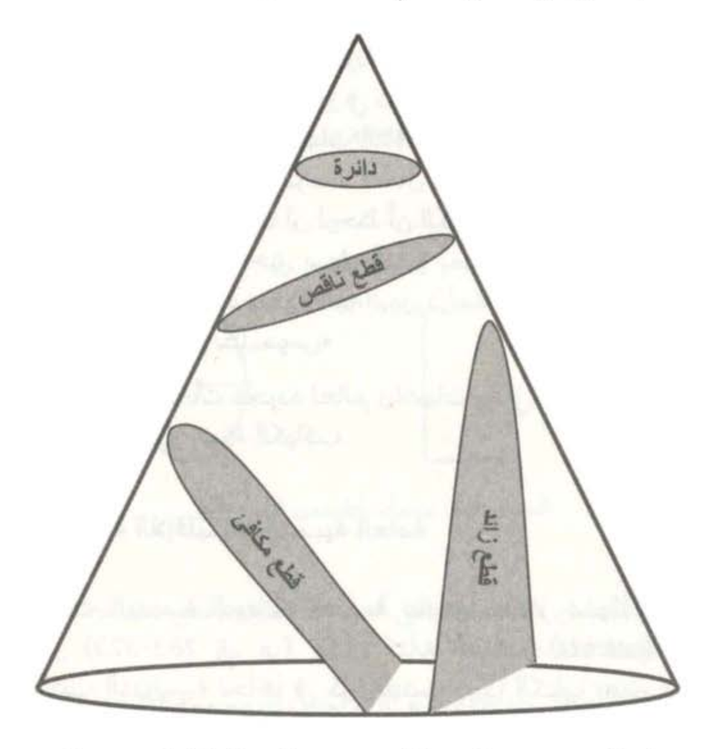
تزعم نظرية الأوتار أنها «نظرية كل شيء» التي توحّد بين ميكانيكا الكم والنظرية النسبية. لبنات الكون الأساسية حسب هذه النظرية أوتار دقيقة تهتز في الأرجاء. وهذه الأوتار تتذبذب وتخشخش وتلتف في أثناء تجمعها وتفرقها كي تشكل كواركات، وبروتونات، وإلكترونات، وسائر جسيمات الحياة اليومية. وبمجرد النظر في الخصائص المختلفة لهذه الأوتار والطريقة التي تتفاعل بها، نجح علماء الفيزياء النظرية في التنبؤ بمعظم خصائص العالم المادي. ويمكن استخدام هذه النظرية في وصف كل قوى ميكانيكا الكم فضلًا عن قوة الجاذبية التي تقول بها النسبية العامة. غير أن هناك مشكلة واحدة: ليست هناك شواهد إمبيريقية تشهد على صحة نظرية الأوتار. إنها نظرية رياضية صرف مشتقة من النظر في هندسة أوتار تتفاعل. لم يسبق لأحد أن «رأى» وترًا أو أثبت وجود أوتار. خصوم نظرية الأوتار يقولون إنها «مجرد رياضيات» ولا علاقة لها بالعالم المادّي. أما أنصارها فيشيرون إلى فروع أخرى في الرياضيات أطلقت تنبؤات صحيحة حول العالم المادّي. بالنسبة لهم، نظرية الأوتار واحدة من النظريات القليلة التي توحّد بنجاح بين ميكانيكا الكم والنسبية العامة. وبصرف النظر عما إذا كان العالم مؤلف من أوتار صغيرة أم لا، يظل مدهشًا أن يكون في وسع رياضيات بحتة أن تصف كل خصائص الكون الفيزيائي.

ثمة طريقة أخرى في النظر إلى غوامض العلاقة بين العلم والرياضيات تتمثل في معاينة بضع حالات عينية تطورت فيها حقول بأسرها من الرياضيات قبل العثور على تطبيقات فيزيائية لهذه الحقول.

القطاعات المخروطية وكبلر

كان اليونانيون القدماء معجبين بالهندسة. فخلافًا للمصريين القدماء، الذين استخدموا الهندسة في قياس (metron) أجزاء من الأرض (ge) [وَهذا مأتى التعبير geometry] لأسباب زراعية أو قانونية، درس اليونانيون الهندسة تحقيقًا لمقاصد فكرية خالصة. ومن بين ألمع نجوم الهندسة اليونانية أبولونيوس (حوالى 262-190 ق.م.) الذي ولد في برغا آسيا الصغرى الجنوبية. وقد درس أبولونيوس ما يحدث لو أخذنا مخروطًا،

وجعلناه يتقاطع مع سطح مستوٍ، كما الشكل [1] 8.2.



الشكل 8.2: مستويات تتقاطع مع مخروطات والأشكال التي تتخذها

تسمى المنحنيات التي تشكلها هذه التقاطعات بـ **القطاعات المخروطية**. لو وضعنا السطح على مستوى المخروط، لكان المنحنى الناتج دائرة. ولو كان السطح منحرفًا قليلًا، لحصلنا على شكل قطع ناقص. وبالمزيد من مداولة السطح يمكن تشكيل قطع مكافئ وقطع زائد. وقد ألّف أبولونيوس كتابًا حول القطاعات المخروطية وضع فيه ما يقرب من 400 مبرهنة تتعلق بالخصائص المختلفة لمثل هذه المنحنيات.

وبعد ثمانية عشر قرنًا من حياة أبولونيوس، حاول جوهانز كبلر (1571ـ 1630) استنباط معنى منطقي من فكرة كوبرنيكوس الجذرية الجديدة القائلة بمركزية الشمس في الكون، وكواكب تسبح حولها في دوائر عظيمة.

(1) يعزى هذا الشكل لهاساداه يونفسكي.

وكانت هناك مشكلة رهيبة في منظومة كوبرنيكوس الجديدة: لقد كانت تبنؤاته خاطئة. وكانت تنبؤات مجموعة بطليموس بمركزية أرضها أفضل من تنبؤات المجموعة الجديدة بمركزية شمسها. أدرك كبلر أن كوبرنيكوس أخطأ حين حسب أن الكواكب تدور في دوائر، فهي تدور في قطاعات ناقصة. ولأن كثيرًا من خصائص القطاعات الناقصة كانت حُددت قبل ما يقرب من ألفيتين، رجع كبلر إلى دراسة أعمال أبولونيوس القديمة كي يحدد خصائص حركة الكواكب.وما إن لوحظ أن الكواكب تسبح في أفلاك القطع الناقص المفهومة جيدًا، حتى سهل التنبؤ بمواضع الكواكب. وقد كتب مؤرخ للعلم يقول «لو لم يتعهد اليونانيون دراسة القطاعات المخروطية، لما تسنى لكبلر أن يتجاوز بطليموس»[1].

كيف يمكن لكتابات مجردة لعالم رياضيات يوناني توفي منذ زمن بعيد أن تعين على تفسير حركة الكواكب.

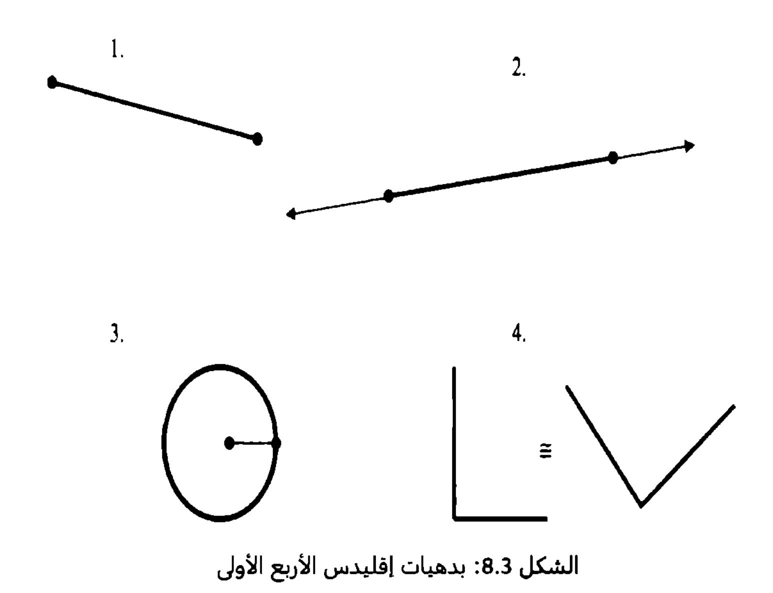
الهندسة اللاإقليدية والنسبية العامة

وجدت الهندسة اليونانية القديمة صورتها الأكثر خلودًا في أعمال إقليدس (323-283 ق. م.). وكان كتابه العناصر (*Elements*) أحد أكثر الكتب التدريسية نجاحًا في كل العصور. يبدأ الكتاب بعشر بدهيات واضحة. الأربع الأول هي التالية:

1. يمكن رسم قطعة خط بين أي نقطتين.
2. يمكن مد أي قطعة من مستقيم إلى خط مستقيم.
3. بالنسبة إلى أي قطعة من خط مستقيم، يمكن رسم دائرة تشكل القطعة نصف قطرها، وتشكل أحد نهايتيها المركز.
4. كل الزوايا القائمة متطابقة (تساوي الزاوية نفسها).

وهذه القوانين ممثلة في الشكل 8،3.

(1) Whewell 1858, vol. 1, 311.

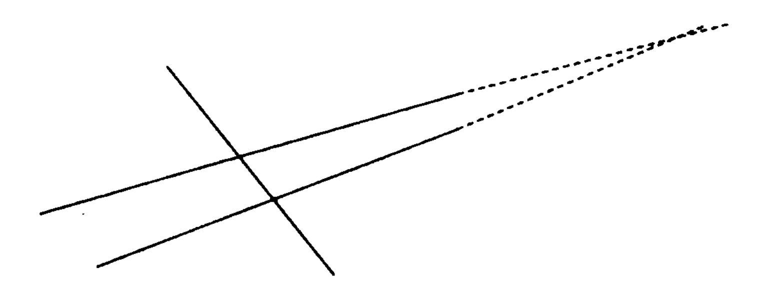


الشكل 8.3: بدهيات إقليدس الأربع الأولى

بدهية إقليدس الخامسة، التي أصبحت تعرف باسم مصادرة التوازي، جديرة بدراسة متفحصة.

5. إذا رُسِمَ خطان يتقاطعان مع ثالث بحيث إن مجموع الزاويتين الداخلتين في جهة أقل من قائمتين، سوف يتقاطع الخطان في هذا الجانب إذا مدّا بما يكفي.

الشكل 8.4 يصور هذه البدهية. ويمكن إعادة صياغتها بقول إن المستقيمين غير المتوازيين يلتقيان في النهاية.



الشكل 8.4: بدهية إقليدس الخامسة

وللبدهية الخامسة وضع يختلف عن سائر البدهيات. البدهيات الأربع الأول بسيطة وسهلة الصياغة. في المقابل، على الرغم من أن البدهية الخامسة صادقة بشكل واضح، فإنها أكثر تركيبًا وهي مزعجة بعض الشيء. وهي البدهية الوحيدة المتعلقة بشيء (التقاطع) يمكن أن يحدث بعيدًا عن الزوايا موضع النقاش. وكان إقليدس نفسه يشك في هذه البدهية، وقد حاول بقدر الإمكان تجنب استخدامها. وعلى الرغم من أن علماء الرياضيات شعروا بأن البدهية صحيحة، اعتقدوا أنها نتيجة تلزم عن سائر البدهيات، وليست هي نفسها بدهية. وخلال القرون التي كان نص إقليدس يُستخدم فيها، حاول كثيرون اشتقاق البدهية الخامسة من البدهيات التسع الأخرى. أي إنهم حاولوا إثبات الاشتقاق التالي:

البدهيات 1ـ4 والبدهيات 6ـ10 ← بدهية 5. غير أنهم لم ينجحوا. وفي عام 1767 عبّر عالم الرياضيات الفرنسي جان-بابتست دلمبير (1717ـ1783) عن أساه من حقيقة أن علماء الرياضيات عجزوا لألفي عام عن استنباط البدهية الخامسة من البدهيات الأخرى. وقد اعتبر هذا فضيحة الهندسة.

وفي القرن السابع عشر حاول جيرولامو ساكيري (1667ـ1733)، وجوهان هنرتش لامبرت (1728ـ1777)، وأندرين- ماري ليجندري (1752ـ1833) إثبات أن البدهية الخامسة نتيجة للبدهيات الأخرى، وذلك باستخدام أسلوب مختلف لكنه مألوف لدى قراء هذا الكتاب: برهان الخلف. لقد حاولوا إثبات أن البدهية الخامسة نتيجة للبدهيات الأخرى عبر افتراض أن البدهية الخامسة كاذبة. وكان الهدف هو إثبات أن هذا يؤدي إلى تناقض. باختصار البدهيات 1ـ4، 6ـ10 وكذب البدهية 5 ← تناقض. بهذا الخلل في أيدينا، سوف نقول

إن سبب التناقض هو أن صدق البديهية الخامسة نتيجة للبديهيات الأخرى، وأن افتراضنا أن البديهية الخامسة كاذبة خاطئ. غير أن ثمة شيئًا غريبًا يحدث خلال إثبات هذه النتيجة: ليس هناك تناقض يمكن العثور عليه! وقد قام علماء الرياضيات هؤلاء باشتقاق مبرهنات غريبة مختلفة لكنهم لم يعثروا على تناقض واضح. وكانوا على ثقة تامة من وجوب وجود تناقض ما إلى حد أنهم «لفقوا نتائجهم» وعثروا على تناقض مصطنع مشبوه.

وفي مرحلة ما لاحظ واحد من أعظم علماء الرياضيات في التاريخ، جوهان كارل فريدرتش غوس (1777_1855)، كما لاحظ آخرون، أن هناك سببًا يفسّر عدم عثورنا على تناقض واضح: قد تكون البديهية الخامسة صادقة، لكنها قد تكون كاذبة أيضًا. أي أن هذه البديهية المركبة لم ترتهن للبديهيات التسع الأخرى، بمعنى أنها «مستقلة» عنها. حين تعد مصادرة التوازي صادقة، يكون النسق المدروس هندسة إقليدية كلاسية، وحين تعد كاذبة، يسمى النسق هندسة لاإقليدية. لم ينشر غوس أي شيء عن هذا الموضوع، ولذا فإن الفضل عادة ما يعزى إلى المجري جانوس بولي (1802_1860) والروسي نيكولي إيفانوفتش لوباتشفسكي (1793_1856) في العثور على هذا الفرع من الهندسة. وقد تطور الموضوع على يد عالم الرياضيات الألماني برنهارد ريمان (1826_1866).

بعد عدة سنين، كان آلبرت أينشتاين يبحث عن طريقة في التعبير عن النسبية العامة. غير أنه لم يتمكن من ذلك. لم يجد اللغة المناسبة لوصف المنحنى الذي يشكله المكان للتأثير في كيفية حركة المادة (الجاذبية)، فاقترح عليه صديقه ومدرسه، مارسيل غروسمان (1878_1936) أن ينظر في حقل الهندسة اللاإقليدية المجرد. وقد فوجئ بالعثور على ما كان يبحث عنه. لقد كانت أفكار ومبرهنات الهندسة اللاإقليدية ما احتاجه تمامًا للنسبية العامة. وكما كتب يقول «إنني أعزو إلى هذا التأويل للهندسة أهمية كبيرة، إذ لو لم أكن على دراية به، لما تمكنت من تطوير النسبية»[1]. كيف يلزمنا التفكير في هذا الأمر؟ إن لدينا هنا علماء رياضيات يمارسون ألعابًا ذهنية باستخدام البديهيات المعتادة في الهندسة. وقد اشتغلوا على نسق بديهيات يستخدم بديهية «يتضح» صدقها، ولكن افتُرض كذبه. وبعد عدة عقود أعان النسق بشكل معجز على وصف قوانين العالم الفيزيائي. لماذا يجب أن يحدث هذا؟

(1) Einstein 1921.

الجبر المجرد ونظرية الكم I: الأعداد المركبة

يمضي كثير من طلاب الثانوية ساعات في تعلّم حلّ مسائل متعددة الحدود. وفي النهاية يتعلمون أن هناك معادلات لا حلّ لها. المعادلة التالية أبسط هذه المعادلات:

سـ^2 + 1 = 0 نسبة إلى أي سـ، سـ^2 تساوي أو أكبر من صفر، وإضافة 1 تعطي بالتوكيد عددًا موجبًا. ولهذا ليس هناك سـ يمكنه تحقيق هذه المعادلة البسيطة. وفي القرن السادس عشر أثار جيرميلو كاردانو (1501ـ 1576) السؤال التالي: ماذا لو تخيلنا أن هناك حلًا لهذه المسألة؟ أي دعونا نجرب العدد خـ (رمزًا لمتخيل) ودع هذا العدد يكون حلّ هذه المعادلة البسيطة. بتعبير آخر، إذا كانت خـ = جذر- 1

بعد ذلك نضمّن هذا في المعادلة، فنحصل على(جذر - 1)^2 + 1 = 0. يتضح أنه يستحيل وجود هذا العدد. ولكن تخيّل أنه موجود. يمكننا آنذاك ضرب خـ في عدد صحيح فنحصل على 2 خـ، 3 خـ، - 5,7 خـ، وهكذا. تسمى هذه بالأعداد المتخيلة. وبالذهاب أبعد من هذا، نستطيع إضافة أعداد حقيقية لأعداد متخيلة فنحصل على أعداد من قبيل 7 + 3 خـ، 6,248 - 8,7 خـ، أو نحصل بالنسبة إلى أي عددين حقيقيين بـ وتـ على بـ + تـ خ. تجمع هذه الأعداد بين أعداد حقيقية وأعداد متخيلة وتسمى بالأعداد المركبة. وقد أمضى علماء الرياضيات سنين طويلة موحشة في دراسة العديد من خصائص هذه الأعداد المختلقة. وفي الأثناء تغاضى علماء الفيزياء وآخرون عن علماء الرياضيات غريبي الأطوار هؤلاء وعن مواضع فضولهم العجيبة التي كانوا يلعبون بها.

وبعد مئات السنين، حين كان علماء الفيزياء يصفون عالم الكوانتم العجيب، وجدوا أنهم في حاجة ماسة إلى هذه الأعداد المركبة الغريبة. لقد اتضح أنها تناسب وصف التراكب، الذي يكمن في لبّ نظرية الكم. تحديدًا، الأحوال الكمومية الهائلة إنما يشار إليها بأعداد مركبة، ولا غنى عِن استخدام مواضع الفضول الغريبة هذه في وصف العالم.

الجبر المجرد ونظرية الكم II: العمليات اللاتبادلية.

كان عالم الرياضيات الأيرلندي وليام روان هاملتون (1805ـ1865)

يبحث في الأعداد المركبة، وفهم الطريقة التي تبسط بها الأعداد الحقيقية إلى بعدين. وقد تساءل هاملتون عما إذا كانت هناك طريق لبسط الأعداد الحقيقية إلى ثلاثة أبعاد. وفي عام 1843 استطاع تشكيل رباعيات أو أعداد هاملتونية. بدلًا من اعتبار خـ كما يرد في عدد مركب، صادر هاملتون على كون ع، غ، ف أعدادًا خاصة. الرباعيات إذن أعداد من قبيل

ر + ت عـ + جـ غ + حـ ف

حيث ر، ت، جـ، حـ أعداد حقيقية. وقد اشترط أن يكون لدينا ليس فقط عـ^2 = - 1، كما في الأعداد المركبة، بل حتى غـ^2 = - 1، فـ^2 = - 1، تـ جـ حـ = - 1. وحين كان هاملتون يعمل على الخصائص لاحظ أن مثل هذه الأعداد لا تحوز إحدى الخصائص العادية التي تحوزها الأعداد: إنها ليست تبادلية. نسبة إلى أي عددين حقيقيين أو مركبين سـ، صـ،

سـ صـ = صـ سـ.

نقول إن مثل هذا الأعـداد تبادلية. غير أن هاملتون لاحظ أن هناك أزواجًا من الأعداد الرباعية، سـ، صـ، حيث

سـ صـ ≠ صـ سـ عملية ضرب مثل هذه الأعداد هذه لاتبادلية. وهذا جدّ غريب؛ ففي النهاية يعرف كل طفل تقريبًا أنك إذا ضربت أعدادًا عادية، لا أهمية لترتيب الأعداد المضروبة. وقد ظلت مثل هذه العمليات اللاتبادلية موضع فضول رياضي لعدة قرون، واشتغل على أمثلة وخصائص مثل هذه العمليات علماء رياضيات من أمثال هاملتون، وهارمان غنثر غروسمان (1809_1877)، وآرثر كيلي (1821_1895)، لكن علماء الفيزياء والناس العاديون لم يحفلوا بها.

وفي مطلع القرن العشرين، حين كان علماء الفيزياء يحاولون صياغة مبدأ هايزنبرغ الشهير في اللاتيقن (انظر الجزء 7.2)، وجـدوا أن فكرة العمليات اللاتبادلية مفيدة جـدًّا. تحديدًا، تخيّل أن لديك خاصيتين مختلفتين لنسق كمومي ترغب في قياسهما. سمّهما س وص. قياس س ثم قياس ص يسفر عن إجابة مختلفة عن قياس ص ثم قياس س. أي أن هناك اختلافًا أساسيًّا بين نتائج س ص ونتائج ص س. رمزيًّا

س ص ≠ ص س.

الجبر المجرد ونظرية الكم III: نظرية المجموعات.

نظرية المجموعات مثل صغير أخير على استخدام الجبر المجرد في نظرية الكم[1]. في منتصف القرن التاسع عشر، قام علماء رياضيات كانوا يدرسون ما إذا كان للمعادلة متعددة الحدود حلّ بصياغة فكرة المجموعة. هذه كينونة رياضية تصف تماثلات بعينها. وبعد ذلك بسنين، حين كان علماء الفيزياء يحاولون فهم نظرية الكم، وجدوا أن لنظرية المجموعات قيمة كبيرة، لأنها تصف سلوكات كل الجسيمات دون-الذرية.

في كل هذه الحالات الثلاث؛ الأعداد المركبة، والعمليات اللاتبادلية، ونظرية المجموعات - كان علماء الرياضيات يحددون بنى مختلفة بدا أنه لا علاقة تربطها بالعالم الفيزيائي. وكانوا يستخدمون هذه البنى في التعامل مع مسائلهم الرياضية. وفي كل هذه الحالات، يوظف علماء الفيزياء هذه البنى الآن في فهم الكون الكمومي.

وفي كل هذه الدراسات التاريخية، كان علماء الرياضيات يمارسون ألعابًا ذهنية صغيرة إرضاء لفضولهم الرياضي، ثم اتضح أنها مفيدة لعلماء الفيزياء في تناول العالم المادي. وهذا هو لبّ مسألة فعالية ويغنر المدهشة. لماذا يجب أن يحدث هذا؟ لماذا يمتثل العالم للرياضيات على هذا النحو. لقد عبّر ستيفن واينبرغ عن هذا في كتابه الرائع أحلام نظرية نهائية (*Dreams of a Final Theory*) على النحو التالي: غريب حقًّا أن يقاد علماء الرياضيات بحسهم بالجمال الرياضي إلى تطوير بنى صورية يكتشف علماء الفيزياء لاحقًا فائدتها، على الرغم من أن عالم الرياضيات لم يكن يقصد هذا... وبوجه عام يجد علماء الفيزياء قدرة علماء الرياضيات على توقع الرياضيات المحتاجة في نظريات الفيزياء أمرًا غريبًا. كما لو أن نيل آرمسترونغ حين وضع قدمه أول مرة عام 1069 على سطح القمر قد عثر في الغبار القمري على آثار أقدام جولس فيرن [روائي وشاعر وكاتب مسرحيات اشتهر بقصصه حول رحلات عجيبة][2]. لقد طرح الفلاسفة أجوبة عديدة ومختلفة لتفسير غموض العلاقة البادي بين مجالات الرياضيات والعلوم؛ فدعونا نعاين بعضها.

---

(1) سوف نفصل أكثر في نظرية المجموعات في الجزئين 9.2 و9.3.

(2) Weinberg 1994, 157.

وجود إله

من أقدم الأجوبة عن هذه المسألة وجود إله خلق العالم على هذا النحو. لقد خُلق الكون بقوانين مثالية كتبت بلغة رياضية. وقد صممت هذه اللغة الرياضية بحيث يفهمها البشر. وقد عبّر جوهانز كبلر عن هذا بوضوح وإيجاز: «إن الهدف الأساسي من كل بحث في العالم الخارجي هو اكتشاف النظام والتناغم المعقولين اللذين وضعهما الله، وكشف لنا عنهما بلغة الرياضيات».

وقد تصادى البابا بنديكت السادس عشر مع هذه الأفكار: ألم يكن العالم البيزي [غاليليو] هو من أكد أن كتاب الطبيعة قد دوّن بلغة الرياضيات؟ على ذلك، فإن الذهن البشري اخترع الرياضيات لفهم الخلق؛ ولكن إذا كانت الطبيعة شُكّلت فعلًا بلغة رياضية، وتسنى للرياضيات التي اخترعها الإنسان فهمها، فإن هذا يبرهن على شيء لافت. بنية الكون الموضوعية وبنية الإنسان الفكرية متطابقان؛ العقل الذاتي والعقل الموضعن في الطبيعة متماهيان. وفي النهاية العقل «الواحد» هو الذي يربط بين الاثنين، ويدعونا إلى النظر في فكر خلاق متفرد[1].

بكلمات أخرى، يمتثل العلم للرياضيات لأن كليهما ينبثق عن عقل إله. يمتثل نبتون للقوانين الثابتة في الحركة التي وضعها إله. والسبب الذي جعل ليفيرير يستطيع حساب الموضع الدقيق لنبتون هو أن الإله الذي جعل هذا الكوكب يتحرك هو أيضًا من وضع رياضيات حساب التفاضل والتكامل التي اكتشفها (ولم يخترعها) نيوتن. والسبب الذي يجعل نظرية المجموعات تناسب تمامًا ميكانيكا الكم هو أن الله وضع ميكانيكا الكم باستخدام هذه النظرية. وقوانين الرياضيات والفيزياء هذه خارج سطوة الزمن، ولهذا لا غرابة في أن يحدث أحدهما قبل الآخر، فكلاهما جزء من عقل إلهي.

وفي حين أن هذا الحلّ مرضٍ لمن يؤمن أصلًا بوجود إله، فإنه ليس مرضيًا لغير المؤمنين. فهو من جهة لا يبدد الغموض. الحال أن الإله أو العقل الإلهي أكثر غموضًا من فعالية ويغنر المدهشة. والعلماء الذين يبحثون عن تفسير علمي للرابط بين الرياضيات والعلم سوف يعتبرون وجود إله خارج نطاق استدلالاتهم

(1) رسالة البابا بينديكت السادس عشر بمناسبة للؤتمر الدولة «من مقراب غاليليو إلى الكوزمولوجيا التطورية: العلم، والفلسفة واللاهوت في حوار» From Galileo›s Telescope to Evolutionary Cosmology:« Science, Philosophy and Theology in Dialogue»، 2009،
http://www.vatican.va/holy_father/benedict_xvi/messages/pont-messages/2009/documents/hf_ben-xvi_mes_20091126_fisichella-telescopio_en.html.

العقلية، وسوف يفضلون حلًا أقل ميتافيزيقية وأكثر قابلية للاختبار.

عالم أفلاطوني

ثمة تفسير أقل ميتافيزيقية بعض الشيء لفعالية ويغنر المدهشة كان طُرح منذ آلاف السنين. شكل الفيثاغوريون مدرسة يونانية قديمة ذهبت إلى أن للأعداد والعلاقات القائمة بينها تحكمًا خفيًا في العالم المادّي. عندهم، جوهر الكون هو الرياضيات. وقد استلهم أفلاطون جزءًا من هذا فيما أصبح يعرف بالأفلاطونية. عند أفلاطون وأتباعه عبر القرون، توجد الكينونات المجردة، الكينونات الرياضية والقوانين الفيزيائية مثلًا، في عالم أفلاطوني ما. والعالم المادّي مجرد ظل ضئيل للعالم الحقيقي، الذي يوجد ويمكن وصفه بـ«عليّة أفلاطون». كل قوانين حركة الكواكب، والنسبية العامة، وميكانيكا الكم موجودة بشكل مرتب في عليّة أفلاطون في انتظار كائنات بشرية فضولية كي تكتشفها. عند نصير الأفلاطونية، ليست الرياضيات اختراعًا بشريًا، بل توجد بشكل مستقل عن البشر ضمن عالم أفلاطوني مثالي. وفي هذه العليّة، تُعرض بشكل مثالي كل مبرهنات أبولونيوس المتعلقة بالقطاعات الناقصة، وكل خصائص الهندسة اللاإقليدية، وكل جوانب الأعداد المركبة. وفي هذا العالم، تصاغ كل القوانين الفيزيائية بلغة الرياضيات.

وقد عبّر أحد مؤسسي النظرية الكهرومغناطيسية، هنرتش هرتز (1857ـ 1894) عن هذا بقوله: «لا مناص من الشعور بأن لهذه الصيغ الرياضية وجودًا مستقلًا وعقلًا يخصها، وبأنها أكثر حكمة منا، بل أكثر حكمة من مكتشفيها، إلى حد أننا نحصل منها على أكثر مما كان وضع فيها أصلًا»[1]. ويعرض الكاتب مارتن غرادنر (1914ـ2010) دفاعًا مكينًا عن الأفلاطونية، بقوله «... لو قابل ديناصوران ديناصورين آخرين في أرض مجردة خلاء، لكان هناك أربعة ديناصورات حتى لو لم يكن هناك بشر يرقبها. المعادلة 2 + 2 = 4 حقيقة لا يدول عليها الزمن بصروفه»[2]. وبوجه عام، يجد أنصار الأفلاطونية خصومهم سببًا للإحباط. لو لم تكن الرياضيات تطابق شيئًا «هناك»، فإنها مجرد خربشات على ورق. فلماذا يتفق أناس يخربشون على ورق مع أناس تفصل بينهم آلاف الأميال يخربشون على ورق مختلف؟

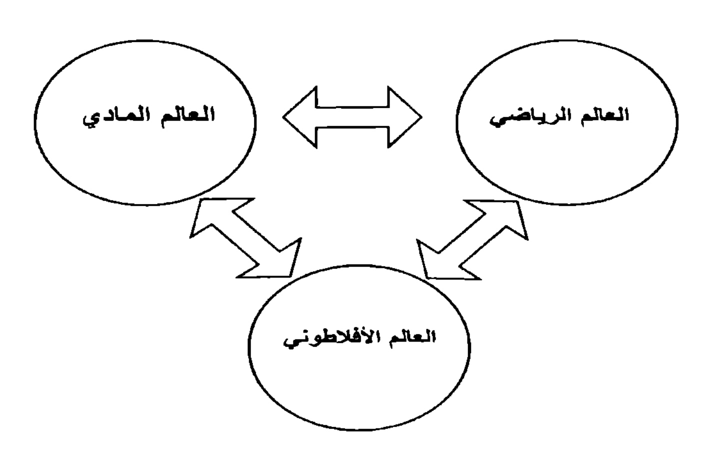
(1) مقتبس في Bell (1937، 16).

(2) Gardner 2005.

لماذا تتساوق خربشاتهم بشكل معجز؟ ويجيب الأفلاطونيون بأن 6 × 7 = 42 صادقة بشكل جوهري. إنها ليست مجرد شيء يبدو أن مجموعة من الناس اتفقوا عليه. ثمة دائرة مثالية موجودة بالفعل في عليّة أفلاطون وهي الدائرة المثالية الوحيدة نسبة المحيط إلى القطر فيها يساوي ط.

لا عناء عند الأفلاطوني في قبول تحدي ويغنر. السبب الذي يجعل الكون يمتثل للرياضيات هو أن قوانين الطبيعة وُضعت في هذا العالم الأفلاطوني، وقد تعلّم علماء الرياضيات صنعتهم باختلاس نظرة لهذا العالم. والأمثلة آنفة الذكر على رياضيات صيغت قبل قوانين فيزيائية مجرد أوقات اختلس فيها علماء الرياضيات النظر قبل أن يفعل ذلك علماء الفيزياء بقليل.

وفي حين يقبل كثيرون الأفلاطونية بوصفها عقيدة صحيحة، ثمة مشكلات يعاني منها الحلّ المزعوم. أولاها هو: أنّى لنا أن نعرف أن مثل هذا العالم موجود؟ يلزمنا أن نشك في كل المزاعم المشبوهة، تمامًا كما نشك في كل الافتراضات الميتافيزيقية. إذا استطعنا تفسير عالمنا دون افتراض هذا العالم الأفلاطوني، فما الحاجة إليه؟ إن شفرة أوكام تلقي بظلال شكوكها على عليّة أفلاطون. وحتى لو منحنا أفلاطون فضيلة الشك، وقبلنا بوجود هذه العلية السرية، تظل هناك غوامض أخرى كثيرة تتنافس معها. مَن خلق هذا العالم السحري العجيب؟ وكيف يتأتى لعلماء الرياضيات اختلاس النظرات إليه؟ وما الآلية التي يتعلمها علماء الفيزياء من هذا العالم؟ وكيف يتحكم هذا العالم الأفلاطوني في عالمنا المادّي؟ باختصار، يمكن أن نرى المسألة كما هي موضحة في الشكل 8.5. إن ويغنر يحاول فهم الرابط بين العالم المادّي والعالم الرياضي. لكنَّ الأفلاطونيين يخترعون عالمًا ثالثًا لحل المسألة. والآن أصبح يلزمنا التعامل مع الروابط بين ثلاثة عوالم عوضًا عن العالمين السابقين. وهذا يجعل المسألة أشد وليس أقل غموضًا.



الشكل 8.5: عوالم نصير الأفلاطونية الثلاثة

وفي حين أن العلم لا يستطيع أن يثبت أو يدحض وجود عالم أفلاطوني أو إله يخلق الكون، فإنه يحاول بالفعل العثور على تفسيرات أكثر علمية؟

ندرة في الرياضيات

من بين أكثر التفسيرات إثارة للروابط الغامضة بين العلم والرياضيات تفسير مؤداه أن الرابط، في حقيقة الأمر، موضع اشتباه. ذلك أن الرياضيات عاجزة عن وصف معظم الظواهر المادّية. فكما رأينا في الجزء 7.1، الغالبية العظمى في الأنساق المادّية غير قابلة لأن تصاغ رياضيًا. كيف ستبدو السحب غدًا؟ لماذا جاءت أرقام اليانصيب اليوم على النحو الذي جاءت به؟ من سيكسب الانتخابات الرئاسية القادمة؟ كل هذه أسئلة مشروعة حول ظواهر مادّية ليس في وسع أي عالم رياضيات في العالم أن يجيب عنها أجوبة قاطعة.

وهناك العديد من فروع العلم تدرس، وتحاول التنبؤ بظواهر مادّية ولا تجد عونًا من كثير من الرياضيات. ويروى أن إسرائيل م. غيلفاند (1913_2009)، وهو عالم رياضيات مشهور عالميًا في الرياضيات البيولوجية والبيولوجيا الجزيئية، قد قال: كتب يوجين وينغر دراسة شهيرة حول الفعالية المدهشة للرياضيات، وهو بطبيعة الحال يقصد الفيزياء. والواقع

أن هناك شيئًا واحدًا أكثر إدهاشًا من الفعالية المدهشة للرياضيات في الفيزياء، ألا وهو الفعالية المدهشة للرياضيات في البيولوجيا.

هناك فروع أخرى في العلم، مثل علم الاجتماع، وعلم النفس، والأنثروبولوجيا، تدرس هي الأخرى ظواهر مادّية لكنها لا تستخدم الرياضيات بشكل مكثف. سوف يحتج عالم الفيزياء بقول إن هذه التخصصات المعرفية ليست علوما «حقيقية» («فهي في النهاية لا تستخدم الرياضيات»). غير أن دارسي «العلوم الناعمة» يدرسون بالفعل ظواهر مادّية، وسوف يردّون محقّين بأن الرياضيات الراهنة لا تعينهم في التعامل مع الظواهر المركبة التي يرغبون في دراستها. الرياضيات لا تفيد إلا في السلوك المتوقع الذي قد تقوم به كرات تتدحرج على منحدرات أو جسيمات دون- ذرية تمرّ عبر إحدى فرجتين. أما الكيفية التي يستجيب بها حشد من الناس لحدث بعينه، أو الكيفية التي يستجيب بها المرء لعلاقة شخصية ما، فتتجاوز بتركيبها قدرة الرياضيات. الرياضيات لا تتنبأ بكل الظواهر. إنها تتنبأ فحسب بالظواهر القابلة للتنبؤ. وبتعبير دعابي بعض الشيء «لقد أعطى الله المسائل السهلة لعلماء الفيزياء»[1].

والواقع أن كثيرًا من أشياء العالم من حولنا لا يناسب بشكل مريح عالم الرياضيات. شجرة البروكلين الجميلة التي تطل عليها نافذتي لا تقبل الوصف بأي شكل في كتب الهندسة التدريسية. وعلى الرغم من 1 + 1 = 2، فإنك إذا جمعت كومة على كومة لن تحصل على كومتين، بل سوف تحصل على كومة واحدة. منذ بضع سنين كان علي أن أشتري حزمة حفاظات أطفال من الحجم 4. لم يكن لدى المحل هذا الحجم، فاشتريت حزمتي حفاظات من الحجم 2. ومن نافلة القول أن هذا لم يحقق الغرض منها. ومن هذا لنا أن نستنتج أن 2 × 2 = 4 لا تصدق في عالم حفاظات الأطفال المهم.

وهناك برهان آخر على الفصل بين عالم الرياضيات وعالم العلم يتمثل في وجود عدد هائل من الشعب في الرياضيات التي لا تطبق إطلاقًا في العالم المادّي. لقد ظلت بعض أجزاء نظرية الأعداد ونظرية الفئات «بحتة» ولم تطبّق إطلاقًا. الواقع أنني أتصور أن أغلب الدراسات النظرية البحتة لا تطبق

(1) حتى في الفيزياء، يمكن التشكيك في ضرورة الرياضيات. تتعلق الفيزياء بفهم الأسباب والنتائج، وتُستخدم الرياضيات في الفيزياء في وصف المقدار الدقيق للأسباب والنتائج. وقد أخبرني المشرف على أطروحتي، ألكس هيلر، عن محادثة شخصية جرت مع عالم الفيزياء الأمريكي العظيم رتشارد فينمان، قال فيها إن «الفيزياء كتبت بلغة الرياضيات؛ ولو لم تكن لدينا رياضيات لما تطورت الفيزياء على النحو الذي تطورت به، ولكانت خلف ما وصلت إليه الآن ... بحوالى خمس عشرة دقيقة». وفي شبكة المعلومات الدولية عثرت على القصة التالية: لاحظ فينمان في إحدى محاضراته أنه «لو اختفت الرياضيات كلها، لتأخرت الفيزياء أسبوعًا واحدًا بالضبط». وقد ردّ عالم الرياضيات مارك كاك بقوله «تحديدًا، الأسبوع الذي خلق الله فيه العالم».

إطلاقًا في عالم الواقع. وبدلًا من قول إن الرياضيات السابقة تُستخدم بشكل غير مفهوم في علم الفيزياء اللاحق، لنقل إن علماء الفيزياء قد يختارون بعض أجزاء الرياضيات كي يصفوا بعض الظواهر التي يحاولون وصفها. مثل هذا أن كبلر استخدم بعض أعمال أبولونيوس السابقة. غير أن كبلر تغاضى عن كثير من أعمال أبولونيوس، واقتصر على اختيار ما احتاج إليه. إن علماء الرياضيات لا يخترعون على وجه الضبط ما سوف يستخدمه علماء الفيزياء، بل يخترعون قدرًا هائلًا من الرياضيات لا يختار علماء الفيزياء سوى بعض منه. ومن شأن هذا أن يبدد كثيرًا من الغموض.

غير أن حلّ الفعالية المدهشة - الذي يقر أن الرابط بين الرياضيات والعلم واهٍ - إشكالي بعض الشيء. صحيح أن هناك الكثير من فروع العلم لا ترتهن للرياضيات بشكل مباشر، لكن فروع العلم هذه مؤسسة على فروع أخرى مؤسسة على الرياضيات[1]. إلى حد كبير، علم الاجتماع ليس مؤسسًا على الرياضيات؛ لكنه يرتهن لعلم النفس الذي يحتاج بدوره إلى علم الأعصاب وعلم الإدراك المعرفي، وهما علمان وثيقا الصلة بالكيمياء العصبية وعلم الحاسوب اللذين يعولان بقوة على الرياضيات. وفي حين أن علماء الاجتماع قد لا يحتاجون إلى تعلم الرياضيات كي يمارسوا صنعتهم، فإنهم إذا رغبوا في فهم أسس علم الاجتماع سوف يلزمهم دراسة الكثير من الرياضيات. في الوقت الراهن، الرياضيات ليست مركبة بما يكفي لتناول تراكيب علم الاجتماع، لكن مثل هذه الرياضيات قد تكون ممكنة في المستقبل البعيد[2]، وقد لا تكون. ولهذا في حين أن كثيرًا من أجزاء العلم لا تستخدم الرياضيات، فإن الأجزاء التي تستخدمها بالفعل تنتج بمعنى ما أسس العلم. وبالنسبة لهذه الأجزاء، يظل غموض وينغر قائمًا.

علم الفيزياء مصدر الرياضيات

لعل أكثر تفاسير البحاث رواجًا لتبديد غموض ويغنر حول الفعالية المدهشة هو أن مصدر الرياضيات هو ملاحظة العالم المادّي. لا غرابة في أننا نستطيع وصف العالم المادّي بالرياضيات، لأننا تعلمنا الرياضيات في هذا العالم.

مثل هذا أن الطفل يتعلم أن (تفاحتين زائد تفاحتين تساوي أربع تفاحات)

(1) قد نقيّد المسائل التي يتناولها علم الاجتماع، ونحصل على ظواهر تناسب الرياضيات المعاصرة. هذا دافع مركزي في برنامج مشروع روهت باريخ الاجتماعي الحاسوبي.

(2) عمل إسحاق أسيموف الكلاسي أسس (*Foundations*) قائم على هذه الفكرة.

بالنظر إلى فئات من التفاح. وهو يلحظ أيضًا أنه حين يضع عصوين مع ثلاث عصوات يحصل على خمس عصوات. برؤية هذا مرارًا وتكرارًا تجرد الكائنات البشرية، وتخلص إلى أن (ثلاثة زائد اثنين تساوي خمسة)، أو رمزا 2 + 3 = 5. وهذا يعطي للبشر بداية عملية الجمع. وتنجح هذه العملية في مواضع كثيرة من العالم المادّي. وعلى نحو مشابه، تأتي الكثير من الأشياء والعمليات الرياضية من رؤية ظواهر مختلفة في العالم المادّي. لا غرو إذن أن هذه الأشياء والعمليات الرياضية تستخدم في وصف هذا العالم.

دعونا نعاين مثلًا أعمق. إذا رأينا 7 صناديق في كل صندوق 8 كرات زجاجية حمراء وثلاث زرقاء، نستطيع ببساطة أن نضرب 7 صناديق 11 مرة، الذي هو عدد مجموع الكرات الزجاجية في كل صندوق. وفي الوقت نفسه نستطيع العثور على مجموع كل الكرات الزجاجية بالنظر في مجموع 7 مضروبة في 8 بلورات حمراء و7 مضروبة في 3 كرات زجاجية زرقاء. وبعد رؤية الكثير من حجج الحساب المشابهة، نستطيع أن نصورن هذا رمزيًا على النحو التالي

7 × (8 + 3) = 7 × 8 + 7 × 3.

هذه الجملة أكثر تجريدًا لأنها لم تعد تتحدث عن كرات زجاجية حمراء وزرقاء. قد تكون حول قطط وكلاب، أو بنين وبنات. لقد جردنا محتوى الجملة الأصلي.وما إن نرى قواعد مشابهة لكثير من الأعداد المختلفة، حتى يقوم علماء الرياضيات بتجريد حتى هذه الجملة إلى

بـ × (ت + ث) = بـ × ت + بـ × ث.

لا علاقة لهذه الجملة بـ 7، أو 8، أو 3، ولا بأي عدد آخر بعينه. إنها مجرد حقيقة تقر أن الضرب «يتوزع» على الجمع، ويصدق على جميع الأعداد. وبهذه القاعدة في أذهاننا، قد نعتبرها جملة في الرياضيات البحتة، ونطبق هذه القاعدة على أي جزء في العالم. وحقيقة أنه في الوسع تطبيق هذه القاعدة ليست غامضة، لأنها صيغت بالنظر إلى العالم المادّي. لاحظ أن القاعدة

بـ +(ت × ث) = (بـ + ت) × (بـ + ث)

لن تنطبق على العالم المادّي، لأننا لم نر هذه القاعدة – التي توزع الجمع على الضرب – تصدق على هذا العالم. القواعد والعمليات الرياضية التي تختبر بشكل سائد نعثر عليها في الكون، والقواعد التي لا تُرى أو تُختبر لا نعثر عليها. هذه حقيقة ضرورية.

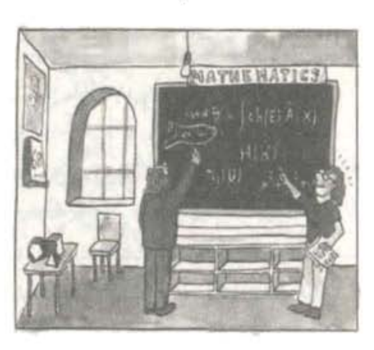
دعونا نحلّل ما حدث مع القاعدة التوزيعية. كانت هناك ظواهر بعينها حول الكرات الزجاجية يلحظها كائن بشري في العالم المادّي، ثم يشكل نموذجًا من هذه الحقيقة الصحيحة باستخدام أعداد. بعد ذلك يعمّمها على كل الأعداد. وقد تكون هذه الحقيقة مشتركة مع كائنات بشرية أخرى. وبعد عديد السنين، تلاحظ ظاهرة أخرى. تستوفي هذه الظاهرة الثانية هي الأخرى نوعًا من القوانين التوزيعية، ويُستخدم النموذج نفسه لتحديد خصائص هذا الظاهرة الثانية. الرياضيات المجردة تصبح صحيحة بذاتها، ولا ترتبط بالطريقة الأصلية التي اكتُشفت بها. وما إن تكتشف حتى يتسنى تطبيقها في أي مكان. ولهذا معنى منطقي: لقد تعلمنا الرياضيات من العالم المادّي، وهي تطبق على العالم المادّي. فما الغرابة في غموض ويغنر؟

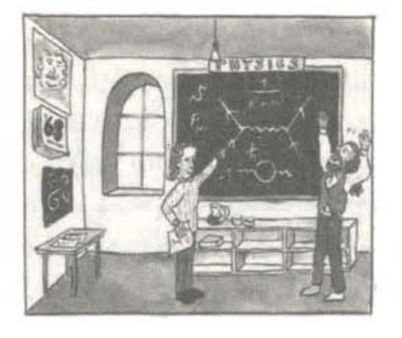
يمكن لهذه الآلية أن تفسّر بعض الدراسات التاريخية التي استهللنا بها هذا الجزء:

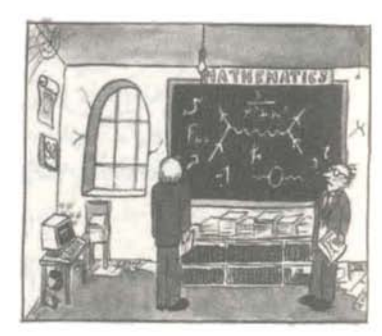
- شاهد البشر دوائر وقطاعات ناقصة في كل أرجاء العالم المادّي. ورأى أبولونيوس أنه يستطيع أن يصف وينمذج الكثير من هذه الأشكال باستخدام قطاعات مخروطية. فأي عجب في استطاعة كبلر وصف ظاهرة مادّية أخرى؛ حركة الكواكب، باستخدام القطاعات المخروطية نفسها؟
- بمقدور المرء أن يدرس الأوتار الصغيرة والطريقة التي تتفاعل بها. لو فكرت في الأوتار الصغيرة وقتًا كافيًا، سوف يكون في وسعك وصف هندستها. وإذا كان الكون مخلوقًا من أوتار صغيرة، فمن الواضح أننا نستطيع وصفه بالرياضيات التي تعلمنا حول الأوتار الصغيرة.
- دعونا نعاين الهندسة الإقليدية والهندسة اللاإقليدية. حين نهتم بالسطح المستوي، نجد أن هندسة إقليدس تعمل بشكل مثالي. ولكن ماذا يحدث حين نهتم بالسطح المنحني؟ اعتبر خطوط الطول على كرة. لدينا هنا العديد من الخطوط التي تبدو متوازية مع بعضها لكنها تتقابل في القطبين الشمالي والجنوبي. هذا معاكس لروح بدهية إقليدس الخامسة. وقد تبين أن الهندسة اللاإقليدية تنجح تمامًا مع السطوح المنحنية. استخدام أينشتاين الهندسة اللاإقليدية لوصف انحناء المكان، وشكله ليس صادمًا بالقدر الذي حسبنا.

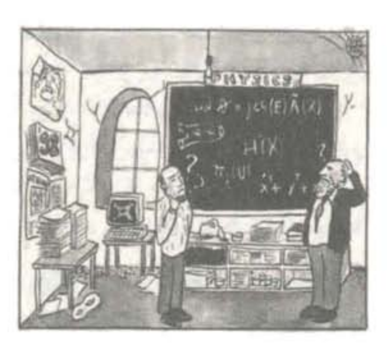
لا غرابة إذن في أن توصف الظواهر المادّية بشكل مثالي بالرياضيات، لأن

الرياضيات تجريد وسلسلة من التعميمات لما سبقت ملاحظته في الكون المادي.وما إن تصاغ هذه الأفكار في شكل رياضيات، حتى يضيع ارتباطها بالدافع المادي الأصلي للاكتشاف. إن الرياضيات تصبح مجردة ولا تتعلق بأي شيء بعينه. ولأن هذه المفاهيم ليست حول أي شيء، فإنها حول كل شيء. لا يهمنا كيف خُلقت القطاعات الناقصة، أو ما إذا كانت تشبه الجوز [عين الجمل]، أو ناتجة عن تقاطع مستوى مع مخروط، أو أنها فلك كوكب يدور حول نجم من الحجم المتوسط. بفهم القطاع الناقص، نعرف خصائصه، ويمكن تطبيقها في كل مكان.ثمة موجز لبعض هذه الأفكار المتعلقة بالعلاقة التكافلية بين الرياضيات وعلم الفيزياء في قطعة فنية غاية في الذكاء (الشكل 8.6) صممها عالم الفيزياء الرياضية روبرت دجيكغراف.





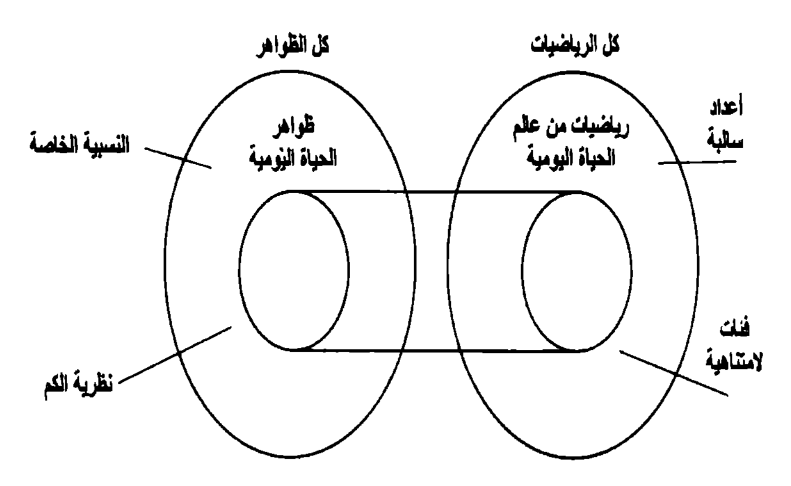




الشكل 8.6: العلاقة التكافلية بين علم الفيزياء والرياضيات

هذا الرسم الساحر الرائع جدير بأن نمضي بضع دقائق في تحليله. في الجزئين العلويين تقويمان مؤرخان بالعام 1968، في حين أن الجزئين

السفليين يصوّران حدثين بعد مرور ثلاثين عامًا، بعد أن تقدم السن بالباحثَين نفسيهما. يصور الجزء الأيسر مكتب أستاذ في علم الفيزياء، في حين يصور الجزء الأيمن مكتب أستاذ في الرياضيات. انظر الآن لما كتب على السبورة[1]. ما كتب على سبورة عالم الفيزياء عام 1968 موضع تأمل علماء رياضيات 1998. من جهة أخرى، ما درسه علماء الرياضيات عام 1968 موضع دراسة علماء الفيزياء في عام 1998. الطريق من اليمين العلوي إلى اليسار السفلي هو ما وصفناه في مستهل هذا الجزء: القدرة المدهشة لدى الأفكار الرياضية على الظهور بطريقة ما في علم الفيزياء. في المقابل فإن الطريق من اليسار العلوي إلى اليمين السفلي هو التفسير الممكن لهذا الرابط الغامض: مصدر الرياضيات هو رؤية العالم المادّي.



الشكل 8.7: العلاقة بين الظواهر والرياضيات

وفي حين أن التفسير القائل بأن العالم المادّي هو مصدر الرياضيات يبدو وجيهًا، فإنه أبعد ما يكون عن الكمال. مصدر الرياضيات هو عالم الخبرة اليومية المألوف، لكن الرياضيات التي نشكل في مثل هذه الظروف العادية تنطبق على مواضع بعيدة جدًا عن مثل هذه الخبرات. (انظر الشكل 8.7). مثل هذا، تخبرنا النظرية النسبية بما يحدث حين تتحرك الأجسام بسرعة تقترب

(1) على سبورة عالم الفيزياء الشاب أشكال ومعادلات تفاعلات جسيمية. وعلى سبورة عالم الرياضيات الشاب أشكال أشياء ذات أسماء غريبة من قبيل «مشكّلات للشعبات» (cobordisms)، و«للمجموعات المرتبطة في فضاء طوبولوجي» (cohomology)، و«معاملات الفضاءات المتشاكلة» (homotopy functors).

من سرعة الضوء. غير أنه لا يحدث إطلاقًا أن نقترب من مثل هذه السرعات. فلماذا يجب على رياضيات الخبرة اليومية أن تعيننا على فهم الظواهر الغريبة التي تتحدث عنها النسبية الخاصة؟ المثل الآخر هو ميكانيكا الكم. كما رأينا في الجزء 7،2، العالم الكمومي مختلف جدًّا عن عالم الخبرة اليومية. حين نمشي في الشارع لا نرى الأشياء إطلاقًا في حال تراكب، ولا نرى «أفعالًا شبحية عن بعد». على ذلك فإن الرياضيات التي تأتي من خبرتنا اليومية مفيدة جدًّا في التنبؤ بحوادث كمومية. وهكذا فإننا نعود إلى غموض وينغر.

وهناك مشكلة أخرى يعاني منها هذا الدحض لفعالية وينغر المدهشة تتمثل في أنه ليست كل الرياضيات تعميم للخبرة اليومية. بعض الرياضيات قفزة إبداعية من الخبرة اليومية (مرة أخرى، انظر الشكل 8،7). وأبسط مثل على هذا الأعداد السالبة. إذا كانت لديك خمس برتقالات، وأخذت منها ثماني برتقالات، فكم برتقالة لديك؟ ليس هناك شيء اسمه ثلاث برتقالات سالبة. إنك لا تستطيع أن تأخذ ثماني برتقالات من خمس برتقالات. وعلى الرغم من وضوح الأعداد السالبة لنا، فإنها كانت اختراعًا مفاجئًا من اختراعات العصور الوسطى. لألفية قبل هذه العصور، كنا نحسب ونتاجر دون أن يكون لدينا مفهوم شبيه بالأعداد السالبة. وفئة الأعداد المشكّلة ثقافيًا هذه تظل على ذلك تستخدم الآن في كل فروع الفيزياء. وكما ذكرنا، اكتُشف البوزيترون بمجرد النظر في حلول سالبة لمعادلة ديراك. وهناك مثل آخر على الرياضيات التي لم تنشأ عن خبرة الحياة اليومية يتعلق بالفرق بين أفكار الفئات اللامتناهية التي قابلنا في الفصل 4. لا يبدو أن هناك أي مثل مادّي على الفئة اللامتناهية. وعلى ذلك فإن أفكار اللاتناهي تستخدم في كل كتاب تدريسي في الفيزياء والهندسة. كل بناء (يظل قائمًا) وكل صاروخ صنِّع يعوّل على أفكار اللاتناهي في تشييده. ولهذا فإن الرياضيات التي لا تأتي من الخبرة اليومية فعالة بشكل لافت في العلوم الفيزيائية. والسؤال هو: لماذا؟

وتوجد أسباب أخرى طرحت للفعالية المدهشة، لكن هذه هي الأسباب الرئيسة. ويمكن الجمع بين الإجابتين الأخيرتين – أن هناك ندرة في الرياضيات في العلم العام، وحين توجد رياضيات في العالم المادّي، فإن مصدرها أحداس تعلمناها في العالم الفيزيائي. وفي تقديري أن الجمع بين هذين السببين يشكل إجابة مرضية على غموض وينغر.

وقد أدت الأجوبة على فعالية وينغر المدهشة إلى أسئلة أعمق. بدلًا من السؤال عن السبب الذي يجعل قوانين الفيزياء تمتثل للرياضيات، اسأل عن

السبب عن وجود قوانين أصلًا. ولماذا هذه القوانين دون غيرها؟ لماذا ما نعرفه بالنظر إلى مختلف الكرات الزجاجية يصدق أيضًا على الكثير من الظواهر المادية. لماذا تسبح الكواكب في أفلاك تتخذ شكل القطع الناقص، أو حتى أي شكل متواتر آخر؟ لماذا لا تسبح في شكل رباعي أو دائري؟ إن هذه الأسئلة العميقة - التي قد لا تكون قابلة للإجابة - هي موضوع الجزء التالي.

أصل العقل

تخيّل أنك تقود عربة على الطريق السريع في وقت متأخر من الليل، وقررت التوقف عند فندق كي تنام بعض الوقت. تختار أحد الفنادق المتشابهة الكبيرة المحاذية للطريق، وتطلب غرفة. الفندق شاغر تقريبًا، ومدير الفندق يعطيك غرفة اختيرت بشكل عشوائي. تدخل الغرفة والنعاس يداعب أجفانك، وتفاجأ بأن الدولاب والأدراج مليئة بالملابس، كما تجد أحذية، وشباشب، ومعطف حمّام. الصادم هو أن كل الملابس تناسب مقاسك وذوقك تمامًا. الشباشب بالية، تمامًا كما تفضلها. الأحذية تناسبك طرازًا ومقاسًا. ومعطف الحمام من القماش واللون المفضلين لديك. كيف لهذا أن يحدث؟ من كل الفنادق وكل غرف الفندق، لماذا يوجد في هذه الغرفة كل شيء يناسبك تمامًا؟ يبدو أن هذه بداية فلم رعب مثير.

دعونا نتخيّل بعض السيناريوهات التي يمكن أن تفسّر هذه المصادفات الغريبة. قد يكون الأمر مجرد مصادفة. لقد اتفق أن الشخص الذي كان يشغل الغرفة قبلك مماثلًا لحجمك، وخادمة الغرف لم تنظّف الغرفة بشكل مناسب. كل ما في الأمر أنك وجدت أشياء نزيل سابق، ولو أنك اخترت أي غرفة أخرى، لكان سبقك إليها نزيل آخر، ولو أنك حظيت بخادمة غرف أفضل، لوجدت ملابس مختلفة أو غرفة أنظف. ما احتمالات هذا؟ لم يسبق لك أن اختبرت شيئًا كهذا. هذه مصادفة مستحيلة.

ولعل مجموعة من المسؤولين المجانين عن التسويق قررت جعل خبرة الجميع الفندقية أكثر «حميمية». بعد بحث طويل لا معنى له قررت ترك ملابس وأشياء تناسب «النمط» السائد في كل غرفة. وقد تصادف أن مقاسك وذوقك من النوع «النمطي». ويمكن التحقق من هذه النظرية الغريبة بفحص غرف أخرى ورؤية ما إذا كانت تحتوي الأشياء نفسها. المؤسف أنك لا تستطيع دخول غرف أخرى، ناهيك بفحصها. غير أن هناك إمكانًا آخر يتمثل في أن مديري الفندق قرروا

جعل كل غرفة حميمية بملابس ذات أحجام مختلفة، وتناسب أذواقا مختلفة. وبمحض المصادفة، وربما قصدًا، كل ما في الحجرة يناسبك. مرة أخرى، فحص غرف أخرى سوف يبين ما إذا كان هذه الإمكان واقعيًا.

لو كنت تعتقد في نظرية المؤامرة، قد تقول إن هناك شبكة واسعة من المنظمات الاستخباراتية التي تسمى بحروف من قبيل KGB، CIA، وNSA كانت تتابعك بطائرات طوّافة سوداء وبأقمار صناعية. وحين عرفت أنك سوف تختار فندقًا بعينه، شغّلت أجهزة التصنت المبثوثة في كل الأمكنة كي تعرف غرفتك. ولعل الموظف المبتهج في قسم الاستقبال قد أسرف في شرب الخمر.وما إن عرفت المنظمات أي غرفة أنت ذاهب إليها، حتى وضعت كل الملابس المختلفة قبل دخولك إياها. ما تريده هذه الوكالات الشنيعة منك ليس واضحًا تمامًا... ولكني لو كنت مكانك، لغادرت الغرفة مباشرة.

وبطبيعة الحال، فإن هذه النزهة المسليّة الصغيرة في صناعة السينما ليست واقعية. غير أن هناك مسألة في العلم قريبة من هذا السيناريو الغريب، وغاية في الواقعية. لأسباب ليست واضحة تمامًا، يناسب الكون الكائنات البشرية تمامًا وبشكل محيّر. قوانين الفيزياء تبدو كما لو أنها صممت بحيث يتسنى وجود كائنات مركبة ذات قدرة على الاستدلال. فلماذا يلزم هذا؟

لقد كان بالمقدور أن تكون قوانين الفيزياء مختلفة، لكنها ليست مختلفة. وما الذي كان يمكن أن يحدث لو أنها كانت مختلفة؟

لو كانت الجاذبية أقوى قليلًا، لانهارت النجوم في ثقوب سوداء بوتيرة أسرع مما يحدث بالفعل. النجوم مؤلفة أساسًا من هيدروجين وهيليوم. في عملية تعرف بـ التركيب النووي النجمي، تتشكل عناصر أثقل مثل الكربون والأكسجين. لو أدت الجاذبية إلى انهيار النجوم في ثقوب سوداء بوتيرة أسرع، لما كان هناك وقت لتشكل هذه العناصر المهمة، ولما كانت في الكون اللبنات المركبة الضرورية للحياة.

- ولو كانت الجاذبية أضعف، لما ارتبطت النجوم والكواكب ببعضها البعض، ولما كان لعملية التركيب النووي أن تحدث، ولما كانت في الكون، مرة أخرى، اللبنات المركبة الضرورية للحياة.
- ولو كانت الأرض أقرب قليلًا إلى الشمس، لتحولت كل المياه الضرورية للحياة إلى غاز.
- وفي المقابل، لو كان فلكنا أبعد قليلًا عن الشمس، لتجمدت مياه

كوكبنا ولكانت الحياة، مرة ثالثة، مستحيلة.

- يتحدث علماء الفيزياء عن القوة التي تعمل ضد الجاذبية، وهي تقاس بـ الثابت الكوزمولوجي. من الضروري أن تكون لهذا الثابت قيمة بعينها وإلا لما كان للكون كما نعرفه أن يوجد. وقد حسب علماء الفيزياء الفلكية قيمة الثابت الكوزمولوجي اللازم لوجود كائنات حية مركبة، ووجدوا أنها لو كانت مختلفة قليلًا، لما كنا هنا مشغولين بأمرها. وقد حُسبت القيمة حتى الخانة المائة والعشرين. يبدو أن الكون مناسب تمامًا لنا.
- لو كان متوسط ذكاء الكائنات البشرية أقل بتسع نقاط، كيف كان للجنس البشري أن يكون؟ هل كان ليتسنى لنا إرسال كائنات بشرية إلى القمر؟ وهل كان في وسعنا استخدام الحواسيب والآلات الأخرى التي تشكل جزءًا كبيرًا من حياتنا؟ لو كان متوسط الذكاء أقل بثلاثين نقطة، هل كان يتسنى لنا طرح أسئلة عن الأسباب التي تجعل الكون على ما هو عليه؟

يمكن لهذه القائمة أن تطول إلى مالانهاية. لقد كان للكون أن يكون مختلفًا بشكل جذري لو أن ثوابت الطبيعة هذه أو قوانين الفيزياء كانت مختلفة قليلًا. ما كان للحياة، البشرية خصوصًا، أن تكون ممكنة لو حدثت تغيرات طفيفة في الكون. يسمي العلماء غموض كون قوانين الفيزياء مناسبة بشكل مثالي بـ أحجية غولديلوكس أو الكون المضبوط بدقة. بدلًا من أن تكون القوانين «أكثر في هذا مما يجب» أو «أكثر في ذاك مما يجب»، فإنها «مناسبة تمامًا». إنها مثل آلة موسيقية مدوزنة بشكل مثالي صممت لجعل تناغم الوجود البشري العاقل ممكنًا. لماذا تناسبنا القوانين تمامًا؟

هناك الكثير من الأسئلة المتداخلة التي عادة ما تُجمع معًا. إننا لا نستطيع حتى الشروع في تناول هذه الصعوبات ما لم نفك الارتباط بين المسائل. ويمكن تصنيف الأسئلة إلى ثلاثة مستويات، الواحد داخل آخر، مثل دمية روسية (مارتيوشكا):

السؤال 1: لماذا توجد أي بنية أصلًا في الكون؟

السؤال 2: لماذا تستطيع البنية الموجود تعزيز الحياة؟

السؤال 3: لماذا تنتج هذه البنية المعززة للحياة مخلوقًا لديه من الذكاء ما يكفي لفهم البنية؟

دعونا نتقصى هذه الأسئلة بقدر أكبر من التفصيل.

السؤال 1: لماذا توجد أي بنية أصلًا في الكون؟

لماذا هذه قوانين للطبيعة؟ لماذا يجب أن يكون هناك انتظام في طريقة تفاعل الأشياء المادّية؟ لحوادث الكون المادّي نمط بعينه يكرر نفسه أيًّا كان المكان والزمان. ثمة اتساق وانتظام بعينيهما في القوانين. إنها تنطبق بكل السبل في كل الأوقات. نستطيع أن نجري تجربة هنا وفي المريخ ونحصل على النتائج نفسها. لماذا يجب أن يوجد مثل هذا الاتساق والتواتر في القوانين؟ لماذا يبدو الكون عاديًّا إلى هذا الحد بدلًا من أن يكون على شاكلة لوحات سيلفادور دالي الغريبة؟ إنه يصعب حتى تخيّل الكون دون هذه البنية.

نستطيع طرح أسئلة أعمق. بدلًا من التساؤل عن سبب وجود قوانين تمارس سطوتها على الأشياء المادّية، دعونا نسأل عن سبب وجود أشياء مادّية أصلًا. ماذا لو كان الكون فراغًا هائلًا يخلو من مثل هذه الأشياء؟ غير أن هناك مثل هذه الأشياء في كوننا. فلماذا يلزم أن يكون هذا كهذا؟ وفي وسعنا بطبيعة الحال أن نغوص في الأعماق ونسأل عن سبب وجود كون أصلًا. ليس هناك في واقع الأمر سبب لوجود أي شيء. إن الفلاسفة يصوغون هذه الأنواع من الأسئلة باستخدام العبارة الآسرة: «لماذا كان ثمة شيء بدلًا من لاشيء؟»[1].

السؤال 2: لماذا تستطيع البنية الموجود تعزيز الحياة؟

بحسبان أن هناك كونًا وأشياء مادّية في الكون تمتثل لقوانين ثابتة في الكون، لماذا يلزم أن تكون هناك أي حياة في الكون؟ لقد وضعت قوانين الفيزياء بحيث تكون عملية نسميها الحياة ممكنة. ولكي تكون هناك حياة، محتم أن تكون في الكون مادة مركبة كافية تسمح بنمو الحياة وتطورها. كل أشكال الحياة التي نعرف مكونة من كربون. الواقع أن الكيمياء العضوية، التي هي أساسًا دراسة لأشياء الحياة، هي كيمياء الكربون. الغالبية العظمى من مادة الكون هيدروجين وهيليوم، وهما أبسط من أن

(1) يروى أن سيدني مورغنبسر (1921-2004) ردّ بالتعليق التالي: «لو لم يكن هناك شيء لظللت تشكو!» ويروى أن وودي آلن قال «ماذا لو أن كل شيء وهم ولا وجود لشيء؟ آنذاك لن يكون هناك شك في أنني دفعت أكثر مما يجب ثمنًا لسجادتي».

يكوّنا بنى مركبة. محتم أن يكون الكون قادرًا على تحويل المواد البسيطة إلى مواد مركبة. والزمان مطلب ضروري آخر لوجود حياة في الكون. يلزم أن يكون هناك وقت كاف لحدوث العمليات المركبة الخاصة بالحياة. يلزم أن تكون قوانين الكون مصممة بدقة بما يمكّن من وجود مواد مركبة، كما يلزم أن يكون هناك وقت كاف لإتمام هذا الإجراء. وقد اتفق أننا نعيش في كون بمثل هذه القوانين. فلماذا قوانين الفيزياء مناسبة تمامًا لتطور حياة؟

حسب العلماء، لو كانت قوانين مادّية بعينها مختلفة بعض الشيء، لما وجدت المواد المركبة، ولا العمليات اللازمة لأي نوع من الحياة. من المتصور أن نجادل بخصوص تعريفات الحياة (انظر أدناه) وحول الكيفية التي كان يمكن أن تكون عليها قوانين الفيزياء، ولكن يبدو أن هناك حشدًا لافتًا من القوانين الدقيقة بشكل غريب التي تجعل الحياة في هذا الكون ممكنة. لماذا يجب أن يكون ذلك كذلك؟ ولنا أن نطرح سؤالًا أعمق: لماذا كون ثوابت الفيزياء وقوانينها مناسبة تمامًا يوجب حدوث حياة؟ إن إمكان أن يظهر زوجا نرد عين الثعبان [نقطة في كل نرد]، لا يعني أنهما سوف يكشفان عن عين ثعبان. لماذا توجد حياة بالفعل في الكون في حين أن الحياة ممكنة الوجود فحسب؟

في مقابل هذه المجموعة الأولى من الأسئلة، حيث يصعب تخيّل الكون (أو تخيّل عدم وجوده) في مثل هذا الوضع الفوضوي، يسهل تصور عالم بدون حياة. بحسب علمنا، لا يبدو أن هناك أي حياة خارج هذا الكوكب الأزرق الصغير. وهذا يعني، في الوقت الراهن، أن سائر هذا الكون الشاسع ميّت مثل أكرة باب. يسهل تمامًا تصور محام- أصبح- سياسيًا يعلن حربًا حرارية-نووية تدمر الحياة بأسرها على الأرض – وليس الحياة البشرية فحسب. سوف يكون كونًا بلا حياة.

السؤال 3: لماذا تنتج هذه البنية المعززة للحياة مخلوقًا لديه من الذكاء ما يكفي لفهم البنية؟[1]

لأن هناك كونًا يعمل بشكل جيد، وهناك حياة في هذا الكون، لماذا

(1) يمكن اعتبار الأسئلة التي تناولنا في الجزء الأخير مستوى آخر من هذه الغوامض. اعتبر تحديدًا السؤال التالي: السؤال 4: لماذا يستخدم العقل القادر على فهم بنية الكون لغة الرياضيات في وصف هذه البنية؟
لماذا لغة الرياضيات مناسبة تمامًا لوصف قوانين الفيزياء؟ سوف تصبح تباديل وتوليفات العمليات الرياضية التي تشكل المعادلات واللامتساويات قوانين الطبيعة. أناقش هذه القضية في الجزء الأخير.

يلزم وجود حياة ذكية؟[1]، لعل الدماغ البشري أكثر أشياء الكون تركيبًا، وبوصفه كذلك، فإنه قادر على القيام بأكثر المآثر روعة في الكون. والذهن هو الآخر الشيء الوحيد في الكون المعروف الذي يطرح أسئلة حول الكون. إنه لا يحاول فحسب التحكم في قوى الطبيعة الموجودة، بل يحاول أيضًا فهم هذه القوى. نحن لسنا فحسب كائنات عاقلة تستطيع لعب الشطرنج وفهم نكات عائلة سيمسون (The Simpsons) [مسلسل تليفزيوني كرتوني]، بل نستطيع محاولة فهم السبب الذي يجعل الكون مصممًا بالطريقة التي صمم بها. هل كون الكون أنتج مخلوقًا قادرًا على فهم الكون جزئيًّا مجرد مصادفة؟ ليس لدينا في الوقت الراهن فهم كامل للكون من حولنا، وقد لا يتسنى لنا فهمه بالكامل. غير أننا نفهم جزءًا منه. الجنس البشري هو المخلوق المعروف الوحيد في الكون الذي يعي وجوده. فلماذا يجب أن يكون هذا كهذا؟

حين نتناول أدوية بعينها، أو نشرب أكثر مما يجب من التاكيلا، ينخفض مستوى ذكائنا، وتعاق قدرتنا على الفهم أو الامتثال للعقل. وهذا يبيّن أن قدراتنا العقلية تعد إلى حد كبير عملية مادّية، وهي بوصفها كذلك عرضة لتقلبات قوانين الطبيعة. لماذا صُمِّم الذهن البشري بحيث يتمكن من التعلم بخصوص الطبيعة؟ (وهل هذا صحيح أصلًا؟ الغالبية العظمى منا تفضل مشاهدة عائلة سيمسون على دارسة قوانين الطبيعة.) تغيرات طفيفة في محيطنا تكفي لجعلنا مخلوقات أقل عقلانية. (ماذا عن التغيرات التي قد تجعلنا مخلوقات أكثر عقلانية وعلماء أفضل؟ هل كان ليتسنى لنا أن نعرف المزيد عن الكون؟)

حقيقة أن الكون مناسب تمامًا للذكاء لا تعني بذاتها أنه محتم أن يكون فيه ذكاء. ففي النهاية، كانت هناك حياة في الكون قبل البشر خالية من الذكاء. وعلى نحو مماثل، إذا استمررنا في إساءة معاملة بعضنا البعض، وإساءة معاملة الكون، سوف تدمَّر الحياة العاقلة، ولن تبقى سوى الصراصير. سوف يبقي الكون وقوانينه المصممة بعناية حتى لو لم يكن هناك من يدرس القوانين أو يعيها. لا شيء يضمن استمرار وجود هذا الجنس الهش.

(1) لعلنا نمارس نوعًا من الغطرسة حين نصف نوعنا بأنه «عاقل». ففي النهاية شنّ هذا النوع العديد من الحروب غير المجدية التي قضت على الملايين منه. وبالمجمل، يمضي هذا النوع تريليونات من الساعات في كل عام في مشاهدة عروض تلفزيونية تافهة. وكلمة «عاقل» ليست الكلمة الصحيحة في وصف نوع اخترع رسائل منوية إلكترونية، وشجع على برامج تسلية نرجسية مثل الفيسبوك. على ذلك، أنتج هذا الجنس عبر القرون الكثير من الأضواء الساطعة التي تجعلنا جديرين بهذا اللقب الباذخ: بليز باسكال، إسحق نيوتن، ديفيد هيوم، ماري كيري، ألبرت أينشتاين، آرثر ستانلي إيدنغتون، إمي نويثر، أندرو لويد وبر، ميريل ستريب، وبالطبع، كعكة التيراميسو.

وليست قوانين الفيزياء مناسبة تمامًا لمخلوقات عاقلة فحسب، بل نحن نتعلم العقل بمعنى ما من قوانين الفيزياء. فكما رأينا في الجزء الأخير، تعلّم البشر الرياضيات من العالم المادّي. خمس تفاحات مضافة إلى ثلاث تفاحات تعطينا ثماني تفاحات، ما يعلّمنا أن 5 + 3 = 8. مرة أخرى، رأينا في الجزء الأخير العلاقة الآصرة بين فكرة القطع الناقص السائدة وحركة الكواكب. لماذا يلزم أن يكون هناك مثل هذا الانتظام في الكون بحيث إن القطع الناقص الذي نرسمه على ورق يظهر في السماء؟ ثمة معنى منطقي في فهم العالم الكمومي عبر النظر في أدوات الجبر المجرد. ولكن لماذا يجب أن يمتثل هذا العالم لجبر مجرد تعلمناه في أماكن أخرى؟ والكون المادّي يمتثل أيضًا لقوانين منطقية. مثل هذا، إذا عرفتَ أن أ أو ب صادقة، ثم عرفت أن ب كاذبة، سوف تعرف أن أ صادقة[1]. ذات حقيقة أننا نستطيع أن نلحظ مثل هذه التواترات في حالة قوانين الطبيعة تجعل العقل ممكنًا. فلماذا تتخذ قوانين العلم هذه الصورة المثالية؟ إننا نتساءل أساسًا عن سبب وجود عقل أصلًا؟

دعوني أوضح. وكّدت في الجزء الأخير، فكرة أن البشر تعلموا الرياضيات من تواترات الكون المادّي. وهذا يفسّر عدم غرابة قدرة الرياضيات على وصف الكون المادّي. في هذا الجزء أطرح سؤالا أعمق: لماذا توجد في الكون المادّي أي تواترات أصلًا؟ لماذا نستطيع تعلم الرياضيات والمنطق من الكون المادّي؟

للإجابة عن هذه الأسئلة، صاغ البحاث مجموعة من الأفكار تصنف تحت اسم **المبدأ الأنثروبي**. يقر هذا المبدأ أن حقيقة وجود كائنات مدرِكة قد توظف في إخبارنا بشيء عن الكون. إنها تخبرنا بأنه محتم على الكون أن يحوز بنية تكفي لوجود كائنات بشرية عاقلة. في غياب مثل هذه البنية، ما كان لنا أن نكون هنا نطرح هذه الأسئلة.

يقول المبدأ الأنثروبي الضعيف إنه محتم على الكون الذي نلحظ أن يكون قادرًا على أن يكون في شكل يسمح بوجود كائنات بشرية عاقلة تلاحظ. بمعنى ما، حقيقة أننا نستطيع إجراء ملاحظات، وكوننا بشكل ما كائنات عاقلة تخبرنا بأن لدى الكون الذي نعيش فيها ما يكفي من التركيب والوقت اللازمين لولادة بشر. عقلنا معيار يخبرنا عن نوع الكون الذي سوف نعثر عليه. عالم النفس الذي يجمع متوسطات الذكاء في جامعة ما سوف يجد

(1) رمزيًا، نستطيع أن نصوغ هنا هكذا: [(أ Ú ب) Ù (~ ب)]¬ أ. تشكل هذه القاعدة جزءًا أساسيًا من المنطق وهي تسمى القياس الفصلي.

أن متوسطات الذكاء أعلى من متوسطات ذكاء عموم الناس، لأن لدى طلاب الجامعات بوجه عام متوسطات ذكاء أعلى. وعلى نحو مشابه، حين نقوم بمسح للكون علينا أن نتوقع العثور على كون تعيش فيه كائنات قادرة على طرح هذه الأسئلة - وذلك بحسبان أننا نطرح فيه هذه الأسئلة. يتفق معظم البحاث مع المبدأ الأنثروبي الضعيف، لأنه يقر شيئًا يتضح أنه صحيح.

وقد تبنى بعض علماء الفيزياء هذا الأسلوب في الاستدلال وصاغوا فكرة خلافية أقوى: **المبدأ الأنثروبي القوي**. عوضًا عن مجرد قول إن الكون على شاكلة بعينها لأننا نراها، فإنهم يقولون إنه محتم على الكون أن يكون على هذه الشاكلة، لأنه محتم على الكون أن يحوز حياة عاقلة. عبر قوة غامضة ما، محتم على الكون أن يخلق حياة عاقلة. يجب أن نلحظ أن الغالبية العظمى من علماء الفيزياء لا يقبلون المبدأ الأنثروبي القوي. إنهم لا يجدون أي سبب للاعتقاد بأنه محتم على الكون أن يحوز حياة عاقلة. وفي حين يصعب الجدال ضد المبدأ الأنثروبي الضعيف، عادة ما يعدّ المبدأ الأنثروبي القوي معارضًا لروح العلم.

يقر المبدأ الأنثروبي شيئًا مهمًا حول موضعنا في الكون. منذ التنوير، حرم العلم الكائنات البشرية من منزلتها الخاصة في الكون. لقد سحب كوبرنيكس من البشر منزلة المركز المادّي في الكون. الأرض ببساطة كوكب متوسط الحجم يدور حول نجم تعوزه الأهمية. ثم جاء داروين، وسحب منهم منزلة المخلوق الأهم في المملكة الحيوانية. عنده الكائن البشري مجرد واحد من مخلوقات كثيرة نتجت عن طفرات عشوائية. وأخيرًا، سحب فرويد[1] منزلة العقل بوصفه القدرة البشرية الوحيدة، وبيّن أنه مجرد خادم للاوعي حيواني غامض. وبدمج هذه الاكتشافات، أصبح العلم يقبل شيئًا اسمه مبدأ المتوسطية أو المبدأ الكوبرنيكي الذي يقول إن ما نراه في الكون ليس خاصًا بأي معنى. نحن جنس نمطي في كوكب عادي يدور حول شمس عادية في مجرة عادية. لا شيء خاصًّا فينا.

هذا ما حدث حتى الآن. بمعنى ما أرجع المبدأ الأنثروبولوجي البشر إلى مركز الكون. لقد ثبت أن المبدأ الكوبرنيكي خاطئ. ذات حقيقة أن كائنات بشرية عاقلة موجودة تضع قيودًا على نوع الكون الذي نعيش فيه. الكون على ما هو عليه لأن لدينا ملامح مميزة بعينها: نحن أحياء ونفكر. للكون

(1) في الواقع فرويد هو أول من أشار إلى هذا الهجوم ثلاثي المحاور على الكائنات البشرية في «صعوبة في طريق التحليل النفسي» *(A Difficulty in the Path of Psycho-analysis») (1917)*.

الصورة التي يحوز لأن هناك عقلًا بشريًّا فيه. ويمكن للمرء أن يدرس الكون بالنظر في الحياة العاقلة، ورؤية أي قوانين الكون محتم عليه الامتثال لها كي تظهر مثل هذه الحياة العاقلة. ذات حقيقة أن البشر يستطيعون، ويلاحظون، ويفهمون الكون، إنما تبيّن أن البشر بعقلهم هم مركز الكون. قد لا نكون في مركز الكون، لكن عقلانيتا تجعلنا المركز[1]. (إذا لم نكن الوحيدين في العالم، فإن عقل الكائنات الأخرى هو الآخر في مركز الكون).

المبدأ الأنثروبي الضعيف مرضٍ بعض الشيء. نعم، فهو يفسّر لماذا يلزمنا أن نرى الكون على نحو بعينه، لكنه لا يفسر لماذا يكون الكون على هذا النحو. لقد كان بالمقدور أن يكون على نحو آخر يحول دون رؤيته أو وصفه. ويقارن الفيلسوف جون ليسلي هذا برجل نجا من كتيبة إعدام. كان هناك عشرة جنود يطلقون النار على الرجل، لكنه نجا منهم. بالمماثلة على المبدأ الأنثروبي، قد يقول بأنه لو لم ينجُ من كتيبة الإعدام لما تسنى له الإبلاغ عن نجاته. ولأنه نجا، بمقدوره أن يخبرنا عن نجاته. وفي حين أن ما يقوله صحيح يقينًا، فإنه ليس ما نرغب في سماعه. إننا نريد أن نعرف لماذا نجا. هل كان الجنود لا يحسنون إطلاق النار؟ هل هناك من استبدل رصاصًا خلّبا بالرصاص الحي؟ هل كانت مجرد مصادفة غريبة؟ وكذا الشأن مع الكون، فنحن نرغب في معرفة لماذا كان الكون على نحو يسمح لكائنات عاقلة بأن تكون قادرة على وصفه.

وقد اقترح البحاث عبر السنين تفسيرات ممكنة عديدة للمبدأ الأنثروبي.

وجود إله

لا يجد الربوبيون صعوبة في تفسير لماذا يكون الكون على النحو الذي هو عليه: ثمة إله خلق الكون من عدم وصمّمه بحيث تكون فيه حياة - والأهم من ذلك، أن تكون فيه حياة عاقلة. لقد خُلق الكون وقوانينه على النحو الذي كان؛ لأن هناك إلهًا كليّ العلم وكليّ القدرة رغب في مشاهدة الدراما البشرية تتكشف. وقد عرف الإله المتطلبات الضرورية لظهور النوع البشري وصمّم عالمًا مناسبًا. وكما جاء في المزامير (19:2): «تعلن السماوات مجد الله؛ وتُظهر القبة الزرقاء صنع يديه». الواقع أن هذا التفسير كان قد استُخدم لألفية من السنين في شكل برهان على وجود إله، يسمى

(1) لو تبنينا المبدأ الأنثروبي التشاركي (الذي سوف نناقشه بعد بضع صفحات)، لوجدنا أن الملاحظين البشريين الواعين هم السبب الحقيقي وراء كون الكون على النحو الذي يكون به.

البرهان المؤسس على التصميم أو البرهان الغائي[1]. ويمكن الإجابة عن جميع الأسئلة الثلاثة المتعلقة ببنية الكون بسهولة عبر وجود إله.

وفي حين أن هذا التفسير مرضٍ للربوبيين، فإن من لا يؤمنون برب يجدون هذا التفسير غير مرضٍ. إن مثل هذا الإله يثير مسائل أخرى، أكثر غموضًا، حول طبيعة هذا الإله. بالنسبة لهؤلاء، ثمة حاجة إلى تفسير أكثر ماديّة، وأكثر علمية.

الكون مصادفة

نحن ببساطة محظوظون بشكل لا يصدق أن وجدنا الكون على هذا النحو. لم تصمَّم قوانين الكون لتحقيق أي غاية أيًا كانت. لم يخلق الكون لبشر ولا كائنات عاقلة. وكما كتب ديفيد هيوم يقول، «حياة الإنسان ليست أكثر أهمية للكون من حياة المحار». وإذا حدث وأن وُجدت مثل هذه الكائنات العاقلة، فإن هذا الأمر لا يحوز أي أهمية. بالنسبة لمن يقبل هذه الفكرة، نعيش في عالم لامعقول، وعلينا أن نقبل هذه الحقيقة. وإذا أرغمنا على التفكير فيها، يلزم هؤلاء الناس أن يتفقوا مع المبدأ الأنثروبي الضعيف أن الكون لو كان على شاكلة مغايرة لما تسنى لنا أن نوجد. غير أنهم لن ينظروا في استتباعات هذا الموقف. إنه موقف ضد فلسفي بشكل متطرف. الكون على النحو الذي هو عليه، وليس هناك سبب لذلك. لكن هذه الاستجابة لا تؤمّن أي إجابة عن الأسئلة الثلاثة التي أثرنا حول بنية الكون. وفي حين أن هذا قد يكون مرضيًا لمن لا يتفكرون في أصول الكون أو العقل[2]، فإن سائرنا، الملعونين برغبة غريبة في فهم السبب الذي يجعل الكون على ما هو عليه،

---

(1) يجب أن نميزّ بين نوعين من الربوبية المستخدمة في مثل هذه التفسيرات. هناك ربوبيات الوحي المشخصنة، الراغبة في تكشّف الدراما البشرية لأي سبب كان. وهناك ربوبيات الفلاسفة غير المشخصنة، التي لا تكشف عن نفسها ولا تطلب أي شيء من البشر. يجب ألا نخلط بين هذين النوعين من الربوبيات. وعلى حد تعبير باسكال الشهير، «إله إبراهيم، إله إسحق، إله يعقوب» -وليس إله الفلاسفة والمثقفين».
.(“DIEU d›Abraham, DIEU d'Isaac, DIEU de Jacob ’non des philosophes et des savants”)
وبوجه عام، يماهى الإله غير المشخصن بالطبيعة أو ربما «الطبيعة». اسم «العصر الجديد» الأكثر حداثة سوف يكون شيئًا من قبيل «الوعي الكوني». غير أن معظم الفلاسفة وعلماء اللاهوت الذين يناقشون ربوبية غير مشخصنة يفضلون اسم «الله» لإثارة الخشية والتبجيل المرتبطين بهذا اللقب. ويكاد لا يتضح إطلاقًا الكيفية التي تجيب بها الربوبية غير المشخصنة عن أي من الأسئلة المتعلقة بالسبب الذي يجعل الكون على ما هو عليه.

(2) يصف ج.د. سالنغر حماة شخصية في روايته الرائعة علّوا أشعة السقف، أيها النجارون (*Raise High the Roof Beams*) (2001) على النحو التالي: «محرومة، طيلة حياتها، من فهم أو تذوق التيار الرئيس في الشّعر الذي يسبح عبر الأشياء، كل الأشياء. قد تكون أيضًا ميتة، لكنها تواصل العيش؛ لا تقف طويلًا عند الرقة، تزور محللها النفسي، تستهلك رواية كل ليلة، ترتدي حزامها، تتآمر على صحة ميرليل وازدهارها. أحبها. أجدها شجاعة بشكل لا يتصور». يتضح أن الشخصية لا تهتم بمضامين كون مصمم بعناية ولا بالمبدأ الأنثروبي.

سوف يواصلون البحث عن أجوبة. بالنسبة لنا، تجاهل أو إنكار الغموض لا يبدده. يلزمنا فحسب أن نجري المزيد من التقصي.

كون لم يصمَّم بدقة

يسخر بعض البحاث من مجمل فكرة أن الكون مصمَّم بعناية بحيث يناسب الحياة بوجه عام والحياة العاقلة بوجه خاص. حين ننظر في الأكوان، فإننا بدلًا من أن نرى مكانًا مناسبًا للحياة، فإن كل مجموعة نجمية نوجه إليها أجهزتنا التيلسكوبية تبدو خالية من الحياة. فكيف نقول إن الكون ينتظر الحياة إذا كانت هناك بلايين من النجوم المنفجرة الهدامة، والثقوب السوداء، والكويكبات، والمذنبات التي تتصادم ببعضها البعض وبالكواكب والنجوم؟ وعلى الرغم من عدد السنين التي أمضيناها في المراقبة، لم نعثر إطلاقا على كوكب بمقدوره تعزيز الحياة. وهناك مؤشر آخر على أن الكون ليس مصمَّما بدقة من أجل أن تكون به حياة عاقلة؛ لم يحدث قط أن زارنا أي كائن من أي مكان آخر في الكون. حتى ضمن مجموعتنا الشمسية، ليست هناك كواكب قادرة على دعم أي نوع من الحياة العاقلة. إذا خرج رجل فضاء من مركبته الفضائية، سوف يتجمد مباشرة حتى يموت، أو سوف تحرقه الشمس في ثوان.

ماذا عن الأرض بوصفها مكانًا مناسبًا بشكل مثالي للحياة؟ دعونا نلق نظرة قريبة على كوكبنا الجميل. ثلثا كوكبنا الأزرق تغطيه المياه، ولا يبدو أن البحر يسهم كثيرًا في خلق حياة عاقلة (إذا ما استثنينا الذكاء المفترض لدى الدولفين). وعادة ما نكون مقيدين بسطح الأرض. وحتى في هذه الأجزاء، ثمة بقاع من الأرض أكثر ارتفاعًا، أو سخونة، أو جفافًا، أو برودة من أن تعزز حياة بشرية طويلة الأجل. وضمن البيئات القادرة على تعزيز حياة البشر، توجد تسونامي، وبراكين، وزلازل وأعاصير، وانهيارات طينية متكررة، وفطر سام، ومحامون، تسهم جميعها في جعل الحياة البشرية هشة بشكل موجع. وهناك قائمة لا تنتهي من الأمراض، والفيروسات، والأوبئة، والبكتيريا القاتلة التي قضت عبر الزمن على أعداد كبيرة من المجتمعات البشرية. ولعل القوى الأكثر هدمًا ضد الحياة البشرية هي الحياة البشرية نفسها، برغبتها التي لا تلين في قتل وتدمير الجنس البشري والبيئة. وقائمة الأسباب التي تبرر كون الأرض ليست مكانًا مناسبًا للحياة البشرية تطول.

وبدلًا من اعتبار الكون مصمّما بعناية ومناسبًا لحياة عاقلة، يجدر أن يعتبر هؤلاء الناس الكون مكانًا غير مناسب للكائنات الواعية.[1] إنهم يقولون إنه ليس هناك سبب يفسر الحقيقة المفترضة أن العالم منظم بشكل بعينه - لأنه في الواقع ليس منظمًا. ومن شأن هذا أن يسلط الضوء على غموض عميق: إذا كان الكون لا يناسب تطوير حياة عاقلة، فلماذا تطورت مثل هذه الحياة أصلًا؟[2]

لاحظ أن هذا يجيب عن السؤالين 2 و3، ولا يجيب عن أيٍ من الأسئلة العميقة.

تعريفات مقيّدة للحياة

ثمة آخـرون يستخفون بفكرة أن الكون مصمّم بعناية لحياة عاقلة بالإشارة إلى أن شروطنا للحياة العاقلة مصممة وفق حيواتنا، وأن في هذا تقييدًا شديدًا. إنهم يشعرون أن ثوابت الطبيعة وقوانين الفيزياء ليست حصرية بالقدر الذي نتوهم. لو كانت القوانين مختلفة لانبثقت صور أخرى من الحياة. لعله كان بالإمكان أن تُخلق الحياة من مواد غير الكربون. البعض يعتبر صور حياة السيلكون ممكنة. وفي الآونة الأخيرة عثر العلماء على صور حياة تعيش في الزرنيخ[3]. وقد فوجئ علماء البيولوجيا البحرية بالعثور على صور حياة تعيش بالقرب من براكين نشطة تحت الماء. ولعل هناك أنواعًا بعينها من الكائنات مخلوقة فحسب من نيوترونات تعيش على سطح نجم من النجوم. لقد صاغ العلماء سبلًا مختلفة في تخليق

(1) يستخدم البعض حقيقة أن الكون مناسب لحياة عاقلة في تفسير مفارقة فيرمت. تسأل المفارقة عن السبب الذي حال دون قيام كائنات عاقلة من بلايين النجوم التي تتألف منها كل مجرة من بلايين المجرات بزيارتنا (باستثناء زيارات حلقات مسلسل ملفات إكس (*X-Files*)). هناك العديد من الأجوبة التي تحاول تبديد هذا الغموض. في كتاب لستيفن ويب بعنوان إذا كان الكون يحشد بالغرباء ... فأين هم؟ خمسون حلّ لمفارقة فيرميت ومسألة الحياة فوق-الأرضية
(*If the Universe Is Teeming with Aliens . . . Where Is Everybody? Fifty Solutions to Fermi ' s Paradox and the Problem of Extraterrestrial Life*),
مؤدى الحلّ الخامس عشر - الذي يفضله ويب - هو أن الكون لم ينتج أشكال حياة عاقلة أخرى ونحن وحدنا بلا شريك. أول حلول الكتاب، يقال إنه يعزى لعالم الفيزياء لي زيلارد، هو «أنهم موجودون أصلًا بيننا: كل ما في الأمر هو أنهم يسمون أنفسهم بالشعب المجري». انظر Webb (2002، 28).

(2) لعلنا نستطيع أن نقول إن الكون ضد وجود حياة عاقلة، وأن فرص الحياة العاقلة تساوي 0.0000001 بالمائة مثلًا. ولهذا فإننا لا نجد حياة عاقلة إلا في 0.0000001 بالمائة من الكون.

(3) ثمة خلاف ما في الأدبيات حول صحة هذا الاكتشاف. في الأصل اعتُقد أن صور الحياة هذه تعيش بلا زرنيخ. أما الآن فيعتقد أنها لا تعيش إلا على الزنيخ. أدين بالعرفان لجولي مائين لكونها أخبرتني بهذا.

عناصر أكثر تركيبًا في الشموس باستخدام ثوابت مادّية مختلفة[1]. البعض يتساءل عما إذا كان فيروس الحواسيب بقدرته الغريبة على التكاثر، والمحافظة على التوازن، والتغلب على كل أشكال التأمين، مجرد صورة أخرى من صور الحياة. الواقع أن فيروسات الحواسيب تظهر حتى علامات الحياة العاقلة. إلى حد ما، افتراض أن صور الحياة الوحيدة التي يمكن أن توجد هي تلك التي نألفها علامة على ضيق في الخيال. الأسئلة التي يطرحها المبدأ الأنثروبي يجاب عنها بتضمين أنواع أكثر غرابة من صور الحياة - حيث مفاد الفكرة هو أننا إذا ضمّنا كل هذه الإمكانات، قد تنبثق حياة -معاد- تعريفها بأي من السبل الأخرى التي يهيئها الكون. لو كان الكون مختلفًا، لتعجبت صور الحياة الأخرى من أن الكون يناسبها، ولا يناسب غيرها.

إن هذه الاستجابة للمبدأ الأنثروبي تجيب عن السؤالين 2 و3. لا غرابة في أن يكون الكون على النحو الذي هو عليه لأنه كان يمكن أن يكون بسبل مختلفة كثيرة تنبثق فيها حياة (عاقلة). غير أن هذا الحل، مرة أخرى، لا يجيب عن السؤال 1 في قائمة أسئلتنا. حقيقة وجود نوع غريب من الحياة لا ينقص من حقيقة أن هناك قدرًا من البنية في الكون. فلماذا يلزم أن يكون ذلك كذلك؟

أكوان عديدة

من بين التفاسير الرائجة لتصميم الكون المدهش أن كوننا مجرد واحد من أكوان عديدة تؤلف ما يسمى **الكون العديد**. لدى كل واحد من هذه الأكوان فئة من القوانين والثوابت. في الغالبية العظمى من هذه الأكوان ليست القوانين والثوابت مناسبة للحياة أو الحياة العاقلة. وكوننا واحد من الأكوان المحظوظة التي يمكن فيها تشكّل حياة عاقلة.

قبل أن تستبعد مباشرة فكرة وجود عوالم مختلفة كثيرة، دعونا ننظر في آفاق العلم التي تتسع دومًا. عبر العصور القديمة والوسيطة اعتقد الناس أن شمسنا هي الشمس الوحيدة في الكون، ولم ندرك إلا في العصور الحديثة أن شمسنا مجرد واحدة من بلايين الشموس في مجرة سكة التبانة. وقد عرفنا منذ فترة ليست طويلة أن مجرتنا واحدة من بلايين المجرات في الكون، في كل منها بلايين النجوم. من يعتقدون في أكوان

(1) See Weinberg 1994, 221.

عديدة إنما يخطون بهذه الفكرة خطوة أخرى. قد تكون هناك بلايين الأكوان إلى جانب كوننا، وكل ما في الأمر هو أننا لا نستطيع أن نراها أو نحصل على شواهد إمبيريقية على وجودها.

كيف يعيننا الكون العديد على تفسير اشتمال كوننا على مثل هذه البنية المعززة للحياة؟ تخيّل أنك تمشي في مبنى تمارس فيه لعبة البنغو، وأنك اللاعب الوحيد هناك. إذا ربحت أوراقك اللعبة، فسوف تعتقد أن هذا إعجازي. من بين كل الأرقام التي يمكن أن تربح، ورقتك هي التي ربحت. لا بد من أن هناك تدخلًا إلهيًا. وعلى نحو مماثل، إذا دخلت في غرفة عشوائية في فندق، وكانت هذه الغرفة هي الوحيدة التي تحتوي على ملابس تناسب مقاسك، فإن هذا سوف يكون معجزة. إذا كان هذا الكون الوحيد الموجود، فإن حقيقة أنه صمّم بشكل مثالي من أجلنا إعجازية بعض الشيء. اعتبر الآن دخولك إلى مبنى بنغو يحشد باللاعبين. سوف يكسب أحدهم اللعبة، ويقفز ويصرخ قائلًا «لقد كسبت! إنها معجزة!» بالنسبة له، فوزه معجزة فعلًا. لماذا يلزم أن يكسب هو ويخسر كل لاعب آخر؟ أما بالنسبة لمن يراقب كل اللاعبين، ويعرف أنه محتم أن يكسب شخص ما، لا إعجاز في أن يكسب شخص ما. وكذا هو الأمر في حالة غرف الفندق. ليست هناك معجزة لو كانت هناك ملابس في كل غرفة. وكذا هو الأمر في حالة الكون. إذا كانت هناك أكوان كثيرة، وبدا أن بعض القوانين التي تنتج حياة عاقلة ممكنة، فلا غرابة في الأمر. لقد اتفق أن وجدنا أنفسنا في واحد من هذا النوع من الأكوان. ويفترض أن الأغلبية العظمى من الأكوان الأخرى ضمن الأكوان العديدة خالية من الحياة. سوف تكون هناك في كل هذه الأكوان المختلفة قوانين مختلفة وثوابت مختلفة في الطبيعة. بعضها فحسب سوف «يكون مناسبًا تمامًا». لا إعجاز في أن سكان تلك الأكوان العقلاء التي تستطيع أن تعزز حياة عاقلة سوف يقفزون ويصرخون «إنها معجزة!»، فهذا متوقع منهم.

لنظرية الأكوان العديدة صيغ عديدة مختلفة. لقد طوّر العلماء عبر الزمن نظريات متنوعة تفسر وجود أكوان عديدة بدلًا من كون واحد. في الآونة الأخيرة نشر براين غرين كتابًا ممتازًا بعنوان الواقع الخفي: الأكوان الموازية وقانون الكون العميق (*The Hidden Reality: Parallel Universes and the Deep Law of the Cosmos*) يصف فيه تسع تنويعات مختلفة من نظرية الكون العديد. سوف أصف بإيجاز بعض منها في الفقرات الموالية.

غير أن هناك مدعاة إلى احتراز ما. بعض هذه الأفكار مجنونة تمامًا، وهذا تعبير معتدل. إنها تأخذ الخيال العلمي إلى مستوى جديد، وتخلص إلى نتائج غاية في الغرابة.

قابلنا مفهوم الكون العديد أول مرة في الجزء 7.2 حين كنا نناقش نظرية هيو إيفيريت التي تقول إنه في كل مرة يوجد فيها قياس، ينشطر الكون إلى أكوان مختلفة. في كل قياس هناك مخرجات ممكنة مختلفة، وينقسم الكون إلى نسخ كثيرة لدى كل منها المخرج المعني. ولأن هناك ملايين الملاحظات في كل ثانية، هناك بلايين البلايين من الأكوان. ولا تتضح الكيفية التي تختلف بها هذه الأكوان من حيث قوانينها المادّية، كما لا يتضح كيف يمكن أن تكون في هذه الأكوان حياة غير عاقلة إذا كان الملاحظون وحدهم الذين يستطيعون إجراء ملاحظات. على ذلك، فإن هذه أول نظرية في الكون العديد.

ووقفنا على نظرية الأوتار عدة مرات في تلك الصفحات. وكما رأينا، فكرة أن الكون مؤلّف من أوتار غاية في الصغر تحلّ الكثير من المسائل في الفيزياء. وقد تبيّن أن نظرية الأوتار تتنبأ أيضًا بوجود أكوان عديدة. تهتز الأوتار في الأرجاء في أماكن عديدة الأبعاد تسمى أغشية أو أغشية-د. يعتقد أصحاب نظرية الأوتار أن هناك الكثير من الأغشية المختلفة التي يمكن أن تصطدم ببعضها البعض وتسبب أكوانًا جديدة ذات أنواع كثيرة من الخصائص. هناك أنواع كثيرة من الأكوان إلى حد أن الكون يوصف بأنه **مشهد نظرية الأوتار**. وبمثل هذا العدد من الأكوان العديدة، من المتوقع أن تكون هناك حياة في بعض هذا الفضاء.

يصادر هذان التفسيران للكون العديد على أكوان كثيرة مختلفة، لكن كل منها غير محتمل مثل كوننا. وفي حين أن فرضية الكون العديد تجيب عن أسئلة طرحناها، تبدو الأمور عشوائية بعض الشيء. في كتابه حياة الكون (*The Life of the Cosmos*) اقترح لي سمولن نموذجًا مثيرًا للكون العديد احتمال أن تكون في الكون حياة وفقه أكبر من احتمال الأكوان الخالية من الحياة. وقد عرض فكرة أنه قد ينبثق كون عن انهيار ثقب أسود يحدث في كون آخر. ويمكن لهذا الكون الجديد أن يحتوي على الكثير من الثقوب السوداء الخاصة به، وينتج من ثم الكثير من الأكوان. ويصادر أيضًا على أن قوانين الفيزياء للأكوان الناتجة الجديدة لن تختلف إلا بشكل طفيف عن قوانين الكون المنتِج. ومن شأن هذه الآلية أن تضفي على الأكوان مسحة اختيار الطبيعي. الكون الذي يحتوي عددًا أكبر من الثقوب السوداء

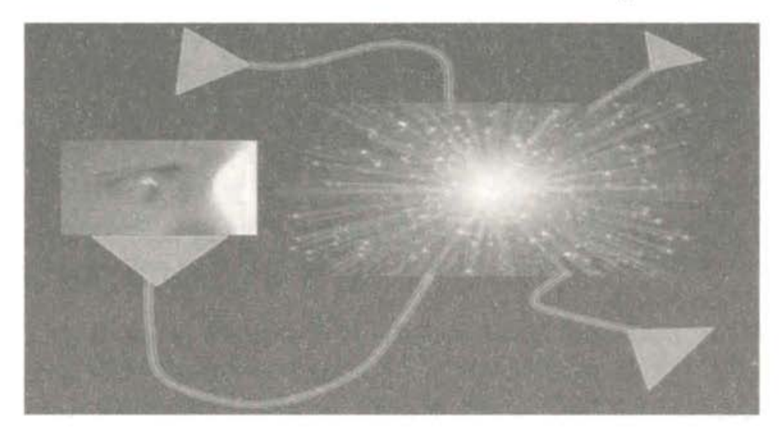
ينتج عددًا أكبر من الأكوان وأرجح أن يبقى. ولأن الثقوب السوداء تأتي من شموس ثقيلة يمكن أن يحدث فيها تركيب نووي نجمي، هناك عدد أكبر من الأكوان في حالة الشموس الثقيلة. في كون سمولن العديد، الأكوان تطورية، تقترب رويدًا رويدًا من السماح بوجود حياة.

ولدى ماكس تغمارك من MIT فكرة مهمة عن كون عديد. إنه يعبّر عن صيغة متطرفة من موقف أفلاطون وفيثاغوراس، فهو يرى أن الشيء الوحيد الذي يوجد حقيقة هو الرياضيات. كل نوع من البنى الرياضية ممكن الوجود موجود بالفعل. إذا كانت البنية متساوقة وضمن حدود العقل، فإنها موجودة. وتصف بعض هذه المنظومات أكوانًا معززة للحياة، بل إن بعض البنى الرياضية تصف صور حياة لديها عمليات ذهنية يمكن أن نصفها بالعقل. وتوجد أيضًا بنى رياضية تصف مخلوقات بمقدورها أن تتأمل في الكون. وقد اتفق أن وجدنا أنفسنا في واحد من أكوان تغمارك العديدة حيث الرياضيات متطورة بما يكفي للكائنات البشرية. ويفسر تغمارك السبب الذي يجعلنا لا نرى رياضيات لكننا نرى أشجارًا وأزهارًا وبشرًا. لكن هذه النظرية تخترق بشكل واضح قاعدة أوكام المتعلقة ببساطة الأنطولوجيا، إذ كل شيء وفقها موجود. ومن جهة أخرى، لأنه ليس هناك خيار بين ما يوجد وما لا يوجد، هناك في الواقع عدد أقل من القواعد في مثل هذا الكون العديد. بتعبير آخر، يستوفي كون تغمارك العديد معيار بساطة الفرضية. والحال أن هذه الفكرة المهمة جديرة بالمزيد من التفكر، لكن مقام هذا الكتاب لا يتسع لها.

وفي تقديري أن التنويعات الأكثر أهمية من فرضية الكون العديد نتيجة لبعض أفكار ناقشناها في الجزء 7.2 حين تقصينا بإيجاز ميكانيكا الكم. من بين الأفكار الرئيسة أن خاصية الشيء تكون في حال تراكب ثم تنحل إلى قيمة مفردة. ويطبق جون ويلر هذا المفهوم على الكون بأسره. حين وجدت الأكوان، لم يكن هناك بشر يلاحظون وكان كل شيء في وضع تراكب قيمي غائم. ولكن بدلًا من اعتبار هذا تراكبًا غائمًا، اعتبرها شكلًا من الكون العديد ضمن كوننا. كانت لدى الأشياء قيم ممكنة كثيرة في كوننا المفرد[1]. وكان كل تراكب يمتثل لقوانين الفيزياء (أو ربما لقوانين مادّية كثيرة مختلفة) واستمر في هذا. بعد ذلك تقول النظرية إن واحدًا من التراكبات الكثيرة الممكنة طورت حياة مركبة أو وعيًا ذا قدرة على ملاحظة

(1) الحال أن معظم البحاث لا يعتبرون هذه نظرية كون متعدد.

الكون المحيط، كما هو موضح في الشكل 8.8[1]. وقد جعلت هذه الملاحظة (المرموز إليها في الشكل بالعين) مجمل التراكب ينحل إلى كون واحد نعرفه ونحبّه. والتراكب الذي سبب الوعي هو الذي جعل التراكب ينحلّ. تسمى هذه النظرية بـ مبدأ **الأنثروبي التشاركي**. لقد شارك الملاحظ في خلق الكون وأتاحه للملاحظين. وكل التراكبات الأخرى التي لم تُنتج كائنات واعية (ليست لديها عيون في الشكل) تلاشت. ومن المهم أن نلحظ أنه لو صح مبدأ الأنثروبي التشاركي، لن يكون هناك فحسب تفسير مشروع للمبدأ الأنثروبي، بل سوف يستوفي شروط حتى المبدأ الأنثروبي القوي. سوف يظل الكون في وضع تراكب غائم ما لم يكن هناك ملاحظ عاقل. بعد ذلك يخطو ويلر خطوة أخرى بهذه النظرية. سبق أن رأينا عبر تجربة اختيار الممحاة الكمومية المتأخر في الجزء 7.2 أنه في وسع نتائج التجربة أن تغيّر الماضي. تحديدًا، تتوقف نتيجة التجربة على مجمل التجربة. ولعلنا نستطيع أن نقول إن ماضي الكون يتوقف على وجود وملاحظة ملاحظين بشر[2].



الشكل 8.8: الكون الذي ينتج ملاحِظًا يكون ملاحَظًا. صورة من إعداد هاداساه يانوفسكي.

رأينا كيف يمكن للكون العديد أن يعين على الإجابة عن أسئلة حول السبب الذي يفسّر وجود حياة عاقلة في الكون. أشرنا أيضًا إلى أنواع كثيرة مختلفة من الأكوان العديدة، وإلى الكيفية التي تعمل بها. لكن نظرية الكون

(1) عين ريفيكا يانوفسكي. صورة لهاساداه يونفسكي.

(2) تحذير: يمكن أن يسبب التركيز لفترة طويلة على المبدأ الأنثروبي التشاركي وتجربة الاختيار المتأخر للممحاة الكمومية مشاعر صوفية وجنونية.

العديد لا تعدم نقادًا. الاعتراض الأوضح الكون العديد هو أنه ليس هناك شاهد إمبيريقي على أي كون عديد. إننا نعيش في كون واحد ولا نرى سوى كون واحد. وهذا الكتاب لم ينشر إلا في هذا الكون (على الأقل لم أحصل على أي حقوق من أي كون آخر)، وليس هناك شاهد على أي كون آخر. إذا كانت هناك أكوان أخرى، فأين هي؟ وما طبيعتها؟ لقد صادرنا ببساطة عليها لأنها تساعد على تفسير وجود حياة عاقلة، وقد أعانتنا على الحتمية (تأويل إيفيريت الخاص بالعوالم الكثيرة)، أو هذا ما تقوله رياضياتها (نظرية الأوتار)، لكن هذا لا يجعل وجودها حقيقة واقعة. سوف تحل مشاكلك المالية لو فزت باليانصيب، لكن هذا لا يعني أنك فزت بالفعل.

وهناك اعتراضات أخرى على الكون العديد. لدى كل مفاهيم الكون العديد قوانين تفترض الكيفية التي تفرعت بها الأكوان عن بعضها البعض وانوجدت. وهذه القوانين لا تخص كونًا بعينه بل هي قوانين لمجمل الكون العديد، وهي تسمى بـ القوانين الكبرى أو ميتا-قوانين. نستطيع الآن طرح سؤال أعمق: لماذا صممت الميتا-قوانين بشكل مثالي بحيث تنتج بعض الأكوان حياة عاقلة. لقد صممت هذه القوانين بحيث تختص أكوان مختلفة بخصائص مختلفة يناسب بعضها حياة عاقلة. لماذا؟ لقد سألنا في البداية عن سبب وجود بنية في الكون تجعل الحياة العاقلة ممكنة. وقد أجيب عن هذا بطرح فكرة كون عديد، وقول إن السبب الذي يفترض وجود حياة عاقلة في كوننا هو أنه جزء من كون متعدد شاسع. والآن نسأل عن سبب وجود بنية في الكون العديد تستطيع إنتاج حياة عاقلة[1].

وهناك نقد آخر للكون العديد مؤداه أنه غالبًا ما يُلجأ إليه كبديل آدهوكي لفكرة المصمم العاقل. بتعبير آخر، سوف يفضل العالم الملحد افتراض كون عديد على افتراض إله من نوع ما. وقد وصف نيل مانسون، وهو فيلسوف، مفهوم الكون العديد بأنه «آخر ملاذ للملحد اليائس»[2]. والواقع أن فكرة الكون العديد لاعلمية بقدر فكرة الإله. هذا لا يعني أنهما ممكنان أو محتملان بالقدر نفسه، بل يعني أنهما غير قابلين للملاحظة،

(1) قد يزعم نصير نظرية الكون العديد أنه يجب علينا التوقف في مرحلة ما عن طرح الأسئلة. وفق مذهبه، لنا أن نسأل حول الكون وخصائصه، لكن ليس لنا أن نسأل عن السبب الذي جعله يحوز البنية التي يحوز. سوف تقودنا مثل هذه الأسئلة إلى متراجعة لامتناهية أو إلى هراء. هذه حجة شبيهة بحجج علماء لاهوت العصر الوسيط الذي يجادلون بأنه محتم أن يكون لكل معلول علة، وعلة الكون هو الله؛ غير أنه لا يجوز التساؤل عن علة الله. إن مثل هذه القيود التي تفرض على الأسئلة المشروعة ليست مقنعة. ما دام لنا عقل، يجب علينا الاستمرار في طرح الأسئلة.

(2) Manson 2003, 18.

وغير قابلين للإنكار، وغير قابلين للاختبار. كثير من النقاد يرون أن إمكان وجود كون عديد يتطلب نفس القفزة الإيمانية التي تتطلبها معظم الأديان.

وينكر بعض العلماء حتى كون مفهوم الكون العديد علميًا. الكون العديد ليس إمبيريقيًا ولا قابلًا للاختبار. إذا كانت الأكوان العديدة في الكون العديد لا تتفاعل مع بعضها البعض، فكيف يتسنى لنا اختبار ما إذا كانت هناك أكوان أخرى. بتعبير آخر، يجيب العلماء عن واحد من أعمق أسئلة كل العلوم إجابة تتخطى بالتعريف حدود العلم. ولكن يجب ألا توقفنا مسألة ما إذا كان مفهوم الكون العديد علميًا بالفعل عن التفكير في الكون العديد. إننا نفكر في مواضيع كثيرة ليست علمية دقيقة. لكنها تظل أفكارًا مهمة، وقد تفسر الكون الذي نعيش فيه.

تماثلية

توجد مجموعة من الأفكار الآسرة التي تعين على فهم بنية الكون. مفاد هذه الأفكار هو أن كل بنية في الكون نلحظها مأتاها حقيقة أننا نلحظ الكون بطريقة بعينها.

بمعنى ما تشكّل هذه الأفكار -مثل كثير من الأفكار في الفلسفة- استجابة لمسائل أثارها ديفيد هيوم. في الجزء 8.1 رأينا أن مشكلة هيوم في الاستقراء محيّرة جدًا. لقد شكّك في فكرة العلة والمعلول، المركزية في كل العلوم. وقد اعتبر إمانويل كانط هذه المسائل دعوة للاستيقاظ من سبات عميق، وحاول تناولها بقول إن البشر لا ينظرون إلى الظواهر بنظارات شفافة بل بنظارات ملوّنة. لدينا أفكار مسبقة مبيّتة فينا وتساعدنا على فهم وتصنيف ما نشهد من ظواهر. أفكار مثل المكان والزمان والعليّة أفكار تشكّل جزءًا منا، ونحن نستخدمها لفهم الكون. وهذه الأفكار موجودة مسبقًا فينا ولا تنتج عن الخبرة. وفي غيابها لا نستطيع رؤية البنية التي نرى. عند كانط، رؤيتنا للكون متأثرة بذهننا، ونحن لا نستطيع أن نلحظ ما يوجد هناك «في ذاته» دون هذه الأفكار المتأصلة فيها. وهذه نقلة تبتعد عن الرؤية التقليدية في العلاقة بين الكائنات البشرية والكون. مفاد الرؤية التقليدية هو أن الكون بالكيفية التي هو عليها ونحن نراه بهذه الكيفية. غير أن كانط يدافع عن فكرة أن رؤيتنا للكون ترتهن لإدراكنا له.

وكان أينشتاين مهتمًا بالكيفية التي نرى بها الظواهر المختلفة. وكما

وجدنا في الجزء 7.2، صاغ أينشتاين النظرية النسبية عبر توكيد أن قوانين الفيزياء محتم أن تكون على ما هي عليه بصرف النظر عن الكيفية التي تلاحظ بها. وقبل أينشتاين أكد غاليليو أنه يلزم أن تظل قوانين الفيزياء على حالها ما دام الملاحظ يتحرك بسرعة ثابتة. وقد عمم أينشتاين هذا باستخدام النسبية الخاصة، حيث أكد أنه محتم على قوانين الفيزياء أن تظل ثابتة بصرف النظر عما إذا كان الملاحظ يتحرك بسرعة ثابتة أو بسرعة تقترب من سرعة الضوء. وتُجري نظريته العامة المزيد من التعميم، حيث أكد أنه محتَّم على قوانين الفيزياء أن تظل على حالها حتى حين تتغير السرعة (أي حين تزيد أو تنقص). وتعرض حقيقة لزوم أن تكون قوانين الفيزياء على حالها بصرف النظر عن كيفية ملاحظة الملاحظ إياها نوعا من التماثلية. نقول بلهجة عامية إن للحجرة تماثلية إذا كانت لا تبدو مختلفة لو بادلنا بين جزئيها الأيمن والأيسر. وقد بسط العلماء فكرة التماثلية هذه على الطريقة التي توصف بها قوانين الطبيعة. إن قوانين الطبيعة لا تبدو مختلفة بصرف النظر عن أي منظور ننظر منه إليها. وبتطور العلم يتعاظم دور فكرة التماثلية.

والواقع أن أينشتاين قام بشيء جذري هنا. قبله كان معظم علماء الفيزياء يعثرون على القانون ويصفونه، ثم يصفون خصائصه، التي قد تكون التماثلية إحداها. في حالة النظرية النسبية، وظّف أينشتاين التماثلية في العثور على قوانين الفيزياء. لقد صادر على لزوم أن يستوفي القانون هذه التماثليات ثم وصف القانون الذي يستوفيها. كل ما لا يستوفي التماثليات لا يكون قانونًا في الفيزياء. وكان أول من استخدم التماثليات بوصفها حَكم فصلٍ أو معيارًا مهمًا يحدد ما يكون قانونًا في الفيزياء وما لا يكون.

وقد ذهبت إيمي نويثر (1882-1935) بهذه الأفكار أبعد من هذا، حيث ركزت على قوانين الفيزياء التي تسمى قوانين الحفظ. تقول مثل هذه القوانين إن هناك خاصية بعينها لا تتغير في أثناء العملية أو التجربة. وتشمل الأمثلة البارزة على:

- حفظ كمية الحركة. يقر هذا أن مجموع كمية الحركة في كل الأجسام في نسق ما سوف تظل على حالها. ونحن نرى هذا، مثلًا، حين نبدأ لعبة البلياردو بضرب الكرات. في البداية تتحرك الكرة البيضاء وحدها بسرعة صوب سائر الكرات. وبعد أن تصطدم بها، تتبعثر الكرات في اتجاهات مختلفة وبسرعات مختلفة. ويقر حفظ كمية الحركة أن

مجموع السرعات والاتجاهات يساوي سرعة واتجاه الكرة البيضاء الأصلية.

- حفظ كمية الحركة الزاويّة. يقرر هذا القانون أن كيفية ومقدار سرعة دوران الأجسام تظل ثابتة. المثل الكلاسي الذي يُبرهن به على هذا القانون هو الحالة التي يدور فيها لاعب زلاجة الجليد حول نفسه ثم يمدّ يديه إلى الأمام. لحفظ كمية الحركة الزاويّة، يدور بسرعة حين يسحب يديه في اتجاه جسمه.
- حفظ الطاقة. يقر هذا باختصار أن نوع الطاقة في النسق قد يتغير لكن قدرها يظل ثابتًا. مثل هذا، حين تضغط على مكابح السيارة، تتحول طاقة السيارة المتحركة إلى حرارة ضمن وسادات المكابح. وفي السدّ، يسقط الماء من ارتفاع شاهق ويستطيع تشغيل توربينو ينتج كهرباء. وقد بيّنت نويثر أن كل قانون من قوانين الحفظ يناظر تماثلية بعينها في النسق. قوانين الحفظ الثلاثة المذكورة ناتجة على التوالي عن التماثلات الثلاثة التالية:

1. تماثلية المكان. وهذا يعني أن التجربة يمكن أن تجرى في أماكن مختلفة دون أن تتغير النتائج.
2. تماثلية الاتجاه. بصرف النظر عن اتجاه التجربة، تظل النتائج ثابتة.
3. تماثلية الزمان. بصرف النظر عن الوقت الذي أجريت به التجربة، سوف تكون النتائج متماهية.

(لن نبيّن الكيفية التي تناظر بها قوانين الحفظ التماثلات). والواقع أن نويثر أثبتت شيئًا أكثر عمومية: أنه محتم على أي قانون حفظ (من نوع بعينه) أن يناظر تماثلية (بعينها)، وأن أي تماثلية (من نوع بعينه) تناظر قانون حفظ (من نوع بعينه).

وبالتأسي بفكرة نويثر، ذهب البحاث شوطًا أبعد. بدلًا من البحث عن قوانين للحفظ، بحثوا عن تماثلات. وكان من شأن هذا وضع التماثلات في مركز تجاربهم وحساباتهم. وعلى هذا النحو صاغ علماء فيزياء من أمثال جون فون نيومان (1903-1957) ويوجين وينغر أجزاء كبيرة من ميكانيكا الكم في نظرية المجموعات، لغة التماثل الرياضية. وتستخدم فروع أخرى من الفيزياء نظرية المجموعة بطريقة أساسية.

ويقترح كل هؤلاء العلماء أنه بدلًا من رؤية البشر بنية فعلية في الكون، يقوم البشر بدور المعيار. لا يرى العلماء قوانين الفيزياء؛ بل يسمّون ما يختارونه علمًا.

ومن أنصار هذه الأفكار المحدثة فيكتور جي. ستنغر. في كتاب آسر بعنوان كون قابل للفهم: من أين تأتي قوانين الفيزياء؟ (*The Comprehensible Cosmos: Where Do the Laws of Physics Come From?*). ويفسّر ستنغر الكثير من الفيزياء الحديثة من منظور التماثلية. وهو يستخدم صورًا من التماثلية أكثر تطورًا مما ناقشنا كي يفسّر ميكانيكا الكم الحديثة، والكوزمولوجيا، ونظريات المجال، وكل فروع الفيزياء المعاصرة الأخرى. ويناقش الكتاب تماثلات محلية، وتماثلات كونية، وتماثلات قياسية، وما إلى ذلك. ويمكن إدراج كل هذه التماثلات المختلفة تحت مظلة يسميها ثبات المنظور. تقر هذه الفكرة أنه بصرف النظر عن كيفية وزمان ملاحظة الظاهرة، وبصرفه عن طريقة وصفها، يلزم أن تكون قوانين الفيزياء على حالها. وباستخدام هذه الأفكار بوصفها معيارًا لتحديد قوانين الفيزياء، بيّن ستينغر أن قوانين الفيزياء ليست موجودة «هناك»، بل هي فحسب الطريقة التي ننظر بها إلى الكون. وفي مقدمة كتابه يوجز هذا بقوله: «قوانين الفيزياء مجرد قيود على الطريقة التي يمكن بها لعلماء الفيزياء رسم نماذج يستخدمونها في عرض سلوك المادة». مرة أخرى، هذا يعني أن القوانين سبل نصف بها ما نلحظ من تماثلات.

ولعلّ أول من روّج لهذه الأفكار هو آرثر ستنالي إيدنعتون. كان عالمًا من طراز عالي لكنه كان فيلسوفًا أيضًا. وكان لبعض أفكاره تأثير على العديد من موضوعات هذا الكتاب.

بدلًا من النظر في الكون، ركز إيدنغتون على العالِم، وتساءل «من يلحظ الملاحِظين؟»[1] وقد أصبح عالم إبستمولوجيا كي يرى أسلوب العالِم في معرفة الكون. مفهومه للعلم شيء يسمى **الذاتانية الانتقائية**. لا توجد القوانين بشكل موضوعي هناك، بل تُختار ذاتيًا. يختار العالم ظواهر بعينها تأسيسًا على تماثلها ثم يسمي القواعد المتواترة التي تصف مثل هذه الظواهر قوانين طبيعية. والسبب الذي يجعل هذه القوانين قابلة لأن يعبّر عنها بلغة رياضية هي أن هذه هي الطريقة التي ننظر بها إلى العلم. أو على حد تعبيره «ليست الرياضيات هناك إلى أن نضعها هناك». ليست البنية هي

(1) Eddington 1939, 21.

ما ننظر إليه، بل الطريقة التي ننظر بها إلى الكون. ويختتم إيدنغتون كتابه المهم المكان، والزمان والجاذبية (*Space, Time and Gravitation*) بقوله «لقد وجدنا آثار أقدام غريبة على شواطئ المجهول، واستحدثنا نظريات عميقة، الواحدة تلو الأخرى، لتفسير أصلها. وفي النهاية نجحنا في إعادة بناء المخلوق الذي خلّف تلك الآثار. ويا للعجب! لقد اكتشفنا أنها آثار أقدامنا».

وقبل أن نترك إيدنغتون، دعونا نعتبر فكرة غاية في العمق تتعلق بموضوع هذا الكتاب. حين نتحدث عن قيود الاستدلال العلمي، يجب أن نتذكر أننا نلاحظ الكون. ويعرض إيدنغتون قياس مماثلة رائع حول عالم يدرس السمك (عالم بحار):

دعونا نفترض أن عالمَ بحارٍ يتقصى الحياة في المحيطات. يرمي شبكته في الماء، ويحصل على تشكيلة من الأسماك. وبمعاينة ما اصطاد يواصل عمله بوصفه عالمًا، فيشكل نسقًا لما يكشف عنه صيده. وهكذا يصل إلى تعميمين:

1. ليس هناك مخلوق بحري طوله أقل من قدمين.

2. لكل المخلوقات البحرية خياشيم.

يصدق هذان على ما اصطاد، فيفترض مؤقتًا أنهما سوف يصدقان بصرف النظر عن مرات التكرار. بتطبيق قياس المماثلة هذا، نجد أن الصائد يمثل المعرفة التي تشكل العلم المادّي، وأن الشبكة تمثل العدة الحسية والفكرية المستخدمة في الحصول عليها. أما رمي الشبكة فيمثل الملاحظة؛ لأن المعرفة التي لم تستحصل بعد عبر الملاحظة ليست مقبولة في العلوم الفيزيائية. قد يعترض مشاهد بقوله إن التعميم الأول خاطئ. «توجد الكثير من المخلوقات البحرية التي يبلغ طولها أقل من قدمين، وكل ما في الأمر هو أن شبكتك غير قادرة على الإمساك بها». يستبعد عالم البحار هذا الاعتراض مستهجنًا إياه: «كل ما لا تمسك به شبكتي يعد، بوصفه كذلك، خارج نطاق المعرفة العلمية البحرية. باختصار، ما يفلت من شبكتي ليس سمكة». أو -بترجمة قياس المماثلة- «إذا لم تكن تحاول التخمين فحسب، فإنك تزعم معرفة بالكون المادّي المكتشف بطريقة تختلف عن مناهج العلم الفيزيائي، وتسلّم بأنها غير قابلة للتحقق باستخدام هذه

المناهج. أنت ميتافيزيقي. تبًا لك!»[1]

يؤكد إيدنغتون أنه ينبغي علينا أن ننظر في حجم الشبكة التي نلقي بها للحصول على ملاحظاتنا. بتعبير آخر، الطريقة التي ننظر بها إلى العالم هي الطريقة التي سوف يعرض بها نفسه علينا. بعد ذلك يشير إلى أننا بالنظر في الشبكة سوف نرى أن المعلومات المحددة في (1) أكثر أساسية من المعلومات المحددة في (2). ففي النهاية، إذا كنا نستخدم شبكة ذات ثقوب طولها قدمان، لن نمسك بسمكة طولها قدم واحدة. في المقابل، قد تكون حقيقة أن لكل المخلوقات البحرية خياشيم تعميمًا لا مسوغ له على أسماك لم نرها بعد. قد تكون هناك أسماك بلا خياشيم. ويخلص إيدنغتون إلى أننا نعرف من النظر في الطريقة التي نلاحظ بها الكون أكثر مما نعرف من ملاحظته بالفعل.

لا يسعنا سوى التخمين بخصوص الكيفية التي يمكن بها تعديل المنهج العلمي بحيث تتسنى لنا رؤية المزيد من الكون. بالاستمرار في استخدام قياس مماثلة عالم الأسماك، ما نوع الأسماك الذي نمسك به حين نرمي بشبكة طول ثقوبها قدم واحدة؟ وما الذي نفقده بالنظر إلى الكون بالطريقة التي ننظر بها إليه؟ وما الذي يوجد هناك[2]؟

هناك بعض المشكلات التي تواجه هذا الحلّ للمسائل التي يثيرها المبدأ الأنثروبي. من جهة، هناك ببساطة شعور بأن هناك بنية مؤسسة هائلة «هناك في الخارج» لا يُهمّها ما إذا كانت لوحظت من قبل البشر أو أي مخلوقات واعية. ثمة بقاع هائلة من المكان والزمان لا يبدو أن فيها بشرًا ولا أي ملاحظين آخرين. هل نعتقد بالفعل أنه حين يكون جزء من الكون متاحًا للرؤية يصبح موجودًا؟ بالنسبة للزمان، مرت دهور طويلة قبل أن يوجد ملاحظون. هل نعتقد بالفعل أنه لم تكن هناك بنية آنذاك؟ إننا نشعر بأن القوانين كانت هناك وأننا ننظر إليها.

وهناك صعوبة أخرى تتمثل في أن هذه الأفكار تعارض تصورًا محوريًا في الفيزياء. لقد كانت هناك دائمًا قوانين في الفيزياء وأوضاع في الفيزياء. القوانين تحدد الأوضاع، ونحن ندرس الأوضاع كي نعرف المزيد عن القوانين. إننا نقترح هنا أن وضع الفيزياء- الطريقة التي يلحظ بها الملاحظ- تؤثر في قوانين الفيزياء. وهذا تغير جذري. كيف يتأتى للأوضاع، التي تصوغها

(1) Eddington 1958, 16.

(2) سوف نواجه هذه الأسئلة ثانية في الجزء 10.3.

قوانين، أن تغيّر القوانين؟ الواقع أن الفقرات الأخيرة قالت شيئًا أعمق: ليست هناك قوانين إطلاقًا!

المشكلة الأخيرة التي سوف أناقش هي أنه ليس كل ما نرى يستوفي التماثلات التي نتوقع في قوانيننا. كثير من جوانب الكون المادّي يشكّلها ما يسمى بـ انهيار التماثلية. هذه عملية تبدو عشوائية تأخذ بعض قوانين الفيزياء ذات الخصائص التماثلية الجيدة وتغيرها إلى قوانين أخرى أقل تماثلية. نحن لا نعرف (الآن) لماذا يحافَظ على بعض صور التماثلية دون غيرها، ويبدو أن العملية برمتها عشوائية. وفي حين أن خصائص التماثلية قد تلقي بعض الضوء على جزء من البنية، فإنها لا تفسّر مجملها.

منذ سنوات قليلة لفتت انتباهي مجموعة من الأفكار. بعد أن ألقيت محاضرة حول أساسيات ميكانيكا الكم والدور المحوري الذي تقوم به الأعداد المركبة فيها، سألني طالب سؤالًا أساسيًا: «لماذا يمتثل الكون للأعداد المركبة؟» السؤال ممتاز من حيث بساطته. لماذا الأعداد المركبة الغريبة، وليس الأعداد الحقيقية التي نألفها؟ وقد استغرقتني صياغة إجابة تمسُّ لُبَّ الموضوع بعض الوقت. مؤدى الإجابة هي أن الكون لا يمتثل للأعداد المركبة، بل يقوم بما يقوم به! يستخدم البشر أعدادًا مركبة كي تعينهم على فهم جزء من الكون يسمى ميكانيكا الكم. لو لم يخترع علماء الرياضيات الأعداد المركبة، لوجد علماء الفيزياء صعوبة أكبر في فهم العالم. الأرض والشمس لا تمتثلان لمعادلة نيوتن الشهيرة التي تصف قوة الجاذبية بين جسمين وتحدد القوة بينهما، بل يستخدم البشر المعادلة لفهم ما يحدث. مرة أخرى نؤكد أن الكون لا يعمل باستخدام أعداد مركبة، ولا معادلة نيوتن، ولا أي قانون آخر من قوانين الطبيعة، بل يعمل بالطريقة التي يعمل بها. البشر هم الذين يستخدمون ما في حوزتهم من أدوات لفهم العالم.

لا نعرف (بعد)

هناك استجابة أخرى لكوننا المصمم بعناية: إننا ببساطة لا نعرف (بعد). لقد تطور العلم بسرعة فائقة خلال القرون القليلة الماضية ونتوقع الكثير منه. على ذلك، لا أحد يقول إن العلم سوف يؤمّن أجوبة عن كل الأسئلة. في الوقت الراهن، لدى كل الأجوبة السابقة ملمح الخيال العلمي، ولا واحد منها مرضٍ علميًا حقيقة. قد تتوفر أدلة جديدة تبيّن أن واحدًا من

التفسيرات السابقة للظاهرة الأنثروبية صحيح. وقد تكون هناك سلسلة لامتناهية من التفسيرات الواحد منها أعمق من الآخر. وقد ينجح تفسير ما بعض الوقت ثم نعثر على تفسير أعمق يفتتر سابقه، ويستمر هذا إلى الأبد[1]. غير أن علينا أن نقبل أيضًا إمكان ألا نحصل إطلاقًا على تفسير مرضٍ لهذه المسائل المتداخلة. وفي هذه الحالة، لن تتسنى لنا المعرفة. نحتاج إلى بعض التواضع للاعتراف بأننا لا نعرف، وقد يكون مثل هذا التواضع مسوّغًا.

دعونا نتأمل في السبب الذي يصعّب العثور على إجابة مشروعة عن المبدأ الأنثروبي. ثمة شيء غريب بشكل متأصل في كل التفسيرات الممكنة لهذا المبدأ. بالنسبة لمعظم الأسئلة التي يمكن إثارتها حول نسق ما، يمكن العثور على إجابة داخل النسق. مثل هذا، «لماذا تمطر الآن؟» الإجابة: «ثمة كثير من السحب ودرجة الحراراة مناسبة». هذا سؤال عن البيئة، يجاب عنه من البيئة. ولكن قد يلزمنا حين يُطرح سؤال أساسي الذهاب خارج النسق صوب مستوى أعمق. مثل هذه، الأسئلة الأساسية في الكيمياء يجاب عنها إما ضمن الكيمياء أو على مستوى الفيزياء الأعمق. «لماذا يغلي الماء؟» الإجابة: «لأن النار تحت القدر ضاعفت الطاقة، إلخ». هذه إجابة علم الفيزياء. أسئلة علم الاجتماع الأساسية، من قبيل «لماذا تثور الشعوب؟»، قد يجاب عنها على المستوى النفسي الأعمق، إلخ. وفي حالة أسئلتنا حول الكون المصمّم بعناية، نطرح أسئلة لا سبيل للإجابة عنها إلا خارج الكون. لماذا يلزم أن يكون الكون بأسره على نحو بعينه؟ إننا نبحث عن إجابة خارج الكون. ما الذي يوجد خارج الكون؟ إله؟ أكوان عديدة أخرى؟ لسنا معتادين على الأجوبة التي تكون خارج الكون، والعلماء يرغبون في أجوبة من داخل الكون ولا يحبذون الولوج في مناطق خارجه. وحتى بالنسبة لمثل هذه الأسئلة الأساسية حول الكون برمته، نرغب في أجوبة ضمن الكون، ولا نرتاح للبحث في أماكن أخرى. أعتقد أن عدم الارتياح هذا سوف يبقى معنا بعض الوقت.

لا تفضّل الشواهد المتوفرة إجابة بعينها عن الأسئلة المتعلقة ببنية الكون. بمقدورنا أن نتأمل في كل التعريفات الممكنة للحياة، وفي كل الأكوان العديدة الممكنة، ولكن ليس لدينا إثبات إمبيريقي على وجود مثل هذه الصور أو الأكوان. ولهذا نخلص إلى أننا نجهل الأسباب النهائية التي تجعل

(1) Dyson 1979, 250.

الكون على ما هو عليه. الكون الذي خلقنا بحيث يكون لدينا عقل ونتحقق من كل ما نرى يتردد حين يستجيب لهذه المسائل المعقولة في البوح بأسراره العميقة.

وبصرف النظر عن السبب الذي يجعلك تقبل المبدأ الأنثروبي، يصعب تجنّب الشعور المخيف بأن هناك شيئًا غريبًا وعجيبًا يحدث هناك. وقد عبّر عالم الفيزياء فريمان دايسون عن هذا بأوضح تعبير: «لا أشعر بأني غريب في هذا الكون. كلما فحصت الكون ودرست تفاصيل معماره، أحصل على المزيد من الشواهد على أن الكون، بمعنى ما، كان يعرف أننا قادمون».

قراءات إضافية

الجزء 8.1

هناك الكثير من المقدمات الجيدة لفلسفة العلم. ويشمل بعض ما أوصي به، مرتبًا من الأسهل إلى الأصعب، *Okasha* (2002)، *Gorham* (2009)، *Godfrey-Smith* (2003)، و*Losee* (2001). نقاشنا أفاد كثيرًا أيضًا من *Rescher* (1999). عرضنا للجمال ونهاية العلم استعار الكثير من *Weiberg* (1994) سهل القراءة إلى حد كبير. ولا نستطيع الحديث عن مسألة نهاية العلم دون ذكر *Horgan* (1996) الخلافي والمسلي. كتاب *Kuhn* (1970) سهل على القراءة ومهم.

الجزء 8.2

Mickens (1990) مختارات مؤلفة من 19 دراسة تناقش وتطرح أجوبة ممكنة لمسألة فعالية وينغر المدهشة، من بينها دراسة وينغر الأصلية. وهناك الكثير من الدراسات الأخرى والفصول التي تتناول هذا الموضوع، من بينَها الفصل 27 من *Klein* (1981). ويعرض *Burtt* (1932) جولة تاريخية رائعة للدور المتعاظم الذي تقوم به الرياضيات في العلم. ويجب أن نضمّن أيضًا Pickering (1984) الذي يعرض منظورًا مثيرًا.

الجزء 8.3

يناقَش المبدأ الأنثروبي في كتب عدة، تشمل العمل الكلاسي *Barrow and Tipler* (1986) و*Davis* (1982، 2008). كتاب *Davis* الثاني كتاب ميستر لعموم الناس يغطي بشكل معمق كل جوانب الموضوع. *Gibbon and Rees* (1989) تصوّر ميستر آخر للمبدأ الأنثروبي. وهناك أيضًا دراسة تلخيصية جيدة جدًّا تجدها على شبكة المعلومات قام بها P.C.W. Davis بعنوان «من أين تأتي قوانين الفيزياء؟» (*Where Do the Laws of Physics Come From*) (2012)).

وللمزيد بخصوص الكون العديد انظر *Green* (2011). وانظر أيضًا *Carr* (2007) الذي يشمل 28 دراسة حديثة من مختلف الزوايا. انظر أيضًا *Deutsch* (1997) فضلًا عن دراسات *Max Tegmark* على الموقع http://space.mit.edu/home/tegmark. وبخصوص مقدمة أساسية لنظرية الأوتار انظر *Musser* (2008)*.

وللمزيد عن دور التماثلية في صياغة قوانين الفيزياء انظر *Eddington* (1958)، *Kilmister* (1994)، *Weyl* (1952)، *Stenger* (2006)، *Cook* (1994)، و*Lederman and Hill* (2004).

9 عوائق رياضية

ما إن فهمت المبادئ، حتى تخليت إلى الأبد عن ملاحقة الرياضيات؛ ولم آس على كوني تخليت عنها، قبل أن يتصلّب ذهني بعادة البراهين الصارمة، المدمرة للمشاعر الأسمى التي تثيرها الشواهد الأخلاقية، التي ينبغي أن تحدد سلوكياتنا وآراءنا في الحياة[1].

- إدوارد غيبون (1737_1794)

انتابني ذات مرة شعور حميمي إزاء الرياضيات، حتى رأيت كل شيء، القمة والقاع، فيما كانت أعماق وراء أعماق تنكشف أمامي. لقد رأيت، كما يرى المرء حركة الزهرة – أو حتى عرض المحافظ المخيب للأمل، كمية تمر عبر اللاتناهي فتغيّر علامته من زائد إلى ناقص. رأيت الكيفية التي حدث بها هذا بدقة، والسبب الذي يجعل التمييز بين دلالات الجمل ضروريًا: وكيف أن كل خطوة تتضمن سائر الخطوات. كان الأمر شبيها بالسياسة. لكن هذا حدث بعد تناولي وجبة العشاء، ثم ما لبثت حتى غضضت الطرف عنه![2]

- وينستون تشرشل (1874_1965)

الرياضيات الجديدة: لقد عفا الزمن مؤخرًا عن الرياضيات القياسية بسبب اكتشاف أننا ظللنا نكتب الرقم خمسة معكوسًا. وقد أدّى هذا إلى اعتبار العدّ منهجًا للوصول إلى عشرة من واحد. يدرِّس الطلاب مفاهيم الجبر البولي المتقدمة، فيما يتم التعامل مع المعادلات التي كانت غير قابلة للحلّ بالتهديد بالانتقام![3]

- وودي آلن

الرياضيات أمثولة العقل الخالص. قدر كبير من العلم مؤسس على الرياضيات والمنطق. بمعنى ما، الرياضيات لغة العقل. إنها أكثر الابتكارات البشرية نجاحًا. على ذلك، وكما سوف نرى، تعاني الرياضيات هي الأخرى من قيود.

يعرض الجزء 9.1 بعض القيود التي تم التعامل معها خلال العصر اليوناني الكلاسي. ويشمل الجزء 9.2 وصفًا موجزًا لنظرية غالويس، وهي حقل رياضي

(1) Gibbon 2001, 142.

(2) Churchill 1996, 27.

(3) Allen 1993, 62.

جديد تمامًا مكرّس لإثبات أن هناك مسائل بعينها لا سبيل لحلها بالمناهج العادية. وفي الجزء 9.3 نعود إلى نقاشنا لحل المسائل باستخدام الحواسيب، ونبيّن أن العديد من مسائل الرياضيات غير قابلة للحلّ بالحوسبة- الآلية والبشرية- على حد سواء. وفي الجزء 9.4 نناقش بعض جوانب الإحالة الذاتية في المنطق بما فيها مبرهنتا غودل في اللاتمام الشهيرتان. ويُختتم الفصل بنقاش لبعض الجوانب الفنية والفلسفية في المنطق والأنساق البدهية.

9.1 قيود كلاسية

اتضح لأتباع فيثاغورس أنه يجب التخلص من هيباسوس، وهو عضو سابق في ناديهم. يجب أن يلقى في البحر كي لا يستمر في التجديف والكشف عن أسرارهم. لقد كان هيباسوس منافيًا للعقل تمامًا!

فيثاغورس ساموس من بين الشخصيات الأكثر أهمية في العالم اليوناني. عاش في القرن السادس قبل الميلاد، وكان له تأثير أساسي على العالمين القديم والوسيط. وكان فيثاغورس فيلسوفًا، ومتصوفًا، وذا ذائقة موسيقية، وقائدًا دينيًا، كما كان أول من درس الرياضيات لذاتها بدلًا من دراستها من أجل تطبيقاتها، ما جعله أحد أوائل علماء الرياضيات البحتة. وقد اكتشف العلاقات بين التناغمات الموسيقية والرياضيات، وكان له تأثير هائل على تطور الفلسفة والرياضيات.

ومن بين العقائد المركزية عند فيثاغورس وفيلق أتباعه أن العالم بأسره تحكمه وتصفه أعداد صحيحة ونسب أعداد صحيحة. وقد اعتقد أن مثل هذه النسب هي الأعداد الوحيدة الحكيمة أو «المعقولة». بكلمات أخرى، لم يعتقدوا فيما نسميه الأعداد الصماء. بالنسبة لهم، الأعداد المُنطقة هي الأعداد الوحيدة الموجودة.

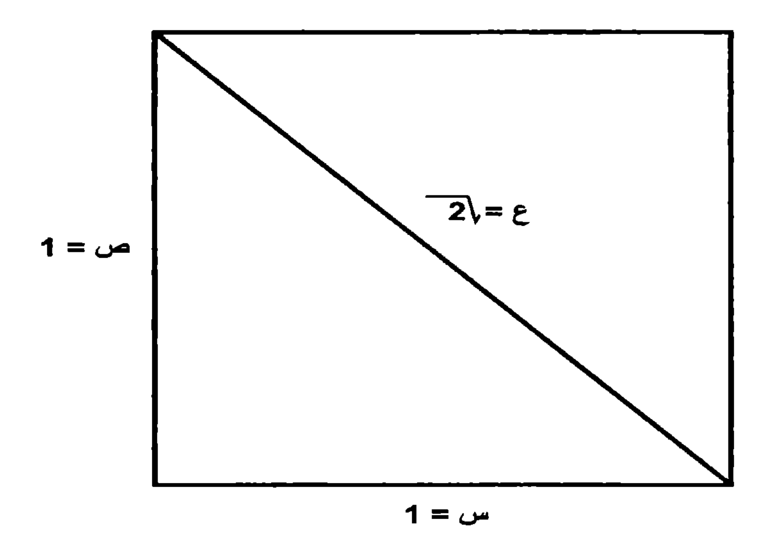
كانت أمور رؤية العالم هذه تسير على ما يرام، إلى أن جاء أحد تلاميذ فيثاغورس، هيباسوس ميتابونتوم. تفكّر هيباسوس في مربع شائع طول ضلعه 1، كما في الشكل 9.1.

وفق مبرهنة فيثاغورس الشهيرة الخاصة بالمثلث قائم الزاوية لدينا

$$سـ^2 + صـ^2 = عـ^2$$ أو

جذر(سـ^2 + صـ^2) = عـ في المربع في الشكل 9.1، طول كل من سـ وصـ هو 1. وهذا يستلزم أن طول القطر، عـ، يساوي جذر 2. لا إشكال في هذا عند

أحد، لكن هيباسوس حاول إثبات أن هذا العدد المتكرر بشكل سائد، الجذر التربيعي لـ 2، ليس عددًا مُنطقًا. وهذا العدد الذي يسهل وصفه والموجود في كل مكان هو أول مثل نعرفه على الأعداد الصماء.



الشكل 9.1: مربع بوتر كميته صماء

وكانت هذه نتيجة صادمة لمجايليه. بمعنى ما، شكّل هذا أول اختراق لقيد على رياضيات العصر[1].

---

(1) الفرق بين الأعداد المُنطقة والأعداد الصماء ليس فقط موضوعًا للنقاش في الفلسفة اليونانية القديمة والدين، بل هناك نقاش مماثل يدور اليوم. نتصور أن العالم موصوف ومحكوم بطريقة ما بالأعداد الحقيقة (والمركبة). طول الطاولة ... 5.82252932 قدمًا؛ درجة الحرارة هي ...67.19153228 درجة فهرانتية؛ الوقت الذي تستغرقه الكرة في الوصول إلى الأرض هو ... 5.83245 ثانية. غير أن الذهن البشري لا يستطيع تذكر عدد حقيقي (أو اعتباطي). أدمغتنا آلات متناهية، ولا تستطيع التعامل إلا مع أعداد صحيحة أو مع نسبة عددين صحيحين (أي أعداد مُنطقة [يمكن كتابتها في شكل كسر اعتيادي]). وعلى نحو مشابه، الحواسيب مقيّدة بأنواع الأعداد التي تستطيع الإمساك بها. وهذا التفاوت بين «العالم الواقعي» وما نعرفه عن «العالم الواقعي» قيد حقيقي على العقل. وهناك على الأقل سبيلان للالتفاف حول هذا القيد. أولًا، نستطيع أن نقول إن العالم الحقيقي منفصل ومناسب من ثم للأعداد المُنطقة. وكما سبق أن رأينا، تؤكد لنا ميكانيكا الكم (الجزء 7.2) وحكمة زينون (الجزء 3.2) أن العالم منفصل، وأنه ليست هناك معلومات تتجاوز طول بلانك، وطاقة بلانك، وزمن بلانك. وهكذا فإن الأعداد المُنطقة هي مبلغ ما نحتاج لوصف «العالم الواقعي» وفهمه. والسبيل الأخرى في تجسير هذه الهوة بين القدرة البشرية/الحاسوبية و«العالم الواقعي» هو أن نلاحظ أنه على الرغم من أننا لا نستطيع الاحتفاظ بأعداد حقيقية اعتباطية في أذهاننا، فإننا نتعامل معها. ليس في وسعي تذكر كل أرقام pi و e لكني أستطيع أن أصف هذه الأرقام بشكل مثالي. Pi ببساطة هي نسبة محيط الدائرة الكاملة (التي لا توجد إلا في الذهن، وليس في العالم الواقعي) إلى قطرها. ثم أن لدينا سبلًا تصف الأعداد الحقيقية الاعتباطية لإنتاج أي عدد نحتاج إليه من الأرقام. بمعنى ما، ثمة طريقة لوصف الأعداد الحقيقية. وأنا على يقين من الآراء القاطعة في هذا الأمر لم تقل بعد.

وتقول الأسطورة إن فيثاغورس وأتباعه انزعجوا من اكتشاف هيباسوس. لقد خشوا من أن يبوح باكتشافه لآخرين فيكشف عن إشكالات في معتقدهم. وقد قامت الأخوية بالشيء الوحيد الذي كان في الوسع القيام به: أخذوه إلى البحر وألقوه فيه، على أمل أن يأخذ معه سره إلى قبره المائي.

لم يُعرف الإثبات الذي استخدمه هيباسوس في البرهنة على أن الجذر التربيعي للعدد 2 كمية صماء. غير أن هناك إثباتًا أنيقًا جديرًا بتفكرنا. الإثبات هندسي، ولا يشمل الكثير من المعادلات القبيحة المزعجة. إذا افترضنا (خطأ) أن الجذر التربيعي للعدد 2 عدد مُنطق، سوف نعثر على تناقض:

الجذر التربيعي للعدد 2 مُنطق ← تناقض.

لو كان جذر 2 عددًا مُنطقًا، لكان هناك عددان صحيحان نسبتهما هي الجذر التربيعي لـ 2. دعونا نفترض أن أصغر مثل لهذين العددين هما ﺑ وﺗ. أي أن

جذر2 = ﺗ/ﺑ

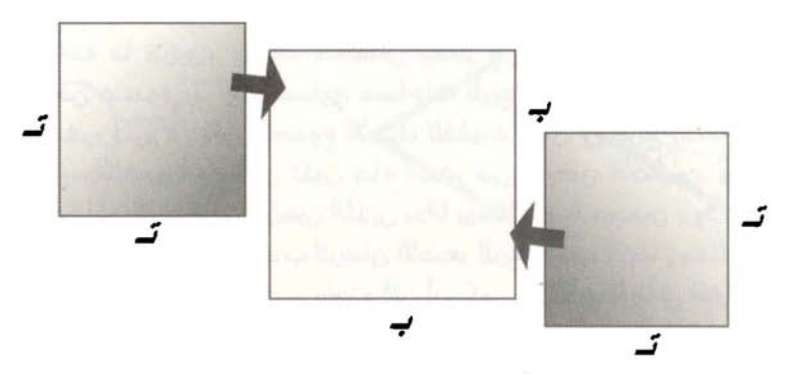
بتربيع طرفي هذه المعادلة نحصل على

2 = ﺑ^2 = ﺗ^2

وبضرب الطرفين في ﺗ2 نحصل على

2ﺗ^2 = ﺑ^2.

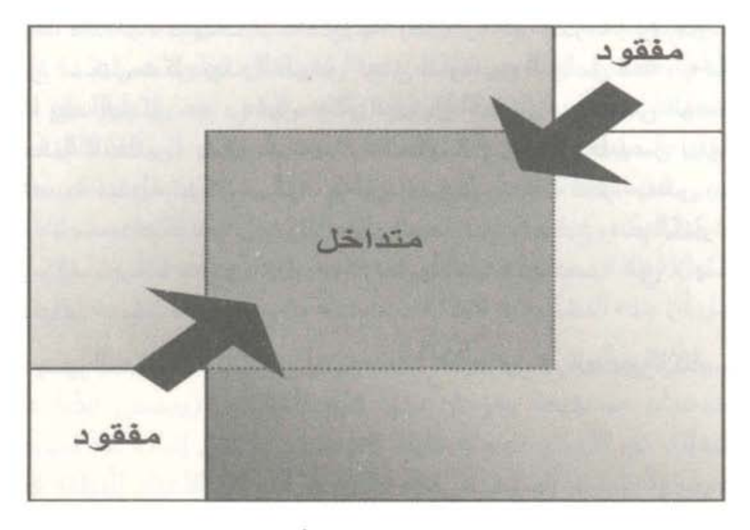
دعونا ننظر إلى هذه المعادلة من منظور هندسي. هذا يعني أن هناك مربعًا كبيرًا طول أضلاعه ﺑ (ومساحته ﺑ^2)، ومربعان صغيران طول ضلع كل منهما ﺗ (ومساحة كل منهما ﺗ^2)، بحيث إن مساحتي المربعين الصغيرين تساوي مساحة المربع الكبير، كما هو مبين في الشكل 9.2.



الشكل 9.2: أصغر مربعين يمكن دمجهما في مربع واحد

فضلًا عن ذلك، إذا افترضنا أن بـ وتـ أصغر مثل لهذين العددين، ليس هناك مربعان أصغر يجعلان هذا صادقًا.

حين نضع المربعين الصغيرين في المربع الكبير، يلزم أن يكون هناك تداخل وجزءان مفقودان، كما في الشكل 9.3.



الشكل 9.3: مربعان أصغر

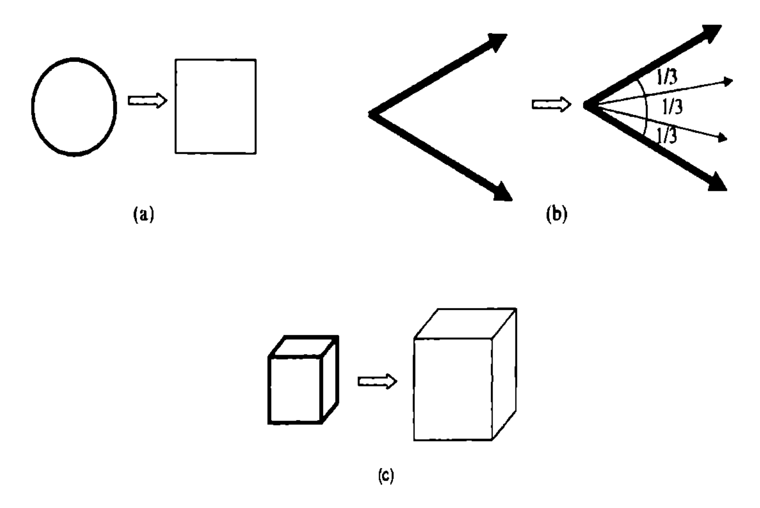
غير أن هناك مشكلتين في الشكل 9.3: ثمة تداخل يثبت أننا حسبنا مساحة ما مرتين، وهناك منطقتان أصغر من الصندوق بـ لا يغطيها أي من صندوقي تـ. ولكي تساوي مساحات المربع الأطول مجموعَ المربعين الأصغر، يلزم أن يكون لمجموع الأجزاء المفقودة مكان في المربع (المتداخل) الأكبر. وبالضرورة يلزم أن تكون هذه أصغر من المربعين الأصليين. ولكن انتظر! لقد افترضنا أن المربعين اللذين بدأنا بهما (ذَوَي الحجمين بـ وتـ) هما أصغر مربعين بحيث يناسب المربعان الأصغر المربع الأكبر، لكننا وجدنا الآن مربعين أصغر. وهذا تناقض. محتم إذن أن يكون هناك خطأ ما في افتراضنا وجود مثل هذين العددين. النتيجة: الجذر التربيعي للعدد 2 ليس عددًا مُنطقًا، بل كمية صماء [لا يمكن كتابتها في شكل كسر اعتيادي].

منذ العصور الكلاسية، تحدّت الكثير من المسائل الأخرى العقلَ البشري. وقد تم التعامل معها خلال العصور الوسيطة، ثم ثبت في النهاية في العصر الحديث أنها غير قابلة للحلّ.

وكان اليونانيون القدماء قد قاربوا الرياضيات من منظور هندسي. وتظل مناهجهم تطبق اليوم في قاعات درس الهندسة في المرحلة الثانوية. عند اليونانيين الكلاسيّين، الرياضيات معنية حصرًا، وعلى هذا النحو، بتشكيل أشياء هندسية باستخدام مستقيمة [مسطرة غير مدرّجة] وفرجار. إذا تسنى تشكيل شكل بهذه الطريقة، تسنى لليونانيين التعامل معه، وخلافًا لهذا يعد الشكل غير معقول. وكان تشكيل الأشكال سهلًا على الوصف: بالنسبة لنقطتين، يمكن استخدام مستقيمة في رسم خط يصل بينهما. وبالنسبة لنقطة تشكل مركزًا، وأخرى تشير إلى نصف قطر، يمكن رسم دائرة باستخدام فرجار[1]. وبتكرار هاتين العمليتين نستطيع رسم الكثير من الأشكال. غير أننا معنيّون بطبيعة الحال بالأشياء الهندسية التي لا يمكن تشكيلها.

يصور الشكل 9.4 ثلاثًا من أشهر مسائل التشكيل في العصور الكلاسية.

(1) بكاد يمكن للمرء أن يرى أول أربع بدهيات إقليدس في الهندسة (انظر الجزء 8.2) من هذين التشكيلين.



الشكل 9.4: (a) تربيع الدائرة، (b) تثليث الزاوية، و(c) مضاعفة المكعب.

تسمى المسألة الأولى (a) تربيع الدائرة. بالنسبة إلى دائرة ذات مساحة بعينها، استخدم مستقيمة وفرجار في تشكيل مربع مساحته تساوي مساحة الدائرة. كي ننجز هذا نحتاج إلى تشكيل قطعة مستقيمة تقارن بالعدد ط. المسألة الشهيرة الأخرى (b) تتمثل في تقسيم زاوية إلى ثلاثة أجزاء متساوية. تسمى هذه المسألة **تثليث الزاوية**. المسألة الثالثة (c) تسمى **مضاعفة المكعب**، وهي تستلزم أخذ مكعب من حجم بعينه وتشكيل مكعب آخر ضعف حجمه. لتشكيل مثل هذا المكعب، نحتاج إلى تشكيل قطعة مستقيمة تتناسب مع الجذر التكعيبي لـ 2. سوف نرى بعد قليل أن هذه التشكيلات الثلاثة مستحيلة باستخدام مستقيمة وفرجار.

وكان اليونانيون قد سموا كل عدد يمكن تشكيل خط مستقيم بحجمه باستخدام مستقيمة وفرجار عددًا **قابلًا للتشكيل** (ويسمى أيضًا عددًا إقليديًّا). كل الأعداد الموجبة قابلة للتشكيل. ويمكن إثبات أننا نستطيع الضرب والتقسيم باستخدام هذه الأدوات، لأن كل الأعداد المُنطقة قابلة للتشكيل. غير أن هناك أعدادًا صماء قابلة هي الأخرى للتشكيل. ومثل هذا، إذا رسمت مربعًا طول ضلعه 1، فإن القطر هو الجذر التربيعي للعدد 2، وهو قابل للتشكيل.

وقد عرّف علماء الرياضيات الحديثون فئة كبيرة من الأعداد تسمى الأعداد الجبرية. وهذه أعداد تشكل حلولًا لمعادلات متعددة الحدود تتخذ الشكل

$$\text{ب}_{\text{ن}}\,\text{س}^{\text{ن}} + \text{ب}_{\text{ن}-1}\,\text{س}^{\text{ن}-1} + \dots + \text{ب}_2\,\text{س}^2 + \text{ب}_1\,\text{س} + \text{ب}_0 = 0$$

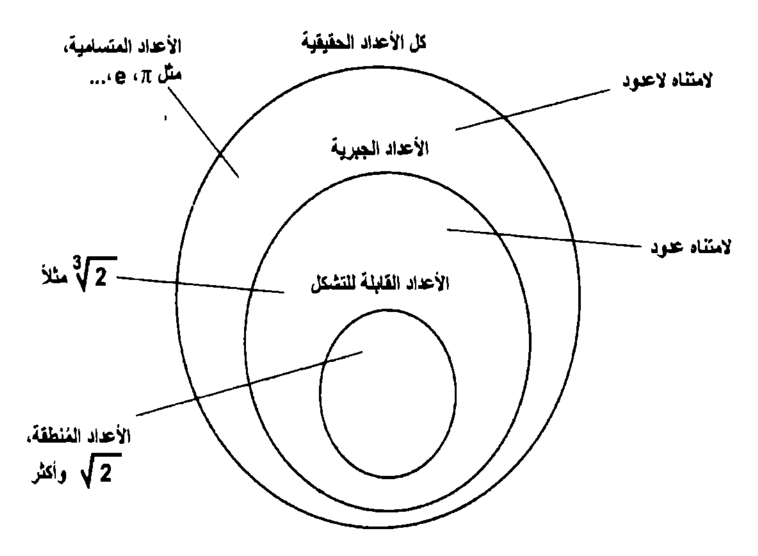
حيث كل المعاملات أعداد صحيحة. ولأن كل عدد مُنطق ت/ب حلّ للمعادلة

$$\text{ب}\,\text{س} - \text{ب} = 0،$$

فإن كل عدد مُنطق جبري. ومن المعروف أن كل عدد قابل للتشكيل جبري. غير أن هناك المزيد من الأعداد الجبرية. مثل هذا، الجذر التربيعي للعدد 2 غير قابل للتشكيل، لكنه جبري، لأنه حلّ المعادلة

$\text{س}^3 - 2 = 0$.على ذلك، ليس كل عدد حقيقي عددًا جبريًا. الأعداد الحقيقية غير الجبرية تسمى أعدادًا متسامية. ومثل هذه الأعداد لا تقبل الوصف باستخدام العمليات الجبرية العادية. إذا كان العدد متساميًا، فإنه ليس جبريًا، وبالتوكيد غير قابل للتشكيل. وقد تبين أنه يصعب كثيرًا إثبات أن عددًا ما متسامٍ. ولم يثبت علماء الرياضيات وجود أي عدد متسامٍ حتى عام 1844. وفي عام 1882 أثبت فرديناند فون لندمان (1852ـ1939) أن π عدد متسامٍ. وهذا يثبت أن π غير قابلة للتشكيل، ومن ثم، فإنه يستحيل تربيع الدائرة باستخدام مستقيمة وفرجار. وقد أُثبت أيضًا أنه يستحيل تثليث الزاوية ومضاعفة المكعب.

الأعداد التي نعرف أنها متسامية قليلة جدًا. وقد يغوى المرء بقول إنه بحسبان وجود أمثلة معروفة قليلة، فإن قليلًا منها موجود. غير أن حجة حسابية بسيطة تبين أن هذه المقدمة خاطئة تمامًا. اعتبر هرمية أنواع الأعداد المبينة في الشكل 9.5.



الشكل 9.5: أنواع مختلفة من الأعداد الحقيقية

بالنسبة لكل عدد جبري توجد معادلة رقمية متعددة الحدود يشكل حلًا لها. وباستخدام أساليب حساب بارعة (مثل المبرهنة المتعرجة أو مبرهنة القلادة اللتين ناقشنا في الجزء 4.2)، يمكن إثبات أن فئة المعادلات الرقمية متعددة الحدود لامتناهية عدودة. وهذا يثبت أنه لا يوجد سوى عدد لامتناهٍ عدود من الأعداد الجبرية. ولأن هناك عددًا لامتناهيًا عدودًا من الأعداد الجبرية، فإن الأعداد الحقيقية المتسامية لامتناهية ولاعدودة. ويمكن رؤية هذا الأمر بطريقة أخرى؛ الأعداد التي يمكن وصفها بالعمليات العادية – الأعداد الجبرية – لامتناهية عدودة، ولأنه توجد أعداد أكبر بكثير لا يمكن وصفها بالعمليات العادية، فإن قدر الأشكال والأعداد التي لا تقبل التشكيل أكبر بكثير من قدر الأشكال والأعداد القابلة للتشكيل.

9.2 نظرية غاوليس

في باريس، ليلة 29 مايو 1832، كان هناك شاب يكتب، وقد انتابته حالة توتر، رسالة طويلة. كان عليه أن يكتب بسرعة لأن لديه الكثير لقوله،

وكان يعرف أنه سوف يُقتل في اليوم التالي. تضمنت الرسالة موجزًا لبحثه الرياضي، وكان يرغب في كتابة كل شيء على الورق قبل فوات الأوان. وقد اختتم الرسالة بالتماس من صديقه «أن يطلب على الملأ من [عالمي الرياضيات المشهورين عالميًا] جاكوبي أو غوس إبداء رأيهما، ليس في صحة هذه المبرهنات بل في أهميتها. سوف يكون هناك في قادم الزمان، فيما آمل، أناس يجدون صالحًا في تفكيك شفرات كل هذه الفوضى»[1]. وفي اليوم التالي دخل في مبارزة على الشرف من أجل حب امرأة، وكما توقع، أصيب بجرح مميت. وبعد أخذه إلى المستشفى قُيض له العيش يومًا آخر. ويروى أنه قال لأخيه «لا تبكِ، آلفريد! أحتاج كل شجاعتي كي أموت في العشرين»[2]. كان اسم هذا الشاب إيفاريس غالويس الذي يشكل عمله جزءًا أساسيًا من الرياضيات الحديثة.

ما الذي تضمنته تلك الرسالة. لقد كتب هرمان ويل (1885_1955)، وهو واحد من أعظم علماء رياضيات القرن العشرين، يقول «إذا حكمنا على هذه الرسالة وفق جدة وعمق الأفكار التي تحتويها، قد تكون العمل المكتوب الأهم في مجمل أدبيات الجنس البشر»[3]. لعل ويل ربما قد بالغ بعض الشيء في تقويمه، لكن عمل غالويس يتضمن أفكارًا جوهرية بالنسبة للرياضيات والفيزياء. ولكن ما الذي يمكن لشاب في العشرين من عمره أن يقوله، ويحظى بمثل هذه الأهمية؟

ولد في عام 1811، خلال حقبة ما بعد الثورة الفرنسية، وعاش حياة تراجيدية قصيرة. كان أبوه محافظًا لقرية صغيرة خارج باريس انتحر بعد خلاف سياسي حاد. وكان إيفاريس شابًا صعب المراس ومعقّدًا ومشبوبًا بالعاطفة. وقد استحوذ عليه منذ صغره اهتمام حصري بالرياضيات دون سائر الدراسات. فشل في الالتحاق بـ «معهد المهن الشاملة»، المدرسة الأكثر هيبة في فرنسا. وفي النهاية قُبل في مدرسة من الطراز الثاني، لكن معظم أساتذته أساءوا فهم ذكائه. قدّم غالويس دراستين للنشر ضيّعهما الناشرون. وفي فترة ما انخرط مع جماعات سياسية راديكالية، ما أدى إلى طرده من المدرسة. هوية الشخص الذي اشترك معه في المبارزة التي أدت إلى موته ليست معروفة، وكذا شأن المرأة التي تمت المبارزة من أجلها. ولا

(1) "Tu prieras publiquement Jacobi ou Gauss de donner leur avis, non sur la vérité , mais sur l›importance des théorèmes. Apr è s cela, il y aura, j›espere, des gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis."

(2) "Ne pleure pas, Alfred! J›ai besoin de tout mon courage pour mourir à vingt ans."

(3) Weyle 1952, 138.

يسعنا سوى التخمين بخصوص الأعمال الأخرى التي كان لهذا العبقري أن ينجزها لو أن حياته لم تكن قصيرة على هذا النحو التراجيدي.

تتعامل أعمال غالويس مع حلّ المعادلات متعددة الحدود. ولكي نفهم إسهاماته يلزمنا أن ندرس بعض التاريخ. اعتبر المعادلة البسيطة التالية:

ب س + ت = 0.

تسمى هذه المعادلة بالمعادلة «الخطية»، ويمكن لمعظم طلاب السنة التاسعة معرفة كيفية حلها نسبة إلى س: س = ت/ب

المعادلات «الرباعية» الأكثر تركيبًا تتخذ الصورة التالية:

ب س^{2} + ت س + جـ = 0.

وكانت حلول مثل هذه المعادلات معروفة في العصور القديمة، وهي تدرس الآن لطلاب المدرسة الثانوية باستخدام «صيغ رباعية». وفي واقع الحال هناك حلان:

س 1 = - ت + جذر (ت^{2} – 4 ب جـ) / 2 ب

و

س 2 = - ت - جذر (ت^{2} – 4 ب جـ) / 2 ب

لاحظ أن الصيغتين تستخدمان الجمع، والطرح، والضرب، والتقسيم، والتربيع، والجذور التربيعية.

ماذا عن المعادلات «التكعيبية» التي تكون على شاكلة

ب س^{3} + ت س^{2} + جـ س + حـ = 0؟هل هناك صيغ قياسية لحل مثل هذه المعادلات؟ في القرن السادس عشر أثبت جيرميلو كاردانو[1] أن هناك ثلاثة حلول وأنها تُعرض بصيغ مركبة إلى حد ما[2]. تستخدم الحلول العمليات العادية، بما فيها الجذر التربيعي والجذر التكعيبي.

---

(1) قابلنا هذا العبقري في الفصل 8. لقد ابتكر الأعداد المركبة، وكان أيضًا أحد مؤسسي نظرية الاحتمال. وعلى الرغم من أنه عاش حياة تراجيدية بشكل مروع، قيّض له القيام بإنجازات رائعة. انظر الجزء 5.5 وPenrose (1994).

(2) للتسلية فقط، التالي إحدى المعادلات المستخدمة في العثور على حل:

س 1 = 3ب/ت - 3ب/1 الجذر التكعيبي [(2ب3 - 9 بـ ت ث + 27 ب2 ث + جذر [(2ت3 - 9 بـ ت ثـ + 27 بـ2ثـ)2 - 4 (بـ2 - 3 بـ ث)3]] -

- 3بـ/1 الجذر التكعيبي [(2ب3 - 9 بـ ت ث + 27 بـ2 ث + جذر [2ب3 - 9 بـ ت ثـ + 27 بـ2 ث)2 - 4 (بـ2 - 3 بـ ث)3]] / 2

يتضح أن مثل هذه المعادلة التكعيبية لا تدرّس في المدرسة الثانوية!

ولنا أن نواصل ونسأل حول المعادلة «الرباعية»:

بـ سـ^{4} + تـ سـ^{3} + جـ سـ^{2} + خـ = 0.

وقد وجد لودوفيكو فيراري (1522ـ1565) ونيكولو فونتانا تارتاغليا (1499ـ1557) حلولًا لمثل هذه المسائل. ولعل كثيرًا من القراء سوف يتطلعون لمعرفة ما إذا كنت سأقوم بالفعل بكتابة الصيغ الأربع للحلّول الأربعة الممكنة. ولكن بدلًا من كتابتها، دعونا نكتفِ بقول إن «الصيغ الرباعية» تستخدم العمليات العادية، والجذور التربيعية، والجذور التكعيبية، والجذور الرباعية.

ماذا عن المعادلة «الخماسية»؟

بـ سـ^{5} + تـ سـ^{4} + جـ سـ^{3} + حـ سـ^{2} + خـ سـ = 0.

هنا تصبح الأمور أكثر إثارة. قد نتصور أن هناك «صيغًا خماسية» تتألف من العمليات العادية وكل عمليات التجذير حتى الأسّ الخامس. غير أن هذا ليس صحيحًا! ليست هناك صيغ من هذا القبيل! في بداية القرن التاسع عشر، أثبت باولو رفيني (1765ـ1822) ونيلز هنرك آبل (1802ـ1829)[1] أنه ليست هناك صيغ عامة من هذا القبيل تستخدم العمليات العادية وعمليات التجذير الموجودة. وهذا يعني أنه ليست هناك إطلاقًا صيغ بسيطة تؤمّن حلولًا لكل من بـ تـ جـ، حـ، خـ في معادلة خماسية. وهذا مثل واضح آخر على حدود الرياضيات.

وبوجه عام، المسألة غير قابلة للحلّ. على ذلك، ثمة حلول لمعادلات خماسية بعينها يسهل العثور عليها. ومثل هذا أن للمعادلة

سـ^{5} – 1 = 0

حلا في سـ = 1.

هذا هو لبّ عمل غالويس. لقد استطاع أن يستخدم معاملات معادلة خماسية في تحديد إذا كانت المعادلة قابلة لأن تحل باستخدام العمليات العادية. ولكي يحقق هذا الهدف طرح فكرة المجموعة. المجموعة بنية رياضية تنمذِج فكرة التماثل. وقد بيّن غالويس كيفية ربط مجموعة بكل معادلة. وبهذه التماثليات استطاع أن يحدد ما إذا كانت المعادلة الخماسية المعطاة قابلة لأن تحل باستخدام العمليات العادية.وما إن فُهمت أعماله

(1) لاحظ أن أبل مات هو الآخر صغيرًا. وقد عاش بدوره حياة تراجيدية، ومات في فقر مدقع.

في حلّ الخماسيات حتى استخدم في حقول أخرى في الرياضيات والعلم.

تتضمن فكرة وصف التماثليات ثورة رئيسة في الرياضيات الحديثة، والكيمياء، والفيزياء. يدرس كثير من الرياضيات والعلوم صوزا مختلفة من التماثلية، ويدرس من ثمّ أنواعًا مختلفة من المجموعات. من هذا المنظور نستطيع أن نفهم في النهاية جملة ويل حول أهمية رسالة غالويس: تستخدم الرياضيات والعلوم الحديثة بشكل مكثف مفاهيم طرحها غالويس.

سوف نكون بطريقة ما معتوهين لو حاولنا الدخول في تفاصيل الطريقة التي تعمل بها نظرية غالويس بالفعل. حسبنا أن نقول إن تماثليات النسق الرياضي أو الفيزيائي توصف. وحين توصف يتأكد البحاث من أن التماثليات يحافظ عليها في العمليات أو القوانين الفيزيقية المختلفة. ولنا أن نعتبر حقيقة أنه ليس بمقدور النسق اختراق تماثلياته قيدًا على النسق.

في الوسع إثبات مسائل التشكيلات الكلاسية غير القابلة للحلّ باستخدام مستقيمة وفرجار، التي قابلنا في الجزء الأخير، من خلال نظرية غالويس. وثمة مسألة أخرى لم نناقشها تتساءل عما إذا كان بالإمكان تشكيل مضلع متساوي الأضلاع؛ **المضلع المنتظم**. يمكن تشكيل مثلث متساوي الأضلاع ومربع متساوي الأضلاع، ولكن ماذا عن المضلع خماسي الأضلاع؟ وماذا عن المضلع المنتظم ذي أي عدد اعتباطي ن من الأضلاع؟ إن نظرية غالويس تخبرنا أي مضلع منتظم ذي عدد ن من الأضلاع يمكن تشكيله باستخدام مستقيمة وفرجار. وهكذا إذا كانت

ن = 3، 4، 5، 6، 8، 10، 12، 15، 16، 17، 20، 24، ...، 257، ...، أو 65537، ...

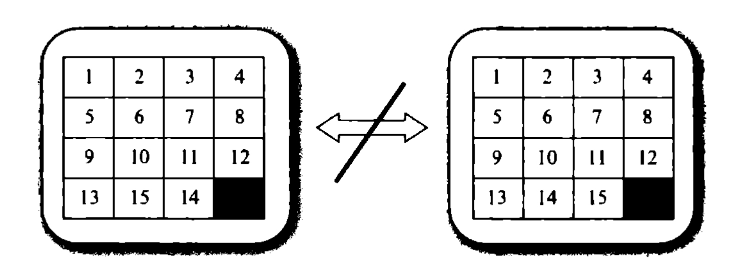
فإنه يمكن تشكيل مضلع منتظم ذي العدد ن من الأضلاع. في المقابل، إذا كانت

ن = 7، 9، 11، 13، 14، 18، 19، 21، 22، 23، أو 25، ...

فإنه لا يمكن تشكيل مضلع منتظم ذي العدد ن من الأضلاع.

ومن المواضع المسلّية التي نرى فيها القيود التي تصفها نظرية غالويس أحجية الأطفال الكلاسية المؤلفة من 15 قطعة. تتألف هذه الأحجية المعروفة من 15 قطعة موضوعة على متصالبة مؤلفة من أربعة مربعات في

أربعة مربعات. يُسمح بتحريك قطعة في كل مرة. والهدف هو وضع القطع في شكل مرتب، كما هو مبيّن في الشكل 9.6. غير أن هناك تشكيلات بدئية يستحيل أن تفضي إلى تشكيلة مرتبة. حين نجري تبادلًا على موضعي 14 و15 لا سبيل للوصول إلى تشكيلة مرتبة. ولا سبيل أيضًا للرجوع من التشكيلة المرتبة إلى التشكيلة الأصلية.



الشكل 9.6: مداولة مستحيلة

الواقع أن هناك خمس عشرة تشكيلة مضروبة المعامل (15!) ممكنة. نِصفُها بالضبط يوصف بأنه «تباديل زوجية» فيما يوصف النصف الآخر بأنه «تباديل فردية». والنقلات العادية للقطع تماثلية بعينها تأخذ تباديل زوجية إلى تباديل زوجية، وتأخذ تباديل فردية إلى تباديل فردية. هذه هي تماثليات النسق. حقيقة أن إحدى تشكيلتي الشكل 9.5 تبديل زوجي والأخرى فردية تضمن أنه ليس هناك عدد من النقلات المشروعة سوف يأخذنا من إحدى التشكيلتين إلى الأخرى.

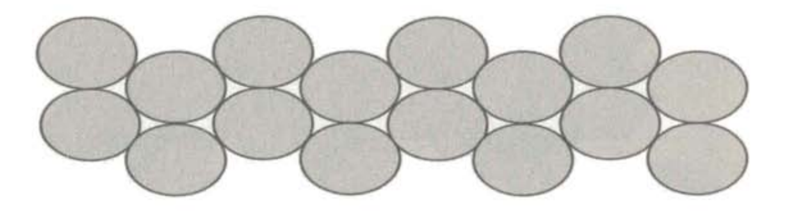
وهناك موضع مسلٍّ آخر لملاحظة استحالة تتعلق بنظرية غالويس يتمثل في مكعب روبك. خذ مكعب روبك مركبًا، واثنِ (بطريقة غير طبيعية) أحد الأركان. أجرِ المزيد من الثنيات ودع صديق مسكين لا شكوك لديه (ولم يقرأ هذا الكتاب) يحاول حلّ الأحجية. لن يستطيع. ثنية واحدة تجعل الحلّ مستحيلًا، بصرف النظر عن عدد النقلات التي تجرى.

باختصار، تُبيّن نظرية غالويس في المعادلات القيود المتأصلة المفروضة على عمليات الضرب والقسمة والأسية، والتجذير المعتادة في حلّ المعادلات. وكان علماء الرياضيات قد حاولوا عبر السنين تطوير أساليب أخرى تستخدم حساب التفاضل والتكامل ومناهج لا نهائية في حلّ بعض هذه المسائل.

ولهذا، فإن نظرية غالويس تثبت أن بعض المسائل لا تحل باستخدام أساليب بعينها. وعلى نحو مماثل، يمكن تشكيل مضلع منتظم ذي ن من الأضلاع في حال السماح بقياس أحجام بعينها باستخدام مستقيمة. ويمكن حلّ أحجية الـ 15 قطعة بتحريك القطع من الأحجية ووضعها ثانية بشكل صحيح. ويمكن حلّ مكعب روبك دائمًا بالغش – أي بتفكيكه وإرجاعه إلى شكله السابق المنظم. كل هذه حيل بسيطة للالتفاف على القيود الرياضية التي تصفها نظرية غالويس.

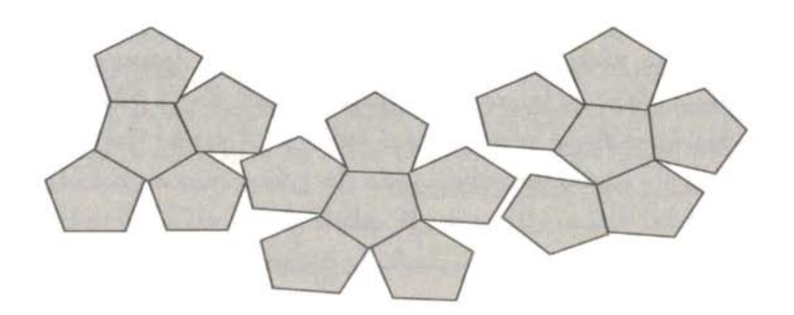
9.3 أصعب من التوقف

تخيل أنك عثرت على وظيفة مقاول بناء تساعد الزبائن على تصميم مطابخهم التي يحلمون بها. كل شيء يسير على ما يرام إلى أن تأتي إليك زوجة مليونير ترغب في تغيير أرضية مطبخها. إنها لا تريد نمط المربعات المعتاد بل تريد شيئًا مختلفًا تمامًا. إنها لا ترغب إلا في استخدام دوائر. تبيّن لها أن الدوائر ليست مناسبة لأنها تترك فجوات لا سبيل لملئها (كما في الشكل 9.7).



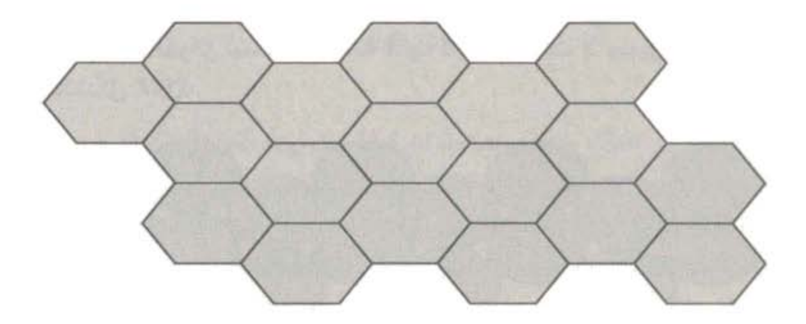
الشكل 9.7: الدوائر لا تناسب التبليط.

ماذا عن الخماسيات (الشكل 9.8)؟



الشكل 9.8: الخماسيات لا تناسب التبليط

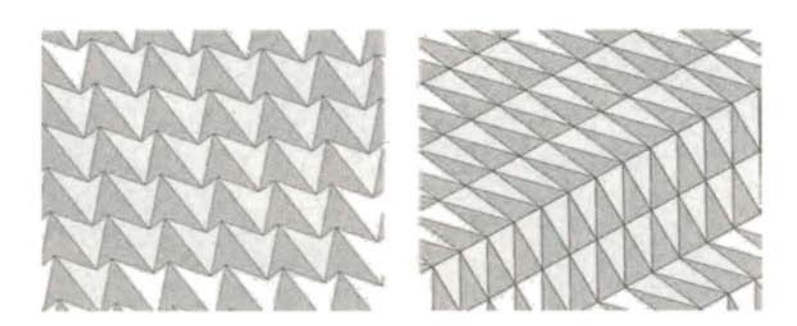
لن تنجح الخماسيات هي الأخرى، ولكن حاول أن تجرب السداسيات (الشكل 9.9).



الشكل 9.9: السداسيات مناسبة للتبليط.

ليست هناك أمكنة خالية. يمكن إذن استخدام السداسيات في تبليط حجرة. بعض الأشكال مناسبة، وبعضها الآخر غير مناسب. في الشكل 9.10 تبليطان آخران يستخدمان شكلًا مفردًا[1].

(1) أشكر تشيم غودمان-ستراوس على الأشكال من 9.10 إلى 9.16.

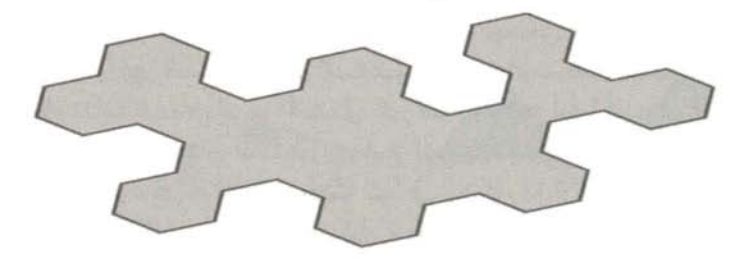


الشكل **9.10**: تبليطان آخران يستخدمان شكلًا موحّدًا

الشكل **9.10**: تبليطان آخران يستخدمان شكلًا موحّدًا

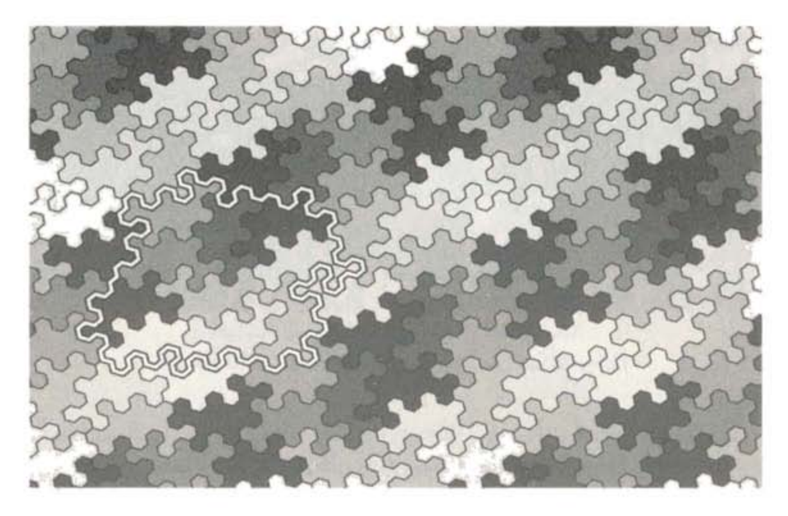
ويتبين أن هناك الكثير من الأشكال المختلفة الأخرى التي يمكن استخدامها في التبليط دون ترك أي فجوات. وقد قام الفنان الهولندي الشهير م.سي. إتشر (1898_1972) بتخريط رائع لأشكال مختلفة تتناسب مع بعضها البعض بشكل مثالي للتبليط دون فجوات.

اعتبر الشكل الغريب المبين في الشكل 9.11 الذي يسمى شكل مايرز.



الشكل **9.11**: شكل مايرز

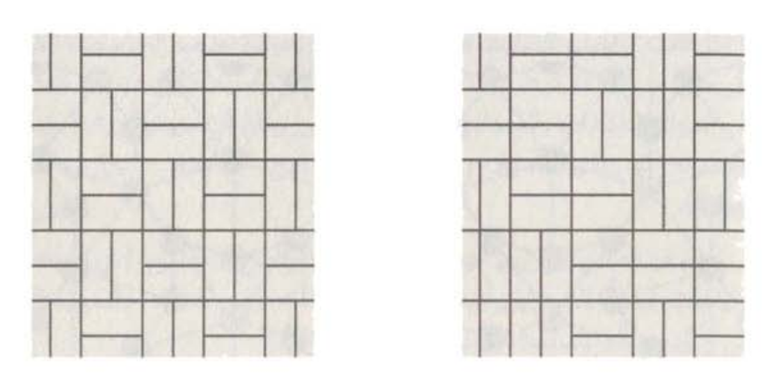
قد تحسب أنه لا سبيل لمثل هذه البلاطة الغريبة أن تغطي أرضية دون ترك فجوات. غير أنها مشروعة تمامًا. الشكل 9.12 يبيّن أنه يمكنها القيام بذلك.



الشكل 9.12: تبليط باستخدام شكل مايرز

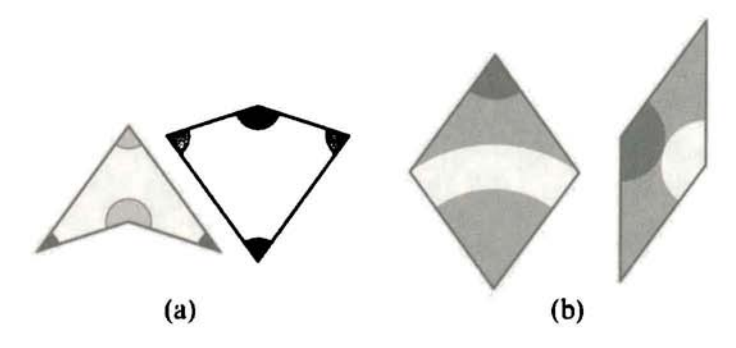
معظم الأشكال التي رأينا تبلّط بأنماط تكرر نفسها. يسمى مثل هذا التبليط بالتبليط الدوري. ضمن التبليط الدوري تتكرر الأنماط نفسها عدة مرات. غير أن هناك أشكالًا بعينها لا يتضمن تبليطها نمطًا مكررًا. يسهل تمامًا التبليط الدوري باستخدام هذا الشكل. ويسمى مثل هذا النوع من التبليط بـ غير الدوري. اعتبر المستطيل 2-في-1 البسيط. التبليط الدوري سهل تمامًا باستخدام هذا الشكل. غير أننا نستطيع أيضًا أن نقوم بتبليط غير دوري باستخدام المستطيل. وضع المستطيلات معًا بشكل مربعات، يمكن أن توضع إما أفقيًا أو رأسيًا كما في الشكل 9.13. ولأنه يمكن جعل أي نمط شبيهًا بهذا، يسهل تشكيل أنماط غير دورية[1].

(1) أنا مدين لتشيم غودمان-ستراوس على هذا المثل البارع.



الشكل **9.13**: أمثلة على التبليط غير الدوري

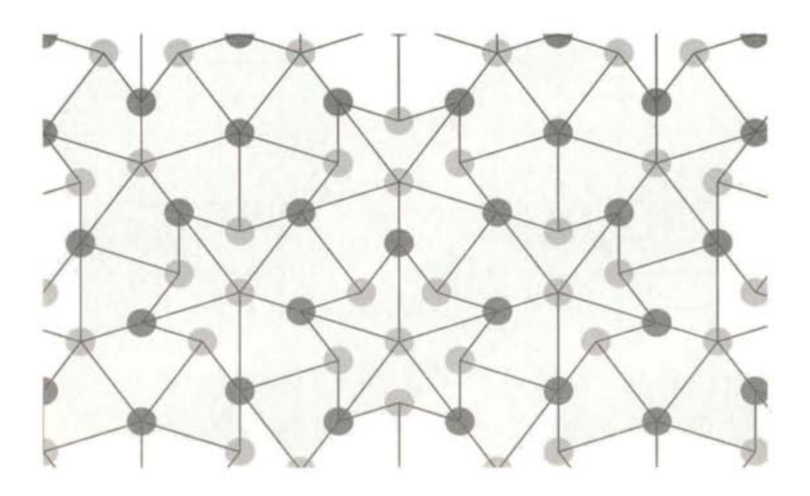
ويمكننا أن نذهب بالأنماط غير الدورية أبعد من هذا. ثمة فئات بعينها من الأشكال حين تبلّط بها لا تكون دورية إطلاقًا. بتعبير آخر، الأنماط الوحيدة التي يمكن تشكيلها باستخدام هذه الأشكال أنماط غير دورية. تسمى مثل هذه الأشكال بـ البلاطات غير الدورية. وكان روجر بنروس قد اكتشف فئتين من مثل هذه الفئات. أحد الشكلين «طائرات ورقية» و«سهام» والآخر معيّنات هندسية (انظر الشكل 9.14).



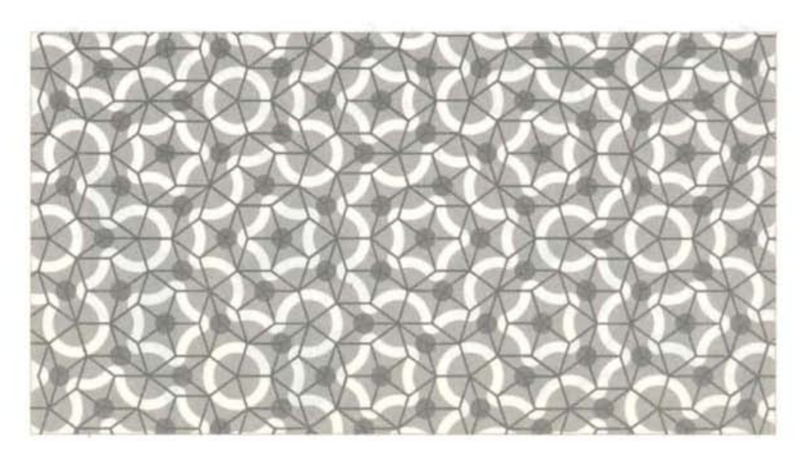
الشكل **9.14**: بلاطات بنروس: (a) طائرات ورقية ونبال و(b) معيّنات هندسية

لهذه الأشكال ألوان مختلفة. وحين تجرى مزاوجة بين الأشكال بحيث تتزاوج الألوان، لن تكون النماذج المشكّلة دورية. الشكلان 9.15 و9.16

مثلان على مثل هذا التبليط غير الدوري.



الشكل 9.15: تبليط غير دوري بالطائرات الورقية والنبال

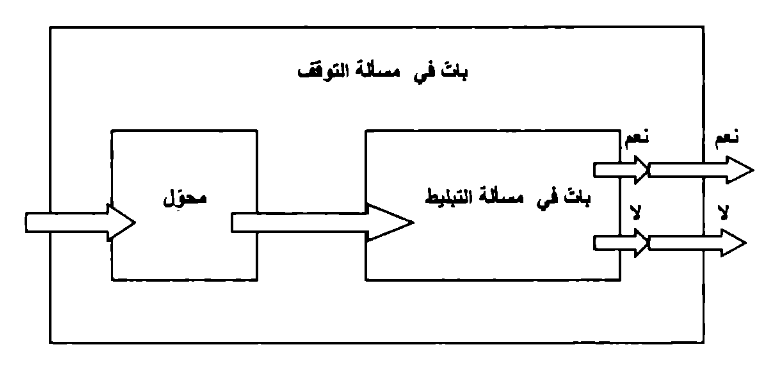


الشكل 9.16: تبيلط غير دوري بالمعيّنات الهندسية

دعونا نعد إلى وظيفتك في مساعدة الناس على تبليط مطابخهم. سوف يكون رائعًا لو كانت هناك طريقة لإدخال فئات مختلفة من الأشكال في حاسوب يستطيع تحديد ما إذا كانت هذه الأشكال قادرة على تبليط أرضية

كبيرة (لا تنشغل بالنهايات) دون فجوات. نسمي مهمة قبول أشكال وتحديد ما إذا كانت تناسب التبليط مسألة التبليط. سوف يجيب الحاسوب القادر على حلّ مسألة التبليط بـ «لا» على الدوائر والخماسيات، ويجيب بـ «نعم» على الدوائر والمثلثات والسداسيات وشكل مايرز وطائرات برونز الورقية ونباله ومعيّناته الهندسية. سوف يعينك هذا البرنامج الحاسوبي كثيرًا في تأدية مهمتك.

المؤسف أنه لن يكون هناك أبدًا مثل هذا البرنامج الحاسوبي! في منتصف ستينيات القرن العشرين أثبت روبرت برغر أنه ليس هناك حاسوب قادر على حلّ مسألة التبليط.



الشكل 9.17: ردّ مسألة التوقف إلى مسألة أخرى.

وقد أثبت هذا بتبيان أن هذه المسألة أصعب من مسألة التوقف، التي ناقشنا في الفصل 6. تذكّر أن مسألة التوقف تتساءل عما إذا كان برنامج حاسوبي ما سوف يتوقف في النهاية أو يستمر الدوران في حلقات لامتناهية. وكما رأينا، يستحيل على أي حاسوب أن يحل مسألة التوقف. ولأن مسألة التبليط أصعب منها، يستحيل على أي حاسوب حلها.

تفصيلًا، يمكن تحويل أي عملية حوسبية إلى فئة أشكال مثل تلك الأشكال التي يمكن أن تبلّط أي مستوى إذا، وفقط إذا، كانت العملية الحوسبية لا تتوقف أبدًا. أي أن حقيقة أن الأشكال تبلّط الحجرة تتكافأ مع استمرار العملية الحوسبية في حلقات لامتناهية. (وقد رأينا مثل هذا التحويل في الجزء 6.3). ولنا أن نتصور هذا التحويل، أو الرد، لمسألة أخرى كما هو مبين في الشكل 9.17.

في هذا الشكل، يدخل برنامج على اليسار ثم يحوَّل إلى فئة من الأشكال. افترض (خطأ) أن هناك حاسوبًا قادرًا على تحديد ما إذا كانت فئة من الأشكال تناسب التبليط دون فجوات. سوف تكون لدينا آنذاك طريقة لتحديد ما إذا كان أي برنامج سوف يستمر في حلقات لامتناهية أو يتوقف. ولأننا نعرف أصلًا أنه لا سبيل ممكنة لحل مسألة التوقف، نعرف أنه لا سبيل للبت في مسألة التبليط.

توصف مسائل القرارات التي تكون على شاكلة مسألة التبليط، والتي يستحيل على الحاسوب حلها، بأنها مسائل غير قابلة للبتّ. وعلى الرغم من أن هذه المسائل محددة بشكل واضح ولديها أجوبة موضوعية، ليس في وسع أي حاسوب أن يحلها.

من المفيد أن نذكر أننا أثبتنا أن مسألة التبليط غير قابلة للبتّ بالتعويل على حقيقة أن مسألة التوقف غير قابلة للبتّ. وكنا أثبتنا في الجزء 6.2 أن مسألة التوقف قابلة للبتّ ← تناقض.

ويثبت الشكل 9.17 أن

مسألة التبليط قابلة للبتّ ← مسألة التوقف قابلة للبتّ.

وبالجمع بين هذين الاستلزامين نستنتج

مسألة التبليط قابلة للبتّ ← تناقض

ومن ثم فإن مسألة التبليط غير قابلة للبتّ.

حسم مسألة ما إذا كانت فئة بعينها من الأشكال قادرة على تبليط أرضية مجرد مسألة من مسائل كثيرة أصعب من مسألة التوقف وغير قابلة من ثم للبتّ. ثمة عدد هائل من مثل هذه المسائل، وسوف أفحص مثلين عليها.

رأينا في الجزء الأخير أن رفيني وآبل قد أثبتا أنه ليس هناك منهج عام لحل المعادلة متعددة الحدود ذات متغير واحد بالأس الخامس أو أعلى. التالي مسألة متعلقة: نسبة إلى معادلة متعددة الحدود ذات معاملات رقمية، وأي عدد من المتغيرات، حدد ما إذا كان هناك حلّ رقمي للمعادلة. تسمى المعادلات التي لا تسمح إلا بالحلول الرقمية بـ **المعادلات الدايوفونتيسية** [نسبة إلى دايوفنتوس]. أيضًا فإننا لا نبحث عن حلّ المعادلة بل عن خوارزمية تحدد ما إذا كان هناك حلّ رقمي. وتحدي

العثور على مثل هذا الإجراء من أصعب المسائل التي عرضها ديفيد هلبرت على العالم الرياضي في بداية القرن العشرين، وأصبحت تعرف بـ **مسألة هلبرت العاشرة**.

بعض الأمثلة: للمعادلة

$\text{س}^{2} + \text{ص}^{3} = 134$

الحل: س = 3، وص = 5. في المقابل، يسهل إثبات أن المعادلة

$\text{س}^{2} - 2 = 0$

لا حلّ رقميًا لها. ولكن ماذا عن المعادلة المركبة التي تكون على شاكلة

$\text{س}^{4}\,\text{ص}^{3}\,\text{ع}^{7} - 23\,\text{س}^{5}\,\text{ص}^{32} = 45\,\text{س}^{2} = 231$؟

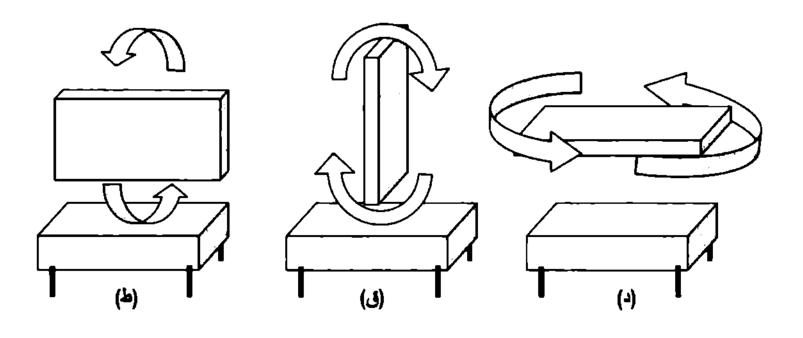
هل لديها حلّ؟ ببساطة، أنا لا أعرف. ومن الرائع أن يكون هناك برنامج حاسوبي يحل مسألة هلبرت العاشرة. سوف يقبل مثل هذا البرنامج معادلة دايفونتيسية في شكل مدخل، ويكشف عما إذا كانت هناك أي حلول رقمية.

وفي عام 1970، استطاع أخيرًا عالم رياضيات روسي عمره 23 عامًا يسمى يوري ماتياسيفك- بالمراكمة على أعمال سابقة لمارتين ديفيز، وهيلري بتنام، وجوليا روبنسون- إثبات أنه ليس هناك برنامج حاسوبي قادر على حلّ هذه المسألة. مسألة وجود حلّ لمعادلة دايفونتيسية إذن غير قابلة للبتّ.

دون دخول في تفاصيل الإثبات، دعونا نحاول تأمين إحساس بها. لقد أثبت علماء الرياضيات أساسًا أنه نسبة إلى برنامج حاسوبي معطى، يمكن تشكيل معادلة دايفونتيسية بحيث إن الحاسوب سوف يتوقف إذا، وفقط إذا، كانت للمعادلة حلول رقمية. حسب الشكل 9.17، سوف يكون الباتّ الداخلي باتّ معادلة دايفونتيسية. لو كانت هناك طريقة آلية للبتّ في مسألة وجود حلّ للمعادلة الدايفونتيسية، لكانت هناك طريقة آلية للبتّ في مسألة التوقف. بتعبيرٍ آخر، مسألة هلبرت العاشرة أصعب من مسألة التوقف. وللأسف، ليس هناك منهج متوفر لحل مسألة التوقف، ومن ثم ليس هناك منهج متوفر لحل مسألة هلبرت العاشرة.

وهناك مسألة أساسية أخرى ثبت أنها غير قابلة للبتّ تسمى مسألة

الكلمات بالنسبة لمجموعات. المجموعات بنى منطقية كان غالويس أول من صاغها، وكنا ناقشناها في الجزء الأخير. تعبر هذه البنى عن تماثليات، وهي موجود في كل مكان ... بما في ذلك غرفة نومك. ولكي تستشعر فكرة المجموعة، دعونا ندخل لدقائق في حجرة النوم، ونتفكر في فراش. تتطلب العناية الحريصة بالفراش تغيير موضعته كل بضعة أشهر. وتوجد في الواقع ثلاث طرق لتغيير موضعة الفراش، كما هو موضح في الشكل 9.18. يمكن تدوير الفراش حول حافته الطويلة (ط)، أو حول حافته القصيرة (ق)، أو تدويره حول نفسه (د).



الشكل 9.18: ثلاث طرق لإعادة موضعة فراش

من شأن هذه الأفعال الثلاثة أن تعيد الفراش إلى موضعه العادي، وهي تعبر عن تماثلية الفراش. تظل هناك سبل أخرى لإعادة الموضعة يمكن إجراؤها على الفراش. إذا كانت ق تشير إلى تدوير الفراش حول حافته القصيرة حسب دوران عقارب الساعة، فدع ق، تشر إلى تدويره حول حافته القصيرة عكس دوران عقارب الساعة. وعلى نحو مشابه سوف تكون هناك إعادات موضعة ط، ود،. وبالنسبة لإعادات الموضعة المختلفة هذه، نستطيع أن نجمع بينها؛ أولًا عبر ممارسة الفعل تلو الآخر. مثل هذا، ابدأ بتدوير الفراش حول الحافة الطويلة (ط)، ثم قم بفعل التدوير (د،). وسوف نسمي الفعل المركب بـ ط د،.

لنعتبر بعض إعادات الموضعة. يتبين أن ط ط تعني تدوير الفراش مرتين حول حافته الطويلة. ومن شأن هذا أن يعيد الفراش إلى موضعه الأصلي. وعلى نحو مماثل، سوف تدير د، د الفراش عكس دوران عقارب الساعة

وحسب دوران عكس الساعة بما يعيده إلى موضعه الأصلي. وأقل بيانًا بعض الشيء أن ط د ق سوف تعيد هي الأخرى الفراش إلى موضعه الأصلي. (لا تتعب نفسك بفراش ثقيل لمجرد اكتشاف حقائق رياضية. يمكن إثبات الحقائق باستخدام كتاب خفيف.) أما ط د ط فلن تعيد الفراش إلى موضعه الأصلي. بعد دقائق قليلة سوف تستطيع أن ترى أن

ق د، د د د ط ط ط ط، ق د ط ط ط ط

تعيد أيضًا الفراش إلى موضعه الأصلي. ولكن ماذا عن

د، ق ط د، ط، ق ط، د ط ق، ط، ق، ط، ق د ط ق، ط، د، ط د؟

بوقت وصبر كافيين تستطيع أن تجلس وتحدد ما إذا كان الفراش سوف يعاد إلى موضعه الأصلي. مثل هذه المسألة، حين تعطى سلسلة من العمليات أو كلمة في المجموعة، ويطلب منك أن تحدد ما إذا كان القيام بهذه العمليات سوف يعيدك إلى الموضع الأصلي، تسمى مسألة الكلمات بالنسبة للمجموعة. وقد تبين أن مسألة الكلمات بالنسبة لمجموعة إعادات موضعة الفراش الخالية من المشكلات قابلة للبتّ. أي أنه في وسع المرء أن يجلس ويكتب خوارزمية تحدد ما إذا كانت كلمة ما تعود إلى موضعها الأصلي. ولكن هل يصدق هذا على مجموعات أخرى؟

في منتصف خمسينيات القرن العشرين، أثبت عالم الرياضيات الروسي بيوتر نوفيكوف (1901_1975) وعالم الرياضيات الأمريكي وليام دبليو. بون (1920_1983) أن هناك مجموعات بعينها لا توجد بالنسبة لها خوارزميات أو حواسيب تحلّ مسائل كلماتها. بالنسبة لهذه المجموعات، مسألة الكلمات غير قابلة للبت.

وما إن نثبت أن مسائل قليلة غير قابلة للبتّ، حتى يتسنى إثبات أن مسائل كثيرة أخرى غير قابلة للبتّ. ولكي نثبت أن مسألة جديدة غير قابلة للبتّ، يلزمنا إثبات أن هناك مسألة غير قابلة للبتّ يمكن أن تحوَّل إليها. ولنا أن نقول عن المسألة الأصعب من مسألة نعرف أنها أصعب من مسألة التوقف، إنها أصعب من مسألة التوقف. تحديدًا، لأن نظرية المجموعات تشكل لبّ قطاع كبير من الرياضيات والفيزياء الحديثين، يوجد عدد كبير من المسائل غير القابلة للبتّ ضمن هذين المجالين.

ولأن هناك جوانب كثيرة من الفيزياء الحديثة تستخدم نظرية المجموعات بطريقة أساسية، وهناك الكثير من المسائل غير القابلة للبتّ في

نظرية المجموعات، سوف تكون هناك جوانب كثيرة من الفيزياء غير قابلة للبتّ. ثمة مسائل قرارات تتعلق بالعالم المادّي يستحيل على الحاسوب حلها. ومن ضمن جوانب العلم قدرته على التنبؤ أو الكشف عن حقائق بعينها حول الكون المادّي. ومن شأن عدم القابلية للبتّ هذه أن تجعل القابلية للتنبؤ مستحيلة. غير أنه يلزمنا أن نبدي بعض الحذر هنا. في حين أن الكثير من النظريات الفيزيائية يمكن أن يعبَّر عنها بلغة نظرية المجموعات (وبنى منطقية أخرى ذات مسائل غير قابلة للبتّ ترتبط بها)، فإن كون هذه النظريات الفيزيائية غير قابلة للبتّ إنما يتوقف على ما إذا كانت هذه البنى الرياضية هي السبيل الوحيد للتعبير عن هذه النظريات. غير أنه قد تكون هناك سبل أخرى للتعبير عن نظريات فيزيائية بعينها ليست مبتلاة بمثل هذا المسائل غير القابلة للبتّ.

والهندسة من ضمن الأدلة على هذا. يعرف تلميذ المرحلة الابتدائية أنه يحتاج إلى استخدام قدر كبير من الحساب الأساسي كي يحصل على نتائج في الهندسة. وكما سوف نرى في الجزء التالي، هناك قيود مفروضة على الحساب الأساسي. لكن حقيقة وجود قيود على الحساب الأساسي، وحقيقة أن الهندسة يعبَّر عنها باستخدامه، لا تعني أن هناك قيودًا بعينها مفروضة على الهندسة. ثمة سبل للتعبير عن حقائق أساسية في الهندسة لا تستخدم الحساب، ولهذا فإن الهندسة متحررة من هذه القيود[1].

وبطبيعة الحال، قد يُعترض على هذا بقول إن مجرد كون المسألة غير قابلة للبتّ لا يعني أنها تتجاوز القدرات البشرية أو تتخطى حدود العقل. حتى إذا عجز الحاسوب عن حلّ مسألة ما، قد تكون هناك سبل أخرى لحلها. ولعل الكائنات البشرية تستطيع حلّ مسائل يعجز الحاسوب عن حلها. وهذا يعيدنا إلى السؤال عن طبيعة الذهن البشري. أتراه أقوى من الحاسوب؟ هل يمكن للكائن البشري أن يؤدي أفعالًا لا يستطيعها الحاسوب؟ لقد سبق لنا أن ناقشنا هذا السؤال في الجزء 6.5 حين كنا نتفكر في مسألة التوقف. وعلى الرغم من أننا لم نخلص إلى أي نتيجة حاسمة في ذلك الجزء، فإن أي أجوبة يصل إليها المرء بخصوص مسألة التوقف سوف تكون متماهية مع مسألة عدم القابلية للبتّ المناقشة في هذا الجزء.

(1) بتعبيرات فنية، على الرغم من أن الحساب ليس تامًا، أثبت هلبرت أن الهندسة الأساسية تامة.

9.4 المنطق

المنطق لغة العقل. وترجع أصول المنطق إلى اليونان القديمة، حين أدرك الفلاسفة أن صورًا استدلالية بعينها تستخدم تشكيلات مشتركة. ولفهم بنية العقل، درسوا هذه الأنماط المتكررة. وفي القرن التاسع عشر، عني علماء الرياضيات والمنطق ببنى الإثباتات في الرياضيات ودرسوا أنماطها. وقد وضعوا أنساقًا بدهية من أجل وضع الرياضيات على أسس مكينة.

وكان عالم منطق إيطالي اسمه جيوسبي بيانو (1858-1932) استحدث نسقًا بدهيًا بسيطًا لوصف الحساب الأساسي للأعداد الطبيعية. وقد أصبح هذا النسق يعرف باسم حساب بيانو. التالي هي بدهيات هذا النسق:

1. الصفر عدد طبيعي.
2. لكل عدد طبيعي بـ تال يشار إليه بـ بـ + 1.
3. ليس هناك عدد طبيعي تاليه 0.
4. للأعداد الطبيعية المتمايزة توال متمايزة: إذا كانت بـ ^{1} تـ، فإن بـ + 1 ^{1} تـ + 1.
5. إذا اختص العدد 0 بخاصية بعينها، وكان كون أي عدد طبيعي بـ يختص بالخاصية يستلزم أن بـ + 1 يختص بها هو الآخر، فإن كل الأعداد الطبيعية تختص بالخاصية(1).

وقد أثبت هلبرت وآخرون أن هذه البدهيات القليلة تصف معظم خصائص الأعداد الطبيعية.

بعد ذلك ذهب علماء المنطق أبعد من ذلك باستخدام رموز تحدد خصائص هذه الأنساق المنطقية. ومثل هذا أنه يمكن ترميز البدهية 2 على النحو التالي

∀بـ ∃ تـ تـ = بـ + 1

ويمكن ترميز البدهية 4 على النحو التالي

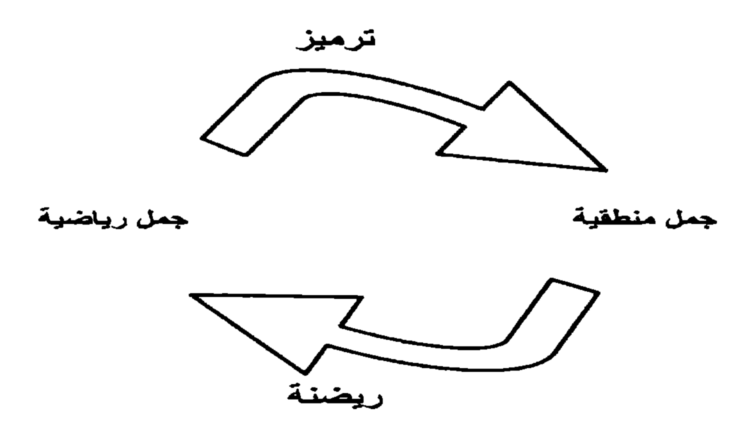
∀بـ ∀ تـ (بـ ≠ تـ) ← (بـ + 1 ≠ تـ + 1).

وباستخدام مثل هذه الرموز، يمكن تحويل كل جملة وكل إثبات في

(1) هذا أساسًا استقراء، ألمحنا إليه في الفصل 3 حين تحدثنا عن الكثبان.

الحساب الأساسي إلى سلسلة من الرموز. ويسمى تحويل الرياضيات هذا إلى جمل رمزية ترميزًا.

ومعجبًا بقوة الإحالة الذاتية، أثبت كرت غودل أن في الرياضيات أيضًا إحالة ذاتية. بتحويل اللغة الرمزية إلى لغة رياضية، تسنى له إكمال الحلقة والحصول على جمل رياضية تتحدث عن نفسها (انظر الشكل 9.19). يعطي منهج غودل رقمًا لكل رمز منطقي، وكل جملة، وكل إثبات. ولأن الجمل الرياضية التي تتحدث عن أرقام لها أرقام أيضًا، فإن لدينا رياضيات تتناول رياضيات، أو أرقام تتحدث عن أرقام. وقد لخّص عالم المنطق إميل بوست (1897_1954) هذا بأسلوب جميل بقوله «إن لنا أن نصف المنطق الرمزي بأنه رياضيات أصبحت مدركة لذاتها»[1].



الشكل 9.19: جعل الرياضيات تحيل على ذاتها

وعملية تحويل الرموز والجمل والإثباتات المنطقية هذه إلى أرقام تسمى حسبنة. وفي حين أنه لا يهمنا أن نعرف الأرقام التي حددها غودل للبنى المنطقية، نستطيع أن نوجز بعض أفكاره. لأن هناك عددًا لامتناهيًا من الرموز، نستطيع أن نعطي لكل رمز رقمًا: بالنسبة لكل رمز س، نستطيع أن نحدد الرقم «ســ». مثل هذا «←» = 1، «∃» = 2، «∀» = 3، إلخ. وما إن يحصل كل رمز على رقم، حتى يمكن تحديد رقم متفرد لكل جملة - والجملة سلسلة من الرموز - وذلك بأن نجعل كل رمز أس عدد أولي

(1) Post 1941, in Davis 2004, 343n12.

وضربه. مثل هذا،

«ب $ ت ت = ب + 1

سوف يحدد لها الرقم

2" 3∀"ب" 5"∃" 7"ت" 11"ز" 13"=" 17"ب" 19"+" 21"1"

حيث الأرقام المقامية أرقام أولية مرتبة. وهذا الرقم متفرد بمعنى أن الصيغ المتمايزة تحصل على أرقام متمايزة. ونستطيع حسبنة أو فك شفرة الرموز حتى مستوى الإثبات. ولأن الإثبات المنطقي يتألف من سلسلة من الجمل، نستطيع أن نحدد رقمًا متفردًا لكل إثبات. فضلًا عن ذلك، فإن فك الشفرات «آلي»، بمعنى أننا نستطيع بالنسبة لكل رمز، أو جملة، أو إثبات، أن نعثر بسهولة على الرقم الذي يناظرها. وعلى نحو مشابه، بالنسبة إلى أي رقم، نستطيع أن نعثر بطريقة آلية على الرمز أو الجملة أو الإثبات المنطقي الذي يناظره[1].

سوف تكون الأرقام الناتجة حتى بالنسبة لأصغر إثبات كبيرة بشكل هائل. وبالنسبة للجمل أو الإثباتات الأكبر، سرعان ما تصبح هذه الأرقام أكبر من عدد جزيئات الكون. غير أن هذا ليس مدعاة لانشغالنا، لأن لدينا ما يكفي من الأعداد الطبيعية. ثم إن هدفنا ليس حساب هذه الأرقام بالفعل. مؤدى الفكرة البسيطة هو أنه في الوسع أن نعطي كل إثبات رقمًا، وهذا ما يجعل الإحالة الذاتية ممكنة. تحديد الرقم الناتج ليس أمرًا مهما.

إننا نتعامل مع حساب أساسي وبودنا وصف فئات بعينها من الأرقام بطريقة رمزية. والمحمولات تشبه الدوال التي تقبل أرقامًا في شكل مدخلات والمخرجات هي «صادق» أو «كاذب» وفقًا على ما إذا كانت الأعداد تستوفي هذه الخاصية. مثل هذا، يمكن أن تكتب الخاصية التي تحدد ما إذا كان العدد زوجيًا على النحو التالي

زوجي (سـ) ≡ (∃ ص) (2 صـ = س)

يصدق هذا المحمول على س إذا كان هناك عدد طبيعي ص بحيث إن 2 مضروبة في صـ تساوي سـ. وهناك محمولات ذات متغيرين. المحمول

(1) هذا شبيه تمامًا لما قمنا به الفصل 6. هناك حددنا رقمًا متفردًا لكل برنامج. وهنا نحدد رقمًا متفردًا لكل إثبات. الغاية مشابهة أيضًا: الإحالة الذاتية. في حالة البرامج، نرغب في أن تكون هناك أرقام للبرامج التي تتعامل مع أرقام، بحيث يمكن للبرامج أن تتعامل مع برامج. وهنا نرغب في أن تكون هناك أرقام للجمل الرياضية التي تتعامل مع أرقام، بحيث يمكن للجمل الرياضية أن تتعامل مع جمل رياضية.

الذي يحدد ما إذا كانت سـ تقسم صـ إلى جزئين متساويين يكتب على النحو التالي

تقسم (سـ، صـ) ≡ (∃ عـ) (سـ عـ = صـ).

أي أن سـ تقسم صـ بالتساوي إذا كانت هناك عـ بحيث إن سـ مضروبة في عـ تساوي صـ. ويمكن استخدام محمولات في صياغة محمولات أخرى. مثل هذا، المحمول الذي يحدد ما إذا كان عددًا ما أوليًا هي

أولي (سـ) ≡ سـ > 1 ∧ (∀ صـ) يقسم (سـ، صـ) ← (صـ = 1 ∨ صـ = سـ).

وهذا يعني، بلغة طبيعية، إن سـ عدد أولي إذا كان سـ أكبر من 1، وكل عدد يقسم سـ إما 1 أو سـ نفسها.

المكوّن الأخير الذي نحتاج كي نحصل على إحالة ذاتية هو ما يسمى آلة النقطة المحددة. هذه وسيلة في تحويل أي محمول إلى جملة إحالة ذاتية. بالنسبة إلى أي محمول ف(سـ) يتوقف على رقم واحد، هناك جملة منطقية ج تتكافأ مع ف(«ج»). رمزيًا

ج ≡ ف(«ج»).

ولفظيًا، ج جملة تقول

«تختص هذه الجملة المنطقية بالخاصية ف(سـ)».

أو

«لدي الخاصية ف(سـ)».

وتسمى ج «نقطة محدّدة» لأن ف(سـ) دالة، وعادة ما يكون مخرج الدالة مختلفًا عن المدخل. هنا المدخل هو «ج»، والمخرج يتكافأ مع المدخل. إنها «محدّدة» [أو «مثبّتة»]. وهذا يعني أن الجملة سوف تتحدث عن نفسها. لا حاجة لأن نبيّن على وجه الضبط الكيفية التي تعمل بها آلة النقطة المحدَّدة والكيفية التي تشكّل بها ج بالفعل، وحسبنا أن نقول إن آلة النقطة المحدَّدة تعمل إلى حد كبير بشكل مشابه لإثباتات القطرنة التي قمنا بها في الفصلين 4 و6. كل هذه سبل في وصف الإحالة الذاتية.

دعونا الآن نستخدم آلة النقطة المحدَّدة في صياغة جمل منطقية مهمة.

مبرهنة تارسكي

إذا كان هدفنا هو الحصول على صيغة مناظرة لمفارقة الكاذب باستخدام الرياضيات والمنطق، فدعونا نفترض أن هناك محمولًا صدق (س) يعبّر عن

صدق (س) ≡ س هو الرقم الغودلي لجملة صادقة في حساب بيانو.

استخدم هذا المحمول المفترض وصغ:

ف (س) ≡ ~ صدق (س).

بتعبير آخر، تصدق ف (س) حين تكون س رقم جملة ليست صادقة. ضع هذه الـ ف (س) في آلة النقطة المحدَّدة واحصل على جملة منطقية ت بحيث إن ت ≡ ف(«ت») = ~ صدق («ت»).

تقول ت إن ت ليست صادقة. بكلمات أخرى، صغنا الجملة المنطقية التي تقول

«هذه الجملة المنطقية ليست صادقة».

أو

«أنا كاذبة».

تسمى مثل هذا الجملة بـ الجملة التارسكية. دعونا نحلل هذه الجملة المنطقية. إذا كانت هذه الجملة صادقة، فهي كاذبة، لأنها تقر إنها كاذبة. من الجهة الأخرى، إذا كانت الجملة كاذبة، فهي صادقة، لأنها تقر إنها كاذبة. لدينا تناقض حقيقي. ومثل هذه التناقضات ليست جائزة في عالم الرياضيات والمنطق الدقيق! أي يكمن الخطأ؟ الجزء الوحيد المزعج هنا افتراض أن المحمول المنطقي صدق (س) موجود.

وجود صدق (س) ← تناقض.

ولأننا لا نسمح بالتناقضات، فإنه يستحيل أن يكون وجود صدق (س) صحيحًا. أي أننا أثبتنا لتونا قيدًا على الحساب الأساسي: إنه لا يستطيع أن يحدد متى تصدق أو تكذب جمله. بالنسبة للجمل المنطقية الخالصة التي تخلو من الحساب، نحدد صدق الجملة وكذبها باستخدام جدول الصدق. غير أننا لا نتعامل هنا مع منطق صرف، بل مع رياضيات ومنطق. وفي هذه الحالة ليس بالإمكان استخدام جدول صدق. لقد سلمتنا الإحالة الذاتية قيدًا.

وتناظر الجملة التارسكية مفارقة الكاذب الشهيرة. وفي حين أن مفارقة الكاذب تستخدم لغة طبيعية، فإن هذه تستخدم جملًا منطقية. قد نتردد بخصوص معنى جمل اللغة الطبيعية، ونقول إن مفارقة الكاذب مثل الكثير من جمل اللغة الطبيعية الأخرى خالية من المعنى و/أو متناقضة. ولكن يلزمنا أن نبدي قدرًا أكبر من الحرص في حالة المنطق.

مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام

نناقش الآن إحدى المبرهنات التي حظيت بالقدر الأكبر من الاحتفاء في رياضيات القرن العشرين. إنها تعبّر عن قيد صادم على الرياضيات والمنطق.

بدلًا من معاينة الصدق، على طريقة مبرهنة تارسكي، دعونا نعاين القابلية للإثبات. دع إثبات (سـ صـ) تكن محمولًا يصدق في كل مرة

«صـ هي الرقم الغودلي لإثبات جملة رقمها الغودلي هو سـ».

ولأن لغتنا دقيقة وفكنا للشفرات آلي، فإن هذا المحمول موجود بالفعل. وخلافًا لمحمول **الصدق**، الذي لا وجود له، نستطيع بالفعل أن نجلس ونصف محمول **الإثبات**. بتعبير أعمّ، يلزم أن ينظر المحمول في الرقم صـ كي يحدد أنه رقم إثبات. وبعد ذلك يلزمه التحقق من أن الإثبات يبرهن بالفعل على الجملة التي تحمل الرقم سـ. سوف يكون من المؤلم كثيرًا أن نعاين الخطوات، لكن الكثير من كتب المنطق التدريسية تقوم بذلك. يكفي أن نقول إن محمول **الإثبات**، خلافًا لمحمول **الصدق**، موجود بالفعل.

وباستخدام محمول **الإثبات** نستطيع أن نشكل المحمول

ف (سـ) ≡ ~ إثبات (صـ سـ).

تعني ف (سـ) أن كل رقم مفرد ليس إثباتًا للجملة سـ. بتعبير آخر، ف (سـ) صادقة إذا، وفقط إذا، لم يكن هناك إثبات للجمل المنطقية ذات الرقم الغودلي سـ. النقطة المحدّدة لهذه الـ ف (سـ) جملة غ حيث

غ ≡ ف («غ»)= ~ إثبات («ت»).

تقول غ إن كل رقم مفرد صـ ليس إثباتًا لـ غ. بلغة طبيعية، تقول غ

«هذه الجملة المنطقية غير قابلة للإثبات»

أو

«أنا لست قابلة للإثبات».

تسمى مثل هذه الجملة جملة غودلية. دعونا نحللها. لو كانت غ قابلة للإثبات، فلأن الجملة تقول إنها ليست قابلة للإثبات، فقد أثبتنا جملة كاذبة. وليس في وسع نسق منطقي جيد على شاكلة حساب بيانو أن يثبت جملًا كاذبة. دعونا نفترض إذن أن الجملة الغودلية ليست قابلة للإثبات. وهذا بالضبط ما تقوله الجملة، ومن ثم فإنه يجعلها صادقة. ولهذا فإن الجملة صادقة لكنها غير قابلة للإثبات[1].

لقد بينا لتوّنا أن

الجملة الغودلية قابلة للإثبات ← تناقض.

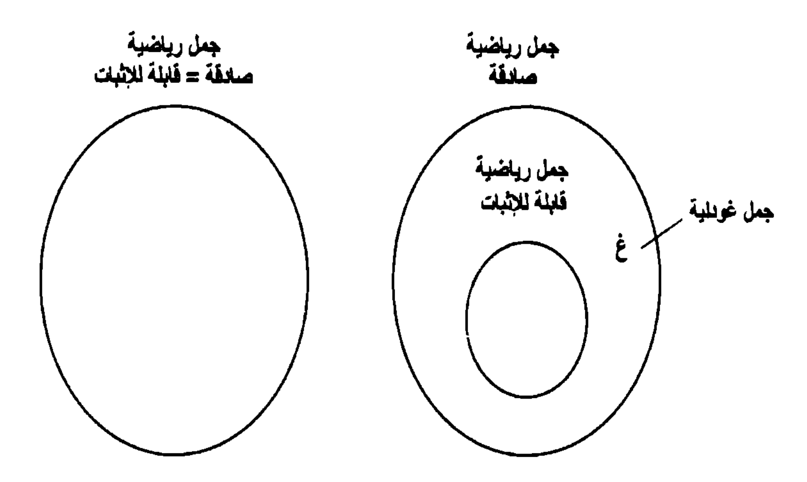
ونستطيع أن نستنتج أن الجملة الغودلية غير قابلة للإثبات، ومن ثمّ فإنها صادقة. ولكن يجب علينا أن نبدي هنا بعض الحرص. لعل حساب بيانو ليس متسقًا (على الرغم من أني أؤكد لك أنه متسق) ويمكنه إثبات أي شيء، بما في ذلك الجملة الغودلية. وفي حين أني مقتنع تمامًا بأن حساب بيانو متسق، فإنه لزام علينا أن نقر هذا الافتراض بحرص بالغ:

«إذا كان حساب بيانو متسق، فإن الجملة الغودلية (غير قابلة للإثبات و) صادقة».

سوف نعود إلى هذه الجملة في الجزء التالي.

نتيجة غودل المدهشة جديرة بالكثير من التأمل. الاعتقاد «الواضح» قبل مجيء غودل هو أنه في الأنساق البسيطة التي تكون على شاكلة الحساب، كل ما هو صادق قابل للإثبات. أي أنه إذا كانت الجملة صادقة يلزم أن يكون هناك إثبات لها. وهذا مبيّن في القسم الأيسر من صورة الشكل 9.20.

(1) أتغاضى هنا عن بعض التفاصيل. هناك تعقيد طفيف في نتيجة غودل يتعلق بالاتساق وشيء يسمى اتساق أوميغا (اتساق-ѵ). في عام 1936، عدّل جون بركلي روسر (1907-1989) في الجملة الغودلية كي يحصل على ما يسمى الجملة الغودلية-الروسية، مثبتًا النتيجة التي نسعى إليها.



الشكل 9.20: الرؤية «الواضحة» والرؤية «الصحيحة»

وقد أثبت لنا غودل أن هذه الرؤية خاطئة. ثمة جمل، مثل غ، صادقة لكنها غير قابلة للإثبات. (وسوف نرى في نهاية هذا الجزء أن غ ليست الجملة الوحيدة من هذا النوع).

مبرهنة باريخ

ذهب روهت باريخ بأفكار غودل مسافة أبعد بالإشارة إلى بعض الجوانب الغريبة في طبيعة الإثبات. اعتبر المحمول التالي:

إثباتي (م، س) ≡ م هو طول إثبات الجملة (المعبّر عنها بالرموز) ذات الرقم الغودلي س بالنسبة إلى م وس. لا إشكال في تحديد ما إذا كان هذا المحمول صادقًا أو كاذبًا: ببساطة عاين كل الإثباتات ذات الطول م (وهناك عدد كبير لكنه متناهٍ منها) وحدّد ما إذا كان أيٌّ منها ينتهي بجملة رقمها الغودلي هو س. إذا كان هناك مثل هذا الإثبات، فإن المحمول صادق. خلافًا لذلك فإنه كاذب.

دع ن تكن عددًا كبيرًا، واعتبر المحمول

ف (س) ~ ≡ (∃ م < ن إثباتي (م، س)).

يصدق هذا المحمول إذا لم يكن هناك إثبات لـ سـ طوله أقل من نـ. بتطبيق آلة النقطة المحدّدة على ف (سـ) نحصل على نقطة محدَّدة ن حيث

ن ≡ ف («ن») ~ ≡ (∃ مـ < نـ إثباتي (مـ، «ن»)).

أي أن ن تتكافأ مع الجملة التي تقول إنه يكذب القول بوجود مـ > نـ بحيث إن مـ طول إثبات ن. بتعبير آخر، تقول ن

«هذه الجملة المنطقية ليس لها إثبات أقصر من نـ».

أو

«ليس لدي إثبات أقصر». دعونا نحدّد ما إذا كانت هذه الجملة صادقة أو كاذبة. لو كانت ن كاذبة، فإن هناك بالفعل إثبات (أقصر) على ن. ولكن كيف يكون هناك إثبات لجملة كاذبة ضمن نسق متسق؟ ولهذا فإن الجملة ليست كاذبة، ويلزم أن تكون صادقة. وكما سبق أن رأينا مع مبرهنة غودل في اللاتمام، حقيقة أن الجملة صادقة لا تعني أنها قابلة للإثبات. اعتبر الآن الإثبات القصير نسبيًا على أن هناك إثبات (طويل) لجملة باريخ:

لو لم يكن لجملة باريخ إثبات، لما كان لها إثبات قصير. ولهذا يمكننا بسهولة أن نعاين كل الإثباتات ذات الأطوال أقل من نـ ونتأكد من أنه لا واحد منها يثبت ق. باختصار: إذا كانت الجملة غير قابلة للإثبات، فإننا نستطيع إثباتها. ويمكن صياغة هذا الإثبات باستخدام حساب بيانو، وهو إثبات قصير تمامًا. جملة باريخ مثل على الجملة ذات الإثبات الطويل، ولكنّ هناك إثباتًا قصيرًا على حقيقة أن لها مثل هذا الإثبات الطويل. غريب لكنه صحيح!

مفارقة لوب

في استخدامنا الأخير هذا لآلة النقطة المحدَّدة سوف نغوص في الأعماق، ونثبت أن كل جملة منطقية– مهما كانت غريبة– قابلة للإثبات. تحديدًا، سوف نثبت، كما شككنا لفترة طويلة، أن القمر مصنوع من الجبن الأخضر!

رأينا أنه إذا كانت أ جملة منطقية فإن «أ» هو الرقم الغودلي الذي يناظر أ. من ضمن اشتراطات عملية الحسبنة أننا نستطيع أيضًا الذهاب

في الطريق المعاكس: بالنسبة إلى الرقم سـ الذي يناظر جملة منطقية ما، سوف نشير إلى جملتها المنطقية المناظرة بالرمز اسـا. إذا بدأنا بالجملة المنطقية أ، ننظر إلى رقمها «أ»، ثم ننظر إلى رقم الجملة المنطقية ا«أ»ا، ونعود إلى الجملة المنطقية نفسها. رمزيا ا«أ»ا= أ.

دع ق (التي تشير إلى القمر) تكن أي جملة منطقية. سوف نثبت أن ق صادقة دائمًا.

اعتبر المحمول

ف (سـ) ≡ اسـا ← ق.

ف (سـ) لا تصدق إلا إذا كانت الجملة المنطقية التي تناظر رقم سـ تستلزم ق. طبّق آلة النقطة المحدَّدة على هذا المحمول. سوف تكون النقطة المحدَّدة على الشاكلة التالي

ل ≡ ف(«ل») = (ا«ل»ا ← ق) = (ل ← ق).

بتعبير آخر، تقول ل

«هذه الجملة المنطقية تستلزم ق»

وتسمى جملة لوبية. افترض للحظة أن ل صادقة. لأن ل هي نفس ل ← ق، فإن افتراضنا يستلزم أن ل ← ق صادقة أيضًا. ولأن كلًا من ل ول ← ق صادقة، فإن ق، حسب مودس بوننز، صادقة. ولهذا، فإننا بافتراض أن ل صادقة أثبتنا أن ق صادقة. بتعبير آخر، أثبتنا أن ل تستلزم ق، ومن ثم فإن ل ← ق صادقة. لكن ل ← ق تتكافأ مع ل. ولهذا فإن ل صادقة. وهكذا نستنتج أن ق- التي تمثل حقيقة أن القمر مصنوع من الجبن الأخضر- صادقة.

لقد أثبتنا لتوّنا أن القمر مصنوع من الجبن الأخضر. وهذا غريب! ما الخطأ المرتكب؟ إن المشكلة تنشأ عن عدم وضعنا قيدًا على الصيغ ف (سـ) المتاح لنا تطبيق آلة النقطة المحدَّدة عليها. وكنا رأينا في الجزء 4.4 أننا لتَجنب مفارقة رسل في نظرية الفئات، كان علينا تقييد بدهية الاشتمال. رأينا أيضًا في الجزء 2.1 أن بعض البحاث يؤكدون أن علينا لتجنب المفارقات اللغوية أن نتبنى هرمية لجمل اللغة الطبيعية المسموح بها. يجب علينا النأي عن جمل لغة طبيعية بعينها كي نتجنب التناقضات. وعلى نحو مماثل، يجب علينا هنا أن نقيد آلة النقطة المحدّدة لتجنب إثبات جمل

كاذبة. قد يبدو مثل هذا القيد غريبًا لأن إثبات أن آلة النقطة المحدَّدة تؤدي وظيفتها يبدو قابلًا للتطبيق على كل ف (س). ولكن علينا أن نقبد، وإلا تجاوزنا حدود العقل.

وعلى الرغم من أننا حددنا كل قيود لغة حساب بيانو، يمكن وصف مثل هذه الظاهرة بتعبير أعمّ. لدى حساب بيانو كل العمليات الحسابية المعتادة لتشفير وفك شفرات الجمل في شكل أعـداد. غير أن هناك أنساقًا كثيرة أخرى تسمح بالحديث عن الجمل كأعداد وبالحديث عن الأعداد كجمل. وما دام مثل هذا التشفير ممكنًا، سوف تكون لدينا إحالة ذاتية، ومن ثم قيود مماثلة. ومن المهم أن نقر مبرهنة غودل في اللاتمام بهذه الصور العامة:

في أي نسق منطقي «مقبول» لديه بنية كافية لتشفير وفك شفرة جمله، سوف تكون هناك إحالة ذاتية، وتُفرَض عليه من ثمّ قيود بعينها. تحديدًا، توجد جمل صادقة لكنها غير قابلة للإثبات.

وهناك أنساق منطقية غاية في «الضعف» من حيث إنها لا تستطيع تشفير جملها. لن تكون هناك قيود إحالة ذاتية مفروضة على هذه الأنساق، ولن تنطبق مبرهنة غودل في اللاتمام عليها. توصف مثل هذه الأنساق بأنها تامة لأن كل جملة صادقة فيها قابلة لأن تثبت. حساب برسبرغر مثل على هذه الأنساق، وهو نسق منطق لا يتعامل إلا مع الجمع، وليست لديه قوة كافية للتعامل مع الضرب والعمليات الأخرى. وهناك مثل آخر يتمثل في نسق منطقي بعينه يتعامل مع الهندسة الأساسية، وهو بدوره قوي بما يكفي لتشفير جمله. ويوجد هنا شيء مفارق بعض الشيء. الأنساق الضعيفة العاجزة عن تشفير جملها أنساق قوية من حيث إن كل شيء صادق قابل لأن يثبت. في المقابل، النسق الذي لديه ما يكفي من القوة لتشفير جمله يعاني من ضعف يتمثل في أن لديه جملًا صادقة لكنها غير قابلة للإثبات.

وصفنا في هذا الجزء جملًا رياضية عديدة صادقة لكنها غير قابلة للإثبات. وقد نحسب أن هذه الجمل الرياضية «غير السوية» القليلة وحدها إشكالية، وأن كل الجمل الرياضية «السوية» الصادقة قابلة للإثبات. غير أن حجة عدّ بسيطة سوف تثبت أن الأمر ليس على هذه الشاكلة[1].

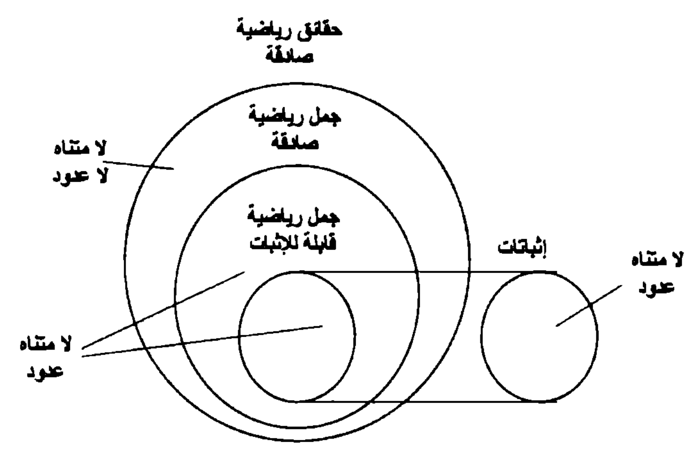
(1) في نهاية الجزء 6.3 بيّنت أنه على الرغم من أن الحواسيب تستطيع تأدية عدد لامتناه عدود من المهام، فإنه يظل هناك عدد لامتناه لاعدود من المهام التي تعجز عن تأديتها. وفي نهاية الجزء 7.1 عرضت حجة على أن العلم لا يستطيع التعامل إلا مع عدد لامتناه عدود من الظواهر، في حين أن هناك عددًا لامتناهيًا لاعدودًا من الظواهر التي لا يستطيع وصفها. وهنا أعرض مماثلة رياضية لتينك النتيجتين.

اعتبر كل الفئات الجزئية من الأعداد الطبيعية. كما رأينا في الجزء 4.3، يوجد عدد لامتناه ولاعـدود من مثل هذه الفئات الجزئية. إذا كانت س فئة جزئية من الأعداد الطبيعية وس عدد طبيعي، سوف تصدق واحدة بالضبط من الحقيقتين الرياضيتين التاليتين:

س عنصر في س أو س ليست عنصرًا في س.

ولأن هناك عددًا لامتناهيًا ولاعـدودًا من الفئات الجزئية من الأعداد الطبيعية، فإن مثل هـذه الحقائق الصـادقة حـول الأعـداد لامتناهية ولاعدودة. يتعلق هذا كله بالحقائق الرياضية – ولا يتعلق بما يمكن إقراره. الجملة الرياضية حقيقة رياضية يمكن صياغتها في رموز. وقد رأينا أعلاه أن الحسبنة تطابق بين جمل رياضية والأعـداد الطبيعية. وهذا يستلزم أن هناك عددًا لامتناهيًا ولاعدودًا من الجمل الرياضية. ولهذا، فإن عدد الحقائق الرياضية يفوق بكثير عدد الجمل الرياضية.

وتذهب بنا مبرهنة غودل إلى أبعد من هذا. مجمل غاية مبرهنته في اللاتمام هو إثبات أن فئة الجمل الرياضية القابلة للإثبات فئة جزئية فعلية من كل الجمل الرياضية، كما هو مبين في الشكل 9.21.



الشكل 9.21: الحقائق الصادقة، والجمل الصادقة، والجمل القابلة للإثبات

ولأن هناك عددًا طبيعيًا لكل إثبات، فإن فئة الجمل الرياضية القابلة للإثبات هي الأخرى لامتناهية ولاعدودة. وفي الآونة الأخيرة أثبت كريستيان

س. كلود، صحبة عدة آخرين، أنه حتى ضمن فئة كل الجمل الرياضية الصادقة، ثمة ندرة في الجمل القابلة للإثبات. ونستنتج من كل هذا أنه على الرغم من أن الإثباتات الرياضية تستطيع إثبات عدد لامتناه من الجمل، فإن هناك عددًا أكبر بشكل هائل من الجمل والحقائق الرياضية الصادقة غير القابلة للإثبات، وتتجاوز من ثم حدود العقل[1].

تقر مبرهنة غودل الصادمة أن هناك جملة صادقة لكنها غير قابلة للبرهنة في حساب بيانو. وعلى الرغم أن الجمل الغودلية أول مثل على مثل هذه الجملة، ثمة شعور بأنها «متكلفة» أو «غير طبيعية» بعض الشيء وليست «رياضيات حقيقية». وكما بيّنا، ثمة عدد لامتناه بشكل لاعدود من الجمل الصادقة لكنها غير قابلة للإثبات في حساب بيانو. ومن المفيد أن نرى مزيدًا من مثل هذه الجمل يتصف بأنه «طبيعي» ويبدو «رياضيات حقيقية». من بين هذه الجمل مبرهنة غودستاين.

نبدأ بشيء من الخلفية. يمكن كتابة أي عدد في شكل مجموع قوى 2. مثل هذا

- $1 + 2^4 + 2^4 = 19$
- $1 + 2^1 + 2^4 + 2^6 = 87$
- $1 + 2^1 + 2^4 + 2^8 = 266$

دعونا نعاين 266 بحرص أكبر. يمكن كتابة الأسس في شكل قوى 2:

266 = 2^2 أسّ $^{1+2}$ + 2^{1+2} + 2^1

لقد عبّرنا عن العدد بالاقتصار على استخدامِ العدد 2 أو أقل. تسمى هذه الطريقة في كتابة الأعداد «هرمية ترميز القاعدة-2». سوف نقوم الآن بعملية تتألف من خطوتين كطريقة في التعبير عن 266:

- الخطوة (أ): زد القاعدة 2 بحيث تصبح 3 في التعبير.

(1) وعلى المنوال نفسه، صاغ ليولد لونهايم (1878-1957) ما أصبح يعرف بـ مبرهنة لوينهايم-سكولم. تقر هذه المبرهنة العميقة أن ما يوصف لا يمكن أن يكون أكثر تركيبًا من اللغة المستخدمة في وصفه. تفصيلًا، تكتب الجمل في الرياضيات بفئة متناهية من الرموز. وباستخدام هذه الرموز، يوجد عدد لامتناه عدود من الجمل الممكنة. اعتبر الآن نسقًا ذا عدد لامتناه لاعدود من العناصر. تقر مبرهنة لوينهايم-سكولم المتجهة إلى أسفل إنه إذا كانت هناك طريقة متسقة في استخدام لغة في الحديث عن مثل هذا النسق، فقد تتحدث هذه اللغة عن النسق باستخدام عدد لامتناه عدود فحسب من العناصر. أي أن المقصود من البدهيات قد يتمثل في نقاش شيء لامتناه لاعدود، لكننا لا نستطيع أن نثبت في واقع الحال أن فيه ما هو أكثر من عدد لامتناه عدود من العناصر. ومن شأن هذا أن يضع قيدًا صارمًا على ما نستطيع وصفه.

- الخطوة (ب): أنقص 1 من العدد الكلي.

بهذا نحصل على

(3^3 أس $^{3+1}$ + 3^{3+1} + 3^1) – 1 = (3^3 أس $^{3+1}$ + 2)

هذا العدد حوالى 10^{38}. يمكن تكرار العملية المؤلفة من خطوة عبر تغيير 3 إلى 4:

(4^4 أس $^{4+1}$ + 2) – 1 = 4^4 أس $^{4+1}$ + 4^{4+1} + 1 $\approx 10^{616}$

ومرة أخرى:

(5^5 أس $^{5+1}$ + 2) – 1 = 5^5 أس $^{5+1}$ + 5^{5+1} $\approx 10^{10000}$

في كل مرة نزيد القاعدة بواحد وننقص 1. وكما يمكن أن ترى، تزيد الأعداد بشكل هائل. ولك أن تتخيّل أنك إذا استمررت في هذه العملية، سوف تواصل الأعداد في النمو بشكل مطرد. أليس كذلك؟ في عام 1944، أثبت عالم الرياضيات الإنجليزي روبن غودستاين (1912-1985) المبرهنة اللافتة التالية «خذ أي عدد، واكتبه بترميز القاعدة-2 ثم كرر العملية ذات الخطوتين التالية: (أ) غير كل ن في ترميز القاعدة ن إلى ن + 1 ثم (ب) أنقص 1. في النهاية سوف تكون النتيجة ... صفرًا.

أي أن العدد بدلًا من أن يكبر ويكبر، فإنه في النهاية – بعد وقت جد طويل – سوف يصغر ويصغر حتى يصل صفرًا. هذا صادم. من بين خطوتي عمليتنا هناك خطوة تزيد العدد بشكل هائل، فيما تقتصر الأخرى على إنقاص 1. يخبرنا حدسنا أن سلسلة الأعداد هذه سوف تكبر وتكبر. لكن حدسنا خاطئ! «في النهاية» تصغر وتصغر. عدد تكرارات هذا هائل، لكنه سوف يحدث. وقد أثبت غودستاين هذه المبرهنة المدهشة باستخدام مناهج لاتناهوية ونظرية مجمل قوى نظرية الفئات. وفي عام 1982 برهن لوري كيربي وبجيف باريس أنه لا سبيل لإثبات هذه النظرية إلا بمناهج لاتناهوية، وأنه على الرغم من أنه يمكن صياغة المبرهنة باستخدام لغة حساب بيانو، لا سبيل لإثباتها في هذا النسق. ذلك أن الأعداد تصبح أكبر مما يجب فيه. ولهذا فإن مبرهنة غودستاين، مثل جملة غودل، صادقة لكنها غير قابلة للإثبات في حساب بيانو.

9.5 بدهية الاستقلالية

دعونا نواصل ونستخدم مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام للحصول على المزيد من النتائج. لقد وجدنا أن الجملة الغودلية: «هذه الجملة المنطقية غير قابلة للإثبات» غير قابلة للإثبات ومن ثم صادقة. والواقع أننا أثبتنا أنه «إذا كان حساب بيانو متسقًا، فإن الجملة الغودلية صادقة». ويمكن صورنة هذه الحقيقة وإثباتها ضمن حساب بيانو. وهذا يعني أننا نستطيع أن نكتب إثباتًا لما قمنا في الجزء الأخير ضمن لغة حساب بيانو. وتكتب هذه الجملة المثبتة في شكل الاستلزام التالي:

«حساب بيانو متسق» ← «الجملة الغودلية صادقة».

افترض أننا نستطيع إثبات أن «حساب بيانو متسق» ضمن حساب بيانو. سوف يكون لدينا إذن الاستنباط التالي في حساب بيان:

«حساب بيانو متسق»

«حساب بيانو متسق»← «الجملة الغودلية صادقة»

«الجملة الغودلية صادقة».

سوف يكون هذا إثباتًا في حساب بيانو على أن الجملة الغودلية صادقة. لكن الجملة الغودلية تقول إنه ليس هناك مثل هذا الإثبات! لا بدّ أن هناك خطأ ما في افتراضنا. والجملة الوحيدة التي افترضنا هي أنه يمكن لحساب بيانو أن يثبت اتساقه. وهذا يقودنا إلى مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام: يستحيل أن يثبت حساب بيانو اتساقه. أي أننا لا نستطيع باستخدام الحساب الأساسي إثبات أن الحساب الأساسي متسق.

من المهم أن نلحظ أن مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام قد أُثبتت بالركون إلى مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام. المبرهنة الأولى هي الاستلزام التالي:

الجملة الغودلية قابلة للإثبات في حساب بيانو ← تناقض.

وقد بينا في هذا الجزء الاستلزام التالي:

«حساب بيانو متسق» قابلة للإثبات في حساب بيانو

← الجملة الغودلية قابلة للإثبات في حساب بيانو.

وبالجمع بين الاستلزامين نحصل على

«حساب بيانو متسق» قابلة للإثبات في حساب بيانو ← تناقض.

ومن هذا نستنتج أن «حساب بيانو متسق» ليست قابلة للإثبات في حساب بيانو.

لقد أثبتنا لتوّنا أن الجملة «حساب بيانو متسق» غير قابلة للإثبات في حساب بيانو. ولكن هل هذه الجملة صادقة؟ هل يمكن أن تكون كاذبة؟ هل يلزمنا بالفعل الاعتقاد بأن الحساب ليس متسقًا؟ هل سوف يثبت شخص ما في يوم ما أن 2 + 2 لا تساوي 4؟ لا تخش هذا، عزيزي القارئ. في عام 1935 أثبت غيرهارد غنتزن (1909ـ1945) أن نسق زرميلو-فرانكل في نظرية الفئات، صحبة الاختيار (ZFC)، البدهي الأقوى يثبت بالفعل اتساق الحساب. تفصيلًا، بحسبان أننا نستطيع تأويل الحساب ضمن ZFC، ولأن لدى هذا النسق القدرة على التعامل مع الأفكار اللاتناهوية الأقوى، فإنه يستطيع إثبات اتساق حساب بيانو. بتعبير آخر، ليس هناك إثبات «تناهوي» بسيط لاتساق الحساب ولكن هناك إثبات «لاتناهوي» له. لقد أثبت غنتزن أنه إذا كان ((ZFC متسقًا، فكذا شأن حساب بيانو[1]. غير أن هناك مشكلة بسيطة: من قال إن ZFC متسق.

ما تقره مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام بالفعل شيء أكثر من هذا. لا شيء خاص بحساب بيانو في نقاشنا. لقد قلنا إن مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام صادقة بالنسبة لأي نسق بدهي قادر على تشفير جمله. ولكننا نستطيع باستخدام الاستدلال الذي استخدمنا في بداية هذا الجزء أن نطبق مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام على أي نسق بدهي قادر على تشفير جمله. و ZFC من ضمن هذه الأنساق. ولهذا، وفق مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام، ليس في وسع ZFC أن يثبت اتساقه.

هذا مزعج تمامًا! بمقدور معظم الرياضيات الحديثة أن يصاغ في ZFC.

---

(1) ثمة نتيجة مهمة جديرة بالتأمل. كما قلت، حساب بيانون أضعف من ZFC، بمعنى أن كل ما يمكن أن يثبت في حساب بيانو يمكن بكل توكيد أن يثبت في ZFC. ولكن ما قدر الضعف هنا؟ لقد ثبت أنك أخذت بدهيات ZFC دون بدهية اللاتناهي، فإن قدرات النسق الباقي مكافئة لقدرات لحساب بيانو. (تكافؤ القدرة يعني أن كل ما يمكن إثباته في أحد النسقين يمكن إثباته في الآخر، والعكس بالعكس). ويمكن التعبير عن هذا على النحو التالي:

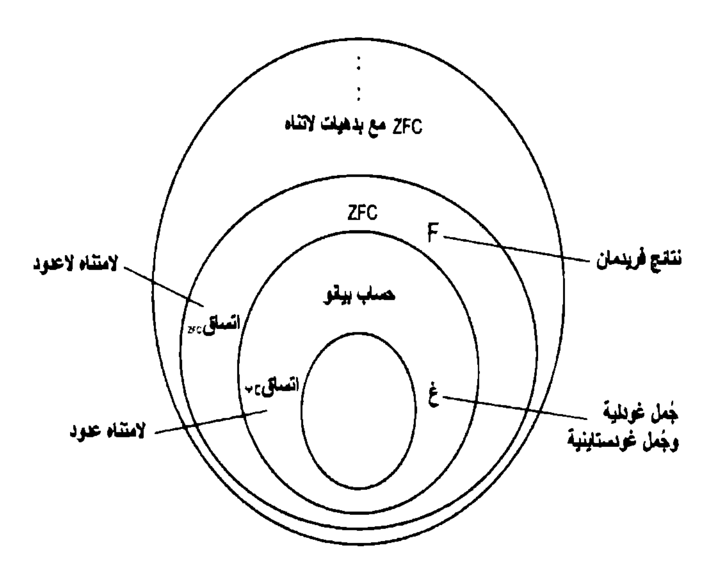
ZFC = حساب بيانو + بدهية اللاتناهي.ولأنه بمقدور ZFC إثبات اتساق حساب بيانو (وأي جملة أخرى صادقة يمكن صياغتها في حساب بيانو)، يلزم أن يتكافأ قبول أن حساب بيانو متسق مع قبول وجود طريقة متسقة في التعامل مع فئات لامتناهية. بكلمات أخرى، تشير للعادلة السابقة إلى حقيقة أنه إذا تخلى علماء الرياضيات عن الاعتقاد في وجود فئات لامتناهية، سوف تكون كل الرياضيات متسقة مثل الحساب الأساسي.

وسوف يكون من المفيد أن نعرف أن نسق ZFC البدهي متسق، وأنه يخلو من التناقض. غير أنه للأسف ليس هناك إثبات من هذا القبيل ضمن ZFC. وقد شكل البحاث أنساق بدهية أخرى أقوى بمقدورها أن تثبت اتساق ZFC. تتألف هذه الأنساق من بدهيات ZFC و«بدهيات لاتناه» قوية، وهذه البدهيات غير مستخدمة في الرياضيات النمطية. إنها تبدو غير طبيعية وآدهوكية. وخلافًا لبدهيات ZFC المعتادة، يصعب تحديد ما إذا كانت هذه البدهيات الأخرى صادقة أو خلاف ذلك. إنها ليست بيّنة بذاتها. ولكن حتى بهذه البدهيات القوية الجديدة ليس لدينا نسق يمكنه إثبات اتساقه. باستمرار ثمة حاجة إلى نسق أقوى.

وقد رأينا في الجزء الأخير أن مبرهنة غودستاين نتيجة «رياضية طبيعية» و«غير متكلفة» تتخطى قدرة حساب بيانو على الإثبات لكنها صادقة وقابلة للإثبات في ZFC. وبشكل مناظر لهذه النتيجة صاغ هنري فريدمان بعدة جمل رياضية «طبيعية» و«غير متكلفة» تتجاوز قدرات ZFC على الإثبات لكنها صادقة في أنساق أقوى.

ويلخص الشكل 9.22 بعض من اكتشافاتنا.

ليس في وسع حساب بيانو أن يثبت اتساق حساب بيانو (اتساقح ب). وفي وسع ZFC إثبات اتساق حساب بيانو، لكنه لا يستطيع إثبات اتساق ZFC (اتساق ZFC). نستطيع دائمًا تشكيل أنساق أقوى نستطيع إثبات اتساق ZFC، لكن هذه الأنساق الأقوى سوف تكون هي الأخرى عاجزة عن إثبات اتساقها. ونستطيع أن نستمر إلى الأبد. وهذا يتطابق مع واحد من محاور هذا الكتاب الأساسية: أي نسق إحالة ذاتية، مهما كان قويًّا، مقيد بطريقة ما.



الشكل 9.22: هرمية الأنساق البدهية

ولكن لا تقلق من أن تكون الرياضيات الحديثة أو حتى الحساب الأساسي غير متسق. إني أؤكد لك إنهما متسقان. لقد كان الحساب موجود لآلاف السنين ولم يكتشف أي شخص أي تناقض. وهناك الملايين من الناس الذين يشتغلون بالرياضيات، ولم يعثروا على أي تناقض. على ذلك، فإنه من المثير للأعصاب أن يتخطى إثبات اتساق الأنساق المنطقية التي تشكل أسس الرياضيات والعلم حدود العقل.

بمعنى ما، يمكن اعتبار مبرهنتي غودل ونتائجهما نقدًا للمنهج البدهي. لقد كان علماء الرياضيات يبحثون دائمًا عن البدهيات للعثور على العدد الأقل والأبسط من الجملة التي تستلزم سائر الجمل. لكن غودل أثبت أن ثمة شيئًا مفتقدًا. سوف تكون هناك دائمًا جمل صادقة، لكنها غير قابلة للإثبات باستخدام هذه البدهيات. يمكن إنجاز قدر كبير من الرياضيات دون بدهيات. لا تشتغل الغالبية العظمى من علماء الرياضيات بأنساق بدهية، بل يقتصرون على تطبيق ما تعلموا من قواعد. علماء النطق والمنظرون هم الذين يتقصون الافتراضات المستخدمة. حتى كانتور، مؤسس نظرية الفئات الحديثة، لم يثبت مبرهناته باستخدام بدهيات. والواقع أن بدهيات نظرية

زرميلو فرانكل في الفئات صيغت بعد أن أنجز كانتور عمله. لقد كان كانتور يعول ببساطة على حدسه.

وهناك نقد آخر يوجه إلى نسق البدهيات مؤداه أن علماء نظرية الفئات يضيفون فيما يبدو بدهيات لتشكيل أنساق تزداد قوتها بحيث تتجاوز ZFC. بدهيات حساب بيانو المعتاد، وبدهيات ZFC تبدو واضحة (أو كما قال تومس جيفرسون لزملاء «نعتبر هذه الحقائق بينة بذاتها»). بدهية حساب بيانو أن للأعداد المتمايزة تواليًا متمايزًا واضحًا لأي طفل يبلغ من العمر خمس سنوات. بدهية ZFC أن هناك فئة أسية نسبة لكل فئة واضحة. في المقابل ثمة بدهيات لاتناه بعينها يشتغل عليها علماء الرياضيات ليست بيّنة بذاتها ولا واضحة. وقد أضيفت لأنه يبدو أنها لا تناقض البدهيات الأخرى، وأنها مفيدة في إثبات مبرهنات بعينها. قد يبدو هذا للبعض نوعًا من الغش: ولكن كل ما في الأمر هو أننا نضيف بدهيات نجدها مفيدة.

من منحى آخر، أين كان لنا أن نكون دون بدهيات؟ قد نتعثر في تناقضات. وعلى الرغم من أنه ليس هناك نسق بدهي قوي بما يكفي لأن يكون تامًا، نستطيع على الأقل بالبدهيات أن نرى هرمية مختلف الأنساق. نستطيع أن نقول إن ZFC أقوى من حساب بيانو لأننا نستطيع أن نقارن بين بدهياتهما. إن قوة الرياضيات تكمن في أنها مؤسسة بشكل راسخ على بدهيات، وليست مؤسسة على أحداس بشرية.

ثمة شيء غير حقيقي إلى حد ما في القيود الرياضية التي ناقشنا في هذا الفصل: إنها ليست قيودًا بالفعل، بل مجرد أحجار عثرات. وثمة سبيل للالتفاف حولها. ذلك لأنه بالنسبة لكل قيد مفروض على نسق رياضي، ثمة نسق أقوى قادر على التغلب على القيود:

- لقد رأينا أنه يستحيل تثليث زاوية باستخدام مستقيمة وفرجار؛ ولكن يسهل تمامًا تأدية هذه المهمة باستخدام مسطرة. قس الزاوية وقسمها على ثلاثة. وبقدر السهولة نفسه نستطيع أن نربّع الدائرة ونضاعف المكعب.
- تحدد نظرية غالويس متى تكون معادلات بعينها غير قابلة للحلّ باستخدام عمليات الجمع والضرب والقسمة والجذور. غير أن هناك مناهج مؤسسة على حساب التفاضل والتكامل قادرة دائمًا على حلّ مثل هذه المعادلات.

- تقول مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام إن هناك جملًا بعينها صادقة لكنها غير قابلة للإثبات في بعض الأنساق الحسابية المتناهية. لكننا رأينا أن الجمل نفسها قابلة للإثبات في أنساق أقوى.
- تقول مبرهنة غودل الثانية في اللاتمام إن اتساق النسق الحسابي المتناهي غير قابل للإثبات ضمن هذا النسق. لكن غنتزن أثبت أن الاتساق قابل للإثبات في نسق ZFC الأقوى.
- اتساق ZFC (مثل فرضية المتصل وبدهية الاختيار التي ناقشنا في الجزء 4.4) ليس قابلًا للإثبات ضمن ZFC. ولكن هناك أنساق أكبر قابل فيها للإثبات.
- نسبة إلى أي نسق أكبر من ZFC، ثمة جمل ليست قابلة للإثبات في هذا النسق، ولكن هناك دائما أنساق أكبر.

نسمى هذه القيود بـ القيود النسبية، في مقابل القيود المطلقة التي لا يمكن التحلل منها في أي نسق رياضي. هل هناك أي قيود مطلقة؟ بتعبير آخر، هل هناك أي جمل رياضية صادقة، ولكن ليس هناك كائن بشري قادر في أي وقت على إثبات أنها صادقة بصرف النظر عن قدر العبقرية المستخدم في هذا الإثبات؟ لاحظ أنه حتى لو وُجدت جمل من هذا القبيل، لما كنا قادرين على إثبات أو معرفة أنها جمل من هذا القبيل، لأن إثبات أن جملة ما غير قابلة للإثبات لكنها صادقة يعني إثبات أنها صادقة. ولهذا، فإن المسألة غير القابلة بالمطلق للحلّ مسألة لا نستطيع أبدًا إثباتها، ونحن لن نعرف أبدًا أننا لن نستطيع إثباتها أبدًا. ومن شأن هذا أن يجعل مسألة وجودها مسألة ميتافيزيقية بطريقة ما لأن مسألة ما إذا كانت موجودة مسألة لن تُحسم أبدًا.

في مقابل القيود الرياضية، تعد القيود الحوسبية، التي ناقشنا في الفصل 6 والجزء 9.3، مطلقة بمعنى ما. لقد أثبتنا أنه ليس هناك حاسوب أو منهج آلي بمقدوره أن يحل مسائل بعينها. ليست هناك آلات معروفة أفضل يمكنها حلّ هذه المسائل. حتى الحواسيب الكمومية، حين يقيض لنا استحداثها، عاجزة عن القيام بما هو أكثر مما تستطيع الحواسيب العادية القيام به. (تكمن قوتها في سرعتها في القيام بما تستطيع الحواسيب العادية القيام به أصلًا، ولا تكمن في قدرتها على حلّ مسائل غير قابلة للحلّ). إن مطلقية القيود الحاسوبية نابعة من حقيقة أننا نعرف بالفعل

طبيعة الحواسيب[1]. وهذا يختلف عن المعرفة المحدودة بالوعي والعقل البشريين.

وكان غودل قد أوجز الفقرتين الأخيرتين بافتراض إما (أ) أن هناك مسائل غير قابلة بالمطلق للحلّ أو (ب) أن الذهن البشري بقدرته التي تبدو غير محدودة على الأصالة «يتجاوز بشكل لامتناه قدرات أي آلة متناهية». بتعبير آخر، إذا كان الذهن البشري مجرد آلة، فسوف تُفرض عليها القيود المفروضة على الآلات والأنساق المتناهية. وفي هذه الحالة سوف تصدق (أ) وسوف تكون لدى الذهن البشري مسائل غير قابلة بالمطلق للحلّ. في المقابل، إذا كان الذهن البشري قادرًا دائمًا على حلّ أي مسألة، فإن (ب) سوف تكون صادقة، ويلزم أن يكون الذهن أقوى من أي حاسوب أو نسق بدهي متناه مقيد.

دعونا (بشيء من التردد) نقبل هذين الخيارين بوصفهما الخيارين المتاحين الوحيدين. أي منهما يجب علينا تبنيه؟ في تقديري أننا نعرف المزيد والمزيد حول الدماغ البشري وباستمرار علم الإدراك المعرفي في التقدم في فهم الطريقة التي يعمل بها الذهن، ليس لدينا خيار سوى قبول أن (أ) الدماغ/الذهن يعمل بطريقة آلية. ولعل الذهن البشري الآلة الأكثر تعقيدًا في الكون بأسره، وأن مئات السنوات تفصلنا عن الفهم الفعلي لأعمال الدماغ. على ذلك، لا يبدو مما رأينا من أعمال الدماغ أن هناك أي عملية غامضة تهب الذهن البشري القدرة على «تجاوز بشكل لامتناه» العمليات الفيزيقية المتناهية. يبدو من الوجيه قبول وجود قيود مطلقة على قدرات الدماغ البشري، تمامًا كما أن هناك قيودًا مطلقة على أي جهاز حاسوب وأي آلة فيزيقية. حتى في عالم الرياضيات البحتة ثمة قيود على العقل.

(1) وهل نعرفها حقًا؟ هناك فكرة مركزية في علم الحاسوب مؤداها أن كل أنماط أجهزة الحاسوب المادية يمكنها أساسا حلّ المسائل نفسها. يمكن لبعض الأجهزة أن تحلها أسرع من غيرها، ولكن لديها جميعها القدرة الحوسبية نفسها. ما يمكن حوسبته بجهاز يمكن حوسبته بآخر. والأهم من ذلك نسبة إلى نقاشنا، ما يعجز جهاز عن حوسبته، لن يتسنى لجهاز آخر حوسبته. تسمى هذه الفكرة بـ أطروحة تشرش-تورينغ. وهي أطروحة، وليست مبرهنة لأن البرهنة عليها مستحيلة بالمطلق. ليس هناك سبيل لإثبات شيء حول كل الأجهزة المادية. ولكن لعل أطروحة تشرش-تورينغ خاطئة. قد يتمكن العلماء في المستقبل البعيد من استحداث جهاز يستطيع حلّ مسائل لم تكن من قبل قابلة للحلّ. في هذه الحالة، قد تكون المسائل الحاسوبية غير القابلة للحلّ الموصوفة في هذا الكتاب قابلة للحلّ والقيود الحوسبية نسبية وليست مطلقة.

قراءات إضافية

الجزء 9.1

كان ليون إثرينبيرس أول من أطلعني على الإثبات الجميل على أن الجذر التربيعي للعدد 2 كمية صماء. وكان سمعه من ستانلي تينيباوم، الذي يبدو أنه هو من طوره. ولدى *Eves* (1976)، و*Kramer* (1970)، و*Kline* (1980) المزيد حول القيود الكلاسية.

الجزء 9.2

توجد سيرة ذاتية رائعة لغالويس في الفصل 20 من *Bell* (1927). وفي حين أن أجزاء كثير من هذا الكتاب اعتبرت مبالغة، تظل قراءته ممتعة. *Stewart* (2003) موضع مناسب للبدء في تعلّم نظرية غالويس. بالنسبة لطلاب الرياضيات، من المواضع المناسبة للتعلم بخصوص هذه النظرية الفصل 15 من *Birkhoff and Mac Lane* (1957) والفصل 4 من *Jacobson* (1985).

الجزء 9.3

كتابا *Goodman-Strauww* (2010، 2011) دراستان جميلتان للكثير من صور التبليط. أساسيات مسائل اللابتية متضمنة في أي كتاب تدريسي في علم الحاسوب النظري، مثل الفصل 6 من *Cutland* (1980). وثمة عرض أنيق لمسألة هلبرت العاشرة في *Davis and Hersh* (1973). استخدام إعادة موضعة الفراش في تقديم نظرية المجموعة استل دون خجل من *Hayes* (2008). ويمكن العثور على المزيد من النقاش للابتية في الفيزياء في Pour-El and Richards (1989).

الجزء 9.4

مبرهنات تارسكي وغودل تجدها في أي كتاب منطق – على سبيل

المثال الجزء 3.5 من *Mendelson* (1977)، والفصلين 2 و7 من *Manin* (2010)، والفصل 17 من *Boolosm Burgess, anf Jeffrey* (2002). وثمة إثبات سهل وتام في *Van Heijenoort* (1967). وبخصوص مقاربة موجزة وحديثة وآخر التطورات، انظر *Davis* (2006)، *Bunch* (1982)، و*Hofstater* (1979). أما النتيجة المدهشة حول أطوال الإثباتات فتجدها في *Parikh* (1971، 1994). وكل النتائج متضمنة أيضًا في *Yanofsky* (2003).

مبرهنة غودستاين مأخوذة من *Kirby and Paris* (1982).

الجزء 9.5

في وسعك أن تقرأ عن استلزامات مبرهنة غودل في *Kline* (1980). ولكن احذر من استنتاج نتائج جامحة بخصوص مبرهنتي غودل في اللاتمام. ثمة الكثير من الهراء نشر في هذا الموضوع. وهناك حكايا يعرضها Torkel (2005) و Berto (2009).

10 ما وراء العقل

صمت هذه الفضاءات اللامتناهية الأبدي يملؤني وحشة[1].

_ بليز باسكال

في الوقت الراهن يبدو أني أفكر بعقلانية مرة أخرى على المنوال الذي يميز العلماء. غير أن المسألة ليست مسألة شعور بالابتهاج، كما لو أن المرء أصبح بصحة جيدة بعد كان يعاني من عجز جسدي. من بين جوانب هذا أن عقلانية الفكر تفرض قيدًا على مفهوم المرء لعلاقته بالكون[2].

- جون ناش

معنى العالم هو الفصل بين الأماني والوقائع. الأمنية هي القوة التي تدفع الكائن المفكر صوب تحقيق شيء ما. والأماني المحققة اتحاد بين الأماني والوقائع. ومعنى العالم بأسره هو الفصل والاتحاد بين الأماني والوقائع.

- كرت غودل[3]

وصلنا إلى نهاية رحلتنا، وقد حان الوقت لتلخيص بعض اكتشافاتنا ومحاولة استنباط معنى منطقي من تقصياتنا. في الجزء 10.1 أصنّف أنواع القيود المختلفة التي ناقشنا. وفي الجزء 10.2 أناقش تعريف العقل. وسوف أختتم بالنظر فيما وراء أرسان العقل، إذا كان ثمة ما وراءه.

10.1 تلخيص

كل فصل في هذا الكتاب يناقش موضوعًا مختلفًا كما يناقش القيود المفروضة عليه. غير أن هناك طرقًا أخرى في تصنيف العدد الهائل من القيود التي عثرنا عليها. هنا أعرض تصنيفًا آخر لأنواع القيود المفروضة على العقل.

قيود مادّية

أبسط نوع من القيود هو القيد الذي يبيّن أن العقل لا يسمح بوجود

(1) “Le silence éternel de ces espaces infinis m›effraie” (Pascal, *Pens é es*, passage 206).

(2) Nash 1994.

(3) اقتُبس في (Wang 1996, 9.4.3)

شيء أو عملية مادّية بعينها. أول قيد وقفنا عليه (في الفصل 1) هو رقعة الشطرنج ورقعة الدومينو. هذا مثل على عملية مادّية يستحيل وجودها. لا سبيل لوضع قطع الدومينو في رقعة دومينو أزيل ركناها الأسودان. مفارقة الحلاق في الجزء 2،2 تبرهن أيضًا على استحالة وجود قرية معزولة بعينها تمتثل لقاعدة محددة. وقد ناقش الجزء نفسه كتابًا مرجعيًا يستحيل وجوده. وفي نهاية الجزء 3،2 رأينا أن مفارقة رحالة الزمن تثبت إما أن الترحل عبر الزمن مستحيل أو أنه لو كان ممكنًا لكانت هناك أفعال بعينها لا يستطيع القيام بها. ببساطة لن يسمح الكون بعمليات تسبب تناقضات. وكل الفصل 6 والجزء 9،3 مكرسان لتبيان أن هناك استحالة في وجود حواسيب مادّية بعينها أو عمليات خوارزمية بعينها. ثمة مهام يستحيل القيام بها في هذا العالم. وأخيرًا، تحدثنا في الجزء 7،2 عن إمكان أن تكون ميكانيكا الكم لاحتمية بشكل جوهري. في هذه الحالة، لن يكون بمقدور أي عملية مادّية أن تتوقع نتاج ميكانيك-كمومي. وفي كل هذه الأمثلة رأينا أن الكون المادّي مقيد بعمليات العقل.

قيود التشكيلات الذهنية

وثمة نوع ثانٍ أشدّ خفاءً من القيود يقر استحالة فكرة أو تشكيل ذهني بعينه. أعتبر تشكيلًا ذهنيًا يُستخدم في وصف هيئة ذهنية أو جزء من الكون. وحين ناقشت مفارقة الكاذب في الجزء 2،1، بينت أن هناك جملًا بعينها ليست صادقة ولا كاذبة. إذا كانت الجملة صادقة فهي كاذبة، وإذا كانت كاذبة فهي صادقة، وليس في وسع الذهن أن يهب مثل هذه الجمل أي معنى. وعلى نحو مماثل لمفارقات لغوية أخرى – مثل مفارقة التنافر في الجزء 2،2 ومفارقة العدد المثير، ومفارقة بيري، ومفارقة رتشارد في الجزء 3،2 – مفارقات زينون في الجزء 3،2 جديرة ببعض التفكر. إنها ليست قيودًا مادّية، لأن الكسول سوف يصل إلى الباب، وآخيل سوف يكسب السباق؛ لكنها تبرهن على وجود مشكلة في وصف أفعال بعينها. وهذه الأوصاف تعاني من خلل لأنه ينظر إليها على أنها تتطلب عملية لامتناهية. في المقابل، الأفعال مشروعة تمامًا. مفارقات زينون تثبت أن هناك مشكلات في أوصاف ذهنية ولغوية بعينها لحركات أساسية. وعلى نحو مشابه، بيّن نقاشنا للغموض في الجزء 3،3 قيدًا من هذا النوع. البتّ فيما إذا كانت تشكيلة بعينها كثيبًا، وما إذا كان شخصًا ما أصلع، مسألة ذهنية و/أو لغوية. وقد

بيّنا أن هناك مسائل بعينها تتضمن مثل هذه المحمولات الغامضة. ويبرهن العجز على إثبات أو دحض جمل من قبيل فرضية المتصل وبدهية الاختيار (الجزء 4.4) على وجود قيود على قدرتنا المنطقية. ومعظم القيود الرياضية المناقشة في الفصل 9 قيود على تشكيلات ذهنية. الكائنات البشرية مثل رياضياتها تخلو من التناقضات. وليس لدى الأنساق ذات التناقضات حق أن تسمى بالرياضيات، ولهذا يتغاضى عنها البحاث. وعلماء الرياضيات يتجنبون البدهيات والتعريفات التي تسبب تناقضات.

لمرات عديدة في هذا الكتاب كان علي أن أكبح جماح نفسي عن اتخاذ خطوة واحدة تتخطى حدود العقل. ثمة حاجة إلى قيد على التشكيل الذهني يجنِّبه التناقضات.

- في الجزء 2.1 رأينا أنه من الخطأ أن نشترط أن تكون كل جملة تقريرية صادقة أو كاذبة. لو وضعنا هذا الشرط، سوف يلزمنا أن نقول إن جملة الكاذب صادقة أو كاذبة ونقع في تناقض.
- في الجزء 2.2 رأينا أن هناك عبارات («لا تصدق على نفسها» مثلًا) أو حتى كلمات (متنافر مثلا) يستحيل أن توهب معنى - بصرف النظر عن معناها الواضح.
- في الجزء 3.3 رأينا أنه يلزمنا تقييد استخدام قانون مودس بوننز المنطقي حين تكون هناك كلمات غامضة مخافة أن نثبت جملًا كاذبة.
- في الجزء 4.4 رأينا أنه لا يسمح لنا بتبني الافتراض الواضح أنه توجد نسبة إلى كل خاصية فئة من الأشياء التي تستوفيها. إننا ببساطة لا نستطيع أن قول هذا خشية الوقوع في مأزق على شاكلة مفارقة رسل.
- في الجزء 9.4 رأينا أنه يلزمنا تقييد استخدام آلة النقطة المحدَّدة كي لا نقع في مفارقة لوب.

في كل هذه الحالات، هناك خطوة منطقية واضحة نستطيع القيام بها، وحين نجد أنفسنا على حافة هاوية، نقيدها حتى لا تلج عالم التناقضات. لاحظ أن كل هذه القيود قيود على تشكيلات ذهنية، وليست قيودًا على أشياء مادّية.

وهناك منفذ ضيق يمكن للغة الطبيعية وبعض التشكيلات الذهنية

أن تهرب منه. فكما أكدت في الفصل 1، لا يقلقنا نحن البشر وجود بعض التناقضات في لغتنا اليومية، ولا تزعجنا التناقضات في أذهاننا. ولهذا لنا حين نقابل قيدًا على اللغة الطبيعية أو على تشكيلات ذهنية بعينها أن نتغاضى على القيد ونحصل على تناقض. ولكن حين تستخدم لغتنا في وصف الكون المادّي (العلم) أو في وصف الرياضيات، لا تكون لدينا رفاهية التغاضي عن التناقضات، بل يلزمنا أن نجعل مثل هذه التشكيلات الذهنية خلوًا من التناقضات بحيث يتسنى لها وصف كون مادّي خالٍ من التناقضات.

قيود عملية

ناقشنا نوعًا آخر من القيود من طبيعة أقل أساسية بعض الشيء. إنها ليست قيود تثبت أنه يستحيل وجود شيء (مادّي أو ذهني) بعينه، بل تبين أنه من غير العملي تمامًا وجود شيء بعينه، بمعنى أنه يستحيل التنبؤ أو العثور على حلّ في قدر عادي من الوقت أو بقدر عادي من الموارد. وقد عني الفصل 5 ببعض المسائل الحاسوبية القابلة للحلّ التي يتطلب حلها تريليونات من القرون. وفي حين تستطيع الحواسيب- نظريًا- حلّ مثل هذه المسائل، فإنها فيما يتعلق بكل المقاصد العملية تتجاوز القدرة البشرية. ويناقش الجزء 7،1 نظرية الشواش، التي تبين أن أنساقًا ذات حساسية مفرطة للشروط البدئية يستحيل عمليًا حلها. وفي مثل أثر الفراشة، في حين قد يكون بمقدورنا قفو حركة الفراشات في البرازيل بحيث نتنبأ بأعاصير في تكساس، فإن القيام بهذا يعد ببساطة غير عملي. وقد ناقشنا هذه القيود العملية العديدة وغيرها.

قيود الحدس

رأينا أن حدسنا الساذج يعاني نوعًا من الخلل، بما يعكس وجود خطأ بَدلًا من وجود قيد. وكانت أحداسنا الأساسية حول الكون من حولنا تعرضت للتشكيك عديد المرات، وتبين أن الرؤية المعتادة خاطئة. في الجزء 3،1 بيّن نقاشنا لسفينة ثيسيوس أن الأشياء لا تحوز حقيقة وجودها بوصفها تلك الأشياء (المفارقة للذهن). وقد رأينا أن هذه المشكلة لا تواجه الأشياء المادّية والناس فحسب بل تواجه حتى المؤسسات والمفاهيم. وفي الفصل 4

بيّنا أن أحداسنا الساذجة حول اللامتناهيات إشكالية بعض الشيء. ويشير الجزء 3.4، حيث تناقش مسألة مونتي هول، إلى أن مفهومنا للمعرفة في حاجة إلى تعديل.

رأينا أيضًا، خصوصًا في ميكانيكا الكم (الجزء 7.2) والنظرية النسبية (الجزء 7.3)، أن الملاحِظ يقوم بدور رئيس في الكون الملاحَظ. ثمة اعتقاد ساذج مؤداه أن العالم موضوعي ومفارق للملاحِظ. وحسب هذا الاعتقاد الساذج، نستطيع التعلم بخصوص العالم الخارجي دون تغييره. غير أن هناك حاجة إلى تحديث هذا الاعتقاد. ذلك أن منظورنا للعالم الخارجي يتوقف في حقيقة الأمر على الكيفية التي يلاحَظ بها. نتائج تجاربنا تتوقف على نوع التجارب المستخدمة. أجوبة أسئلتنا تتوقف على الأسئلة المطروحة، وعلى كيفية طرحها. ومن شأن هذا أن يضع الذهن الواعي خاصة الملاحِظ في موضع أكثر محورية في دراسة الكون. العلماء ليسوا خارج الكون يرقبونه، بل جزء من الكون، وهم يحاولون استنباط معان منطقية منه. إنهم جزء من الظاهرة التي يحاولون دراستها، بما يصعّب الفصل بين المجرِّب والتجربة. ومن شأن هذا أن يجعل الكون نسق الإحالة الذاتية النهائي: فهو يستخدم العلماء في دراسة نفسه[1]. وقد وقفنا على عدة أفكار أخرى مخالفة للبداهة في كل من ميكانيكا الكم والنظرية النسبية. وهناك أيضًا الكثير من المسائل المتعلقة بالعلم والعالم المادّي من حولنا تحتاج أحداسنا بخصوصها إلى تعديلات (الفصل 8). طبيعة العلم نفسه وعلاقته بالرياضيات، والكون، والذهن تظل خلافية. ونحن أبعد ما نكون عن حلّ المسائل الكبرى حول كيفية وسبب إدراكنا لبنية ونظام في الكون.

وقد عثرنا على القيود أو أثبتناها باستخدام منهجيات مختلفة. غير أن هناك أنماطا متشابهة جديرة بالتوكيد.

كثير من القيود التي وقفنا عليها مجرد نتاج مصاحب للإحالة الذاتية. ما إن تكون لدى النسق قدرة على الحديث عن نفسه والتعامل مع خصائصه، حتى تكون هناك قيود مفروضة عليه. ويؤمّن الجدول 10.1 قائمة بمجالات متنوعة يمكن العثور فيها على إحالة ذاتية.

وفي جميع هذه المجالات المتنوعة إحالات ذاتية، وأوضاع مفارقية،

(1) ذكرني هنا بنكتة: على نحو مماثل لـ «الدجاجة هي طريقة البيضة في صنع البيض»، «العالم طريقة ذرية في معرفة الذرة».

وقيود[1]. ويمكننا تصنيف قيود الإحالة الذاتية إلى أربعة أنواع تجدها في بداية هذا الجزء. هناك أوضاع في الأجزاء 2.2، 3.2، 5.2، و7.1 حول قيود مادّية. وهناك أوضاع في الأجزاء 4.3، 4.4، و9.4 حول قيود التشكيلات الذهنية (الرياضيات، ونظرية الفئات، والمنطق)، وتبين هذه القيود أن مثل هذه التشكيلات الذهنية الدقيقة ليست جائزة. وهناك أوضاع في الجزئين 2.1 و3.4 تتناول اللغة والاعتقادات البشرية تكثر فيها التناقضات. اللافت هو الخطّاطة المشتركة في كل مفارقات الإحالة الذاتية: إنها جميعها تنفي جزءًا أساسيًا ما من نفسها. ويبدو أن هذه الخطّاطة أحد أوجه العقل الأساسية[2].

وما إن تعثر على قيد (من مفارقة إحالة ذاتية أو بأي طريقة أخرى) حتى يسهل العثور على قيود أخرى عبر النظر في حالات الردّ. بمقدور قيد ما أن يراكم على قيد آخر. الواقع أن القراءة المتأنية للفصل 6 والجزء 9.3 سوف تبين أننا لم نثبت سوى عدم قابلية مسألة حوسبية واحدة للحلّ: مسألة التوقف. أما سائر المسائل فقد أثبتنا أنها حالات ردّ إلى مسألة التوقف. وهكذا يتسنى أن نشكل من قيد مفرد صرحًا كاملًا من القيود. ولعل كل نوع من القيود يأتي بطريقة ما من قيد إحالة ذاتية أو ردّ من مثل هذا القيد.

(1) انظر Yanofsky (2003) بخصوص قائمة أكثر شمولية لأنساق الإحالة الذاتية المختلفة الكثيرة.

(2) توجد الكثير من مفارقات الإحالة الذاتية التي لم أتطرق إليها – ومثلها مفارقة النيرفانا (لا تستطيع أن تصل إلى حالة النيرفانا إلا إذا حررت نفسك من كل الرغاب ... بما فيها الرغبة في الوصول إلى حالة النيرفانا) ومفارقة التسامح (إذا رغبت في مجتمع متسامح يجب عليك أن تكون متسامحًا مع غير المتسامحين). وفي حين أن هذه مفارقات أخّاذة، فإنها خارج نطاق نقاشنا.

الجدول 10.1

الجزء	الموضوع	موضوع الإحالة الذاتية	نتائج
2.1	اللغة	جملة تنفي صدقها.	توجد جمل تقريرية ليست صادقة ولا كاذبة.
2.2	مفارقة الحلاق	قروي ينفي قاعدة قريته حول الحلاقة.	يستحيل وجود قرية تطبق مثل هذه القاعدة.
3.2	مفارقات الترحل عبر الزمن	حدث ينفي وجوده.	الترحل عبر الزمن (بحرية القيام بأي فعل) مستحيل.
3.4	الاعتقادات	اعتقاد ينفي صدقه.	توجد أفكار تقريرية ليست صادقة ولا كاذبة.
4.3	اللاتناهي	فئة جزئية من الأعداد الطبيعية تنفي وجودها في تطابق مزعوم بين الأعداد الطبيعية والفئة الأسية من الأعداد الطبيعية.	يستحيل وجود مثل هذا التطابق (أي أن لاتناهي الفئة الأسية للأعداد الطبيعية أكبر من فئة الأعداد الطبيعية).
4.4	مفارقة رسل	فئة تنفي قاعدتها التي تقر أنها لا تشمل إلا فئات لا تشمل نفسها.	يستحيل وجود مثل هذه الفئة.
6.2	مسألة توقف تورينغ	برنامج ينفي «توقفه». سوف يعطي البرنامج الإجابة الخاطئة حين يُسأل عما إذا كان سوف يتوقف أو يستمر في دوران لانهائي.	يستحيل وجود مثل هذا البرنامج. ليس هناك برنامج توقف.
7.1	التنبؤ	تنبؤ ينفي مستقبله.	التنبؤ بالمستقبل بشكل مثالي مستحيل منطقيًا.
9.4	مبرهنة غودل الأولى في اللاتمام	جملة منطقية تنفي قابليتها للإثبات.	الجملة غير قابلة للإثبات، ومن ثم صادقة. فئة الجمل القابلة للإثبات فئة جزئية فعلية من الجمل الصادقة.

الجدول 10.2: القابل وغير القابل للوصف

الجزء	لامتناه عدود	لامتناه لاعدود
6.3	مسائل حاسوبية قابلة للحلّ	مسائل حاسوبية غير قابلة للحلّ
7.1	ظواهر قابلة للوصف	ظواهر غير قابلة للوصف
9.1	أعداد جبرية	أعداد متسامية
9.4	جمل رياضية (قابلة للإثبات)	حقائق رياضية

وهناك محور مشترك آخر وقفنا عليه في التمييز بين ما يقبل الوصف وما لا يقبل للوصف[1]. بطبيعة اللغة نفسها، ما يمكن وصفه لامتناه عدود. في المقابل، ما يوجد بالفعل «هناك» لامتناه لاعدود. الجدول 10،2 يذكرنا ببعض الاختلافات التي وقفنا عليها.

الفرق الهائل بين اللامتناهي العدود واللامتناهي اللاعدود يمظهر حقيقة أن ما كان يمكن القبض عليه باللغة والاستدلال المنطقي ضئيل مقارنة بكل ما يوجد. وكما يروى على لسان إسحاق نيوتن، «نعرف قطرة، ونجهل محيطًا»[2].

10.2 تعريف العقل

طلبت في نهاية الفصل 1 تعريفًا للعقل. كتاب بأسره حول حدود العقل يتسول تعريفًا لما يكون ضمن أرسان العقل. لماذا بعض العمليات معقول، وبعض آخر منها لامعقول؟ لماذا يُعقل قياسك لضغط دمك ولا يُعقل استشارتك لبرجك؟ لماذا يُعقل أن توافق مع علماء كيمياء اليوم، وأن تتجاهل علماء خيمياء قرون سالفة؟

طرح الفلاسفة عبر القرون العديد من التعريفات المختلفة للعقل وناقشوا خصائصه. وقد أهرقوا أيضًا الكثير من المداد في التمييز بين العقل وألفاظ متعلقة مثل الذكاء، والفكر، والعقلانية، والفهم، والحكمة.

---

(1) يناقش هنا أيضًا في الفصل 5 من كتاب *Rescher* (2009). عنوان الفصل هو «وقائع أكثر من الحقائق» (More Facts than Truths)

(2) وهنا يذكرني بكلمات فتغنشتاين: «قيود لغتي هي قيود عالمي»
(Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt) (*Tractatus Logico-Philosophicus* 5.6).

وكانت هناك محاولات كثيرة أيضًا للتمييز بين العقل البشري والاستدلال الحيواني والاستدلال الحاسوبي[1]. غير أن مقام هذا الكتاب يضيق بتلخيص كل هذه النظريات والآراء حول هذا الموضوع.

على ذلك، ثمة خاصية يتفق معظم المفكرون على احتياز العقل عليها: ليس في الوسع استخدام العقل في استنتاج تناقضات ومزاعم كاذبة. لقد حرصت في مختلف ثنايا هذا الكتاب على تجنب الوقوع في هذين الخطأين. أنّى ما افترضنا فكرة ما واستنتجنا تناقضًا، نعرف مباشرة أن الافتراض خاطئ. الكون ببساطة لا يسمح بالتناقضات. يستحيل على أي خاصية أن تكون صادقة وكاذبة. وعلى نحو مماثل، إذا استنتجنا زعمًا كاذبًا، سوف نعرف أن ثمة افتراضًا أو استدلالًا خاطئًا. لا قيمة لاستدلالنا إذا استنتجنا مزاعم كاذبة. الحقائق تبقى ولزام علينا تجنب الاستدلالات الفاسدة[2].

يمكننا الآن جعل سعينا نحو تعريف للعقل مركزًا. أي العمليات تضمن أننا لا نخلص إلى تناقض أو نستنتج مزاعم كاذبة؟ هل يمكن لنا أن نحدد أنواع العمليات التي تقود إلى مثل هذه النتائج الرديئة؟ أي عمليات استدلالية تتجنب مثل هذه النتائج المروعة؟

بدلًا من طرح تحديد دقيق للعمليات التي تتجنب التناقضات والأكاذيب، دعونا نجعل من هذا هو تعريفنا للعقل: **العقل هو فئة العمليات أو المنهجيات التي لا تفضي إلى تناقضات وأكاذيب.** أي عملية لا تقود إلى تناقض أو كذب عقل مشروع. وفي كل مرة نصل إلى تناقض أو كذب، نعرف أننا تجاوزنا حدود العقل وتصرفنا بشكل لامعقول. لقد عرّفنا العقل بتقصي حدوده. يصعب أن نحدد على وجه ما يضمن عدم تخطينا هذه الحدود، ولكن حين نحصل على تناقض وكذب مباشر، نعرف أننا ذهبنا أبعد مما يجب. وفي حين لا نستطيع تأمين قواعد دقيقة لما هو معقول، نستطيع أن نحدد ما إذا كانت عملية ما خاطئة. وعلى الرغم من أن هذا يبدو تعريفًا غريبًا، فإنه فعال.

ولأننا لا نعرف ما يسبّب وما لا يسبّب الوقوع في خطأ، فإن تعريف العقل يتوقف على الزمن. ما اعتبر ذات مرة معقولًا، قد يثبت في المستقبل أنه يسبب تناقضات. تاريخيًّا، حدث عديد المرات أن اعتُبِرَ شيء جزءًا من

---

(1) تطرقت بإيجاز للمقارنة بين قدرات الحاسوب والقدرات البشرية في الجزئين 6.5 و9.3.

(2) هناك اقتباس يقال إنه ورد في الجزء الخاص بقراءة الخرائط في **كتيب الكشاف الإرشادي النرويجي** (Norwegian *Boy Scout Handbook*) يقول: «إذا كانت المنطقة مختلفة عن الخريطة، صدّق المنطقة».

العلم ثم تبين بطلانه لاحقا. التالي من الأمثل البارزة:

- كان الأثير مادة يفترض أن تتحرك فيها الموجات الضوئية. ولم يدرك العلماء إلا في بداية القرن العشرين أنه يستحيل اكتشاف هذه المادة.
- اعتقد علماء الكيمياء في الماضي في مادة تسمى الفيليجستون تتبخر حين يحترق الشيء. ولم يدرك علماء الكيمياء إلا بعد عديد السنين أنه لا وجود لمثل هذه المادة.
- ظلت الفراسة، الاعتقاد في إمكان معرفة سجايا بشرية مختلفة من معاينة خصائص الجماجم والأدمغة، تعدّ علمًا جيدًا حتى بعد مضي عديد السنوات على بداية القرن العشرين.
- في فترة ما، اعتبرت دراسة الأخلاط والتولد التلقائي علمًا مشروعًا.
- في المقابل، حدث عديد المرات أن اعتبرت فكرة ما سخيفة ثم اكتشف بمرور الوقت أنها جزء من العقل والعلم:
- في اليونان القديمة اعتبر الكون أزليًا، ولم يدرك العلم إلا مؤخرًا أن الكون انوجد ضمن زمن متناه.
- تعرضت نظرية الجراثيم التي قال بها لويس باستير وإغناز سملويس للإغفال حين طرحت، والآن تدرس أفكارهما في رياض الأطفال لتحفيزهم على غسل أيديهم.
- اعتبرت الأعداد السلبية والمتخيّلة غرائب حين طرحت أول مرة. ولم يدرك الناس إلا بعد قرون أن لها معنى حقيقيًا.

يمكن لهذه القائمة أن تطول لصفحات وصفحات. ومؤدى الفكرة التي أحاول إيصالها هو أنه ليست هناك قواعد دقيقة لتحديد متى تشكل الفكرة أو العملية جزءًا من العقل، ومتى تتجاوز أرسانه[1].

قد يُحتج بأنه يجب على الشواهد الإمبيريقية أن تستخدم دائمًا في تحديد صدق الفكرة. وفي حين أن هذا قد يكون صحيحًا، فإن الأمر ليس دائما بهذه البساطة. مثل هذا، قال كوبرنيكس وغاليليو إن الأرض تتحرك حول أرض ثابتة. وحين تنظر حول الأرض التي تبدو ساكنة تشعر أن البابا كان محقًّا. لم يجر غاليليو أي تجارب تثبت أننا لا نشعر بحركة الأرض

(1) بمعنى ما، هنا هو فحوى شعار بول فيرابند «كل شيء جائز» حين يتعلق الأمر بالمنهج العلمي.

لأنها تتحرك بسرعة ثابتة. وكما قال، يلزمنا أن ننظر في مجمل الشواهد الإمبيريقية كي نعرف أنه على الرغم من أنه يبدو أن الأرض لا تدور، «فإنها تدور»[1].

من بين مشاكل التمييز بين العقل واللاعقل أن حدسنا يضللنا أحيانًا. عادة حين يتعارض شيء مع أحداسنا فنحكم ببطلانه. لكن هذا ليس مبررًا دائمًا. مثل هذا، من بين أحداسنا الأكثر أساسية أن الشيء يكون في موضع واحد في كل وقت. وقد تعلمنا هذا الدرس البسيط مذ كنّا رضّعًا. غير أن ميكانيكا الكم بمذهبها الصادم في التراكب بينت لنا أن هذا الحدس البسيط خاطئ. ومن الأحداس الواضحة الأخرى أن للأشياء أطوالًا ثابتة، وأن العمليات تستغرق أزمنة محددة. لكن نظرية النسبية بيّنت لنا أن هذا الحدس البسيط خاطئ. أي أحداس أخرى لدينا الآن وسوف يتبين أنها خاطئة؟ولأن حدود العقل ليست ثابتة، ثمة أفكار يظل وضعها معقولًا. هناك العديد من الأفكار في العلم المعاصر التي لم تثبت صحتها، ولم يثبت بطلانها. من بين الأمثلة المادة المعتمة، والطاقة المعتمة، والأكوان العديدة، ونظرية الأوتار، وجسيم هغز دون-الذري، والتماثلية الفائقة. ولكل هذه الأفكار أنصار كثر وقد تكون صحيحة، لكننا لم نتأكد بعد. أتراها ضمن حدود العقل أم أنها تتخطاها؟

بهذا التعريف للعقل لعلنا نستطيع الإجابة عن بعض الأسئلة التي أثيرت في الفصل 1 حول طبيعة العقل.

لماذا يكون افتراض أكثر معقولية من آخر؟ وقفنا عديد المرات في هذا الكتاب، حين كنا نتعامل مع القيود، على افتراضات معقولة متعارضة. مثل هذا، من البدهي أن نقر أن

(أ) لدى فئات الفئة الفعلية عناصر أقل من عناصر الفئة الأصلية.

غير أننا وجدنا في فصلنا حول اللاتناهي أن

(ب) ثمة فئات جزئية فعلية تتساوى من حيث حجمها مع الفئة الأصلية.

أي الافتراضين صحيح؟ كما بينت في الفصل 4، نستطيع الحصول على تناقضات في حال عدم تبني مسلمات نظرية الفئة، التي تقر (ب). ولأننا

(1) "Eppur si muove".

نرغب في تجنب التناقضات في عمليات معقولة، نقبل (ب) ونتجاهل (أ). وبصرف النظر عن قدر عدم بداهتها، (ب) صحيحة و(أ) خاطئة. لا خشية من الأحداس الرديئة. التناقضات وحدها موضع الخشية.

لماذا يعقل قياسك ضغط دمك، ولا يعقل استشارتك لبرجك؟ الأمر غاية في البساطة: كون الصحة الجيدة تتوقف على ضغط دم جيد حقيقة أساسية. في المقابل، ليس هناك سبب لاستشارة برجك، لأنه ثبت أن تنبؤات الأبراج مخالفة لوقائع ملحوظة. ولهذا، فإن الاهتمام بالأبراج يتجاوز عقال العقل.

قد تكون هناك عملية مخالفة بعض الشيء للبداهة، ونحن لا نعرف ما إذا كانت هذه العملية سوف تقود إلى تنبؤات صحيحة أو تفضي بنا إلى تناقضات. هل هذه العملية معقولة؟ قد تكون معقولة، وقد لا تكون. لكن هناك شيء واحد مؤكد، أنه إذا كانت العملية تقود إلى زعم كاذب أو تناقض، فإنها ليست معقولة. ومن شأن هذا أن يعطينا هرمية للعمليات المعقولة. في لب خشيتنا من التناقضات مزاعم كاذبة. وهذا هو معيارنا النهائي لأي عملية معقولة.

ما الذي يجب علينا الاعتقاد فيه؟ وما الذي يجب علينا استبعاده؟ من طبيعة الكائنات البشرية أنه يسهل خداعها. يقبل الناس الكثير من الأفكار التي تتخطى حدود العقل. إننا نرغب في تصديق أبراجنا، وفي تصديق أننا بتناول أقراص دواء فترة قصيرة سوف ينقص وزننا دونما حاجة لتمارين رياضية أو لإنقاص ما نتناول من سعرات حرارية. نرغب أيضًا في أن يبدو مظهرنا جميلًا كعارضة أزياء حين نرتدي لباس ما. والمؤسف أن كل ذلك ليس صحيحًا. الذهن البشري عرضة لأفكار خاطئة. وحين نتجاوز حدود العقل، يلزم أن نكون حذرين بخصوص ما نقبله بوصفه حقيقة. وبإدراك سهولة تعرضنا للخداع نخطو أول خطوة دفاعية[1].

وبمرور الوقت وباكتسابنا المزيد من الخبرة بالعقل، والعلم،

(1) قام جيمس راندي بتجربة مهمة تؤكد شيئًا رائعًا بخصوص الطبيعة البشرية. دخل راندي قاعة درس، وطلب من كل طالب أن يكتب في بطاقة اسمه وبعض المعلومات الشخصية، مثل تاريخ ميلاده ولونه المفضّل. بعد ذلك جمع البطاقات، وعاد في اليوم التالي يحملها معه وقد ألصق بكل بطاقة وصفًا شخصيًا وبرجًا لكل طالب. وبعد أن وزع البطاقات على الطلاب طلب منهم قراءة أبراجهم الشخصية. وقبل أن يناقشها معهم طلب منهم الحكم على ما إذا كانت الأوصاف دقيقة. وفق مقياس «ممتاز»، و«جيد جدًا»، و«جيد»، و«ضعيف»، قوّمت أغلبية الطلاب دقة وصفهم الشخصي بـ «جيد» أو أفضل من «جيد». بعد ذلك سمح لهم بالاطلاع على أوصاف بعضهم البعض، وقد صدموا حين وجدوا أن الأبراج واحدة، وأنها كتبت بعبارات هزلية وغامضة. وقد قبل معظم الطلاب البرج المفرح على الرغم من أنه لا يقول أي شيء عنهم بشكل خاص. يمكن العثور على تجربة راندي على الرابط:

http://www.youtube.com/watch?v=3Dp2Zqk8vHw.

والرياضيات، نتعلم المزيد حول حدود العقل. نتعلم المزيد حول أحداسنا الخاطئة، وحول العمليات التي تنتج تناقضات وتنبؤات خاطئة. وعلى هذا النحو تصبح حدود العقل وتعريفه أشد وضوحًا.

10.3 استراق نظرة خلف الحدود

بعد أن رأينا قيود العقل وعرّفناه، نستطيع أن نتساءل عما يوجد وراء حدود العقل؟ أي مناهج نستطيع استخدامها حين يفشل العقل؟ كيف نستطيع الحصول على معلومات يعجز العلم عن الكشف عنها؟ يجب علينا أن نكون حذرين بخصوص تخطي حدود العقل. خطر أن نستخدم مناهج خارج حدود العقل لفهم العالم من حولنا أو لاستحداث تقنية جديدة. ما قيل في بداية الفصل 1 جدير بأن يكرر هنا: العقل هو المنهج الوحيد الذي يحسّن الرفاه البشري.

- لم يعثر جوناس سولك على علاج للبولو باستخدام الحدس، بل باستخدام العقل والمنهج العلمي.
- لم يُستخدم الخيال في وصول البشر إلى القمر، بل استخدمت التقنية المؤسسة على العقل والعلم.
- لن تحلّ مشكلة الجوع في العالم بالمحبة والمشاعر الدافئة بل المحاصيل المعدلة وراثيًا، ومخصبات نترات الأمونيوم هي التي سوف تعين على إطعام العالم.

العقل ضروري لكل هذه الإنجازات. وعلى الرغم من تسليطنا الضوء على الكثير من القيود المفروضة على العقل، ينبغي علينا أن نتردد في تخطي حدوده.ولكن ما الذي يوجد وراء حدود العقل؟ لقد ناقش هذا الكتاب حدودًا بعينها لا نستطيع تخطيها خشية التناقضات والأكاذيب. ولكن ما الذي يحدث حين نسترق نظرة وراء هذه الحدود، كما هو مبين في صورة الباحث في الغابة القديمة التي يعرضها الشكل 10.1[1]؟ ما الذي يوجد هناك؟

(1) نقش خشبي من:
Camille Flammarion, L›Atmosphere: Météorologie Populaire (Paris, 1888), 163.



الشكل 10.1: الباحث يسترق نظرة وراء الحدود

دعوني أضف تحذيرًا حول الكثير من مجازات هذا الكتاب المكانية. تستخدم عبارة «الحدود القصوى» كما لو أنها مكان. وتستخدم كلمة وراء كما لو أن هناك حدودًا جغرافية لها جانبان. لدينا «حدود» لا يُسمح لنا بـ «تخطيها». أترانا نسترق نظرة على مكان ما؟ قد تقود مثل هذه التعبيرات المكانية إلى الوقوع في أخطاء. ليست هناك أمكنة ولا جدران. بتصور جدار قد نفترض خطأ أنه من المشروع بالقدر نفسه البحث في جانبي الجدار. لكن الأمر ببساطة ليس على هذا النحو. على الرغم من جمال صورة الشكل 10.1، فإنها ليست حقيقية. فلا تخلط بين المجاز والحقيقة[1].

على ذلك، للسؤال عما يوجد وراء العقل مشروعية بعينها. العقل منهجية تعلّم وتطبيق معلومات. وقد بيّن هذا الكتاب أن هناك قيودًا

(1) دعوني في أثناء نقدي لهذا أضف نقدًا ذاتيًا. لا شك في أنني أستخدم كلمتي حد وقيد بطرق مختلفة عديدة. كلمتا عقل ويوجد تستخدمان أيضًا بطرق متنوعة. في دفاعي، ليس لهذه الكلمات تعريفات واضحة.

على قدرتنا على جمع واستخدام مثل هذه المعلومات. غير أن المعلومات موجودة. ومن بين مثل هذه المعلومات الخفية نذكر التالي:

- ثمة طريق أقصر لـ «مسألة البائع المسافر». لن يكون في وسعنا الحصول على هذه المعلومة، لكنها موجودة.
- بيّنت لنا نظرية الشواش أننا لن نستطيع أبدًا التنبؤ بمستقبل أي نسق شواشي. غير أن لهذا النسق مستقبلًا.
- قد لا نكون قادرين على تحديد ما إذا كان برنامج حاسوبي ما سوف يتوقف في النهاية، لكنه إما سوف يتوقف أو يستمر إلى ما لانهاية.
- على الرغم من أننا، بالتعريف، لا نستطيع إثبات صدق أي جملة غودلية، فإنها صادقة.

في كل هذه الحالات، المعلومة موجودة[1]، وهي «موجودة بالفعل هناك»، لكن لا سبيل لدينا لمعرفة ما تكونه هذه المعلومة. أي مناهج أخرى متاحة للحصول على مثل هذه المعلومة؟ من حقنا التفكر في هذا الأمر[2].

وعلى الرغم أنه من المحبذ أن نتفكر، فإنني لسوء الحظ لا أعتقد أنه بالإمكان قول أي شيء مهم في هذا الموضوع. تعريفنا للعقل أسلوب في تجنب التناقضات والمزاعم الكاذبة. أي شيء يمكن فهمه حول معلومات تتجاوز مثل هذه الحدود محتم أن يكون تخمينًا، ومن ثم ليس هناك شيء مهم حقيقة يمكننا قوله. قد يكون في وسعنا التخمين بخصوص المعلومة أو لعلنا نستطيع الحصول على المعلومة بطريقة أخرى. قد يعطينا إياها شخص ما وقد نقبلها على أنها صحيحة. غير أن مثل هذه السبل في الحصول على المعلومة ليست ضمن اختصاص هذا الكتاب، وعلينا، كما هي الحال نسبة لأي شيء خارج حدود العقل، قبول حقيقة أن التناقضات والأكاذيب قد تواجهنا. قد يكون هناك قدر كبير من المعلومات هناك، ولكن في غياب الأدوات الصحيحة للتحقق منها، لا بديل أمامنا سوى الصمت.

تخيّل أنك أُعطيت صندوقًا معدنيًا، وأخبرت بأنه يستحيل عليك معرفة ما يوجد بداخله. لك أن تحاول أن تحدث ثقبًا فيه، وأن تحرقه، وأن تصوره بأشعة إكس، وأن تخضه، وأن تكسره، وما إلى ذلك، لكنك

---

(1) في مقابل الأجوبة عن أسئلة على شاكلة «كم عدد أسنان [الكائن الخرافي] أحادي القرن؟» التي لا توجد عنها أي معلومات.

(2) في الجزء 6.4 وصفت هرمية لبعض مسائل الحاسوب التي يعجز البشر والحواسيب عن حلها. هل يمكن أن نعدّ تصنيفا مشابها للمجهولات؟

لن تنجح أبدًا في فتحه أو معرفة محتوياته. قد تكون به مجوهرات ثمينة أو رمل لا نفع منه. وقد تكون به قصاصة ورق كتب عليها الرقم 42. وقد لا يكون هناك أي شيء داخل الصندوق المعدني. قد يكون مجرد صندوق فارغ. لن نعرف إطلاقًا. هذا شبيه بما أودّ قوله. لقد أُعطينا حدود العقل، وأخبرنا أننا لا نستطيع تخطي هذه الحدود دون ولوج عالم التناقضات أو الأكاذيب. قد يكون هناك نوع من المعلومات خارج حدود العقل نعجز عن الدراية به. على ذلك، وكما هي الحال مع الصندوق، يجب علينا أن ندرك أننا ببساطة لن نعرف أبدًا. قد نشعر أو نحدس بعض المعلومات، وقد تكون لنا أماني بخصوص ما يوجد وراء الحدود. ولكن ينبغي علينا السير بحذر شديد خشية شبح التناقضات والأكاذيب.

لا حاجة لأن ينزعج المرء أكثر مما يجب من حدود العقل والمعقولية. لا مدعاة لأن نجزع بسبب فشلنا في استراق نظرة وراء الحدود التي أوجزها هذا الكتاب. ذلك لأننا نحن الكائنات البشرية نعيش أصلًا وراء العقل. العالم الذي يقطنه البشر ليس عالم العقل، والمنطق، والرياضيات، والعلم البارد قاسي القلب. أذهاننا لا تعيش في عالم الأحجار، وصور الحياة المؤسَّسة على الكربون، والجزيئات التي تمتثل لقوانين الفيزياء المعتادة، بل لدينا مشاعر وعواطف لا يمليها العقل والمنطق. لدينا حس بالجمال، والدهشة، والأخلاق، والقيم التي تتجاوز العقل وتتحدى التفسير المعقول. إننا لا نقدّر الفن والموسيقى الجميلة لأسباب منطقية، وحين نتأمل سلسلة من الجبال، فإننا نمتلئ روعًا ودهشة، كما أننا نحاول تجنب الأعمال الشائنة حتى حين تكون مفيدة لنا، ونثمّن الوقت الذي نمضيه مع أحبابنا، ونألم لفراقهم، على الرغم من عدم وجود ضرورة منطقية تستدعي أيًا من ذلك. قراراتنا لا تُتخذ تأسيسًا على المنطق والعقل، بل تعوّل على الإستاطيقا، والخبرة العملية، والميول الأخلاقية، والنزوات، والعواطف، والأحداس، والمشاعر. وبهذا المعنى، كل منا يتجاوز أصلًا أرسان العقل.

قراءات إضافية

- ثمة الكثير من الكتب الفلسفية المهمة تناقش موضوعات متعلقة ومثلها (2003 *Fogelin*، (1958) *Eddington*)، و(1999 *Rescher* 2009). وهناك أيضًا شريط وثائقي جيد أعدته BBC يغطي بعض موضوعاتنا اسمه المعرفة الخطرة (*Dangerous Knowledge*)

(http://www.dailymotion.com/video/xdoe8u_dagerous-knowledge-15-_sfortfilms).

بيبليوغرافيا

- Adams, Douglas. *The Hitchhiker's Guide to the Galaxy.* New York: Del Rey, 1995.
- Al-Daif, Rashid. *Dear Mr. Kawabata.* Trans. Paul Starkey. London: Quartet Books, 2000.
- Allen, Woody. *Getting Even.* London: Picador, 1993.
- Aristotle. *The Basic Writings of Aristotle.* Ed. Richard McKeon. New York: Random House, 1941.
- Baase, Sara. *Computer Algorithms: Introduction to Design and Analysis.* 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1988.
- Baker, T. P., J. Gill, and R. Solovay. Relativizations of the P =? NP question. *SIAM Journal on Computing* 4, no. 4 (1975): 431 - 442.
- Balaguer, Mark. Fictionalism in the philosophy of mathematics. In *Stanford Encyclopedia of Philosophy.* 2011. http://plato.stanford.edu/entries/fictionalism -mathematics.
- Barrow, John D. *Impossibility: The Limits of Science and the Science of Limits.* Oxford: Oxford University Press, 1999.
- Barrow, John D. *New Theories of Everything.* Oxford: Oxford University Press, 2007.
- Barrow, John D., and Frank J. Tipler. *The Anthropic Cosmological Principle.* Oxford: Oxford University Press, 1986.
- Bell, E. T. *Men of Mathematics.* New York: Simon and Schuster, 1937.
- Bell, J. S. Bertlmann ' s socks and the nature of reality. *Journal de Physique,* colloque C2, suppl. 3, vol. 42 (1981). Reprinted in J. S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics.* Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- Bell, J. S. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics* 1, no. 3 (1964): 195 - 200. Reprinted in J. S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics.* Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

- **Bell, J. S.** *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics.* **Cambridge: Cambridge University Press, 1987.**
- **Berlinski, David.** *The Advent of the Algorithm: The 300-Year Journey from an Idea to the Computer.* **San Diego: Harcourt, 2001.**
- **Berto, Francesco.** *There Is Something about G ö del: The Complete Guide to the Incompleteness Theorem.* **Malden, MA: Wiley-Blackwell, 2009.**
- **Bierce, Ambrose.** *The Collected Works of Ambrose Bierce.* **Reprint of the 1909 edition, Forgotten Books, 2012. http://www.forgottenbooks.org.**
- **Bierce, Ambrose.** *The Devil ' s Dictionary of Ambrose Bierce.* **Ed. James H. Ford. Reprint of the 1906 edition, 2010. Special Edition Books. http://www.specialeditionbooks** .com.
- Birkhoff, Garrett, and Saunders Mac Lane. ***A Survey of Modern Algebra.*** Rev. ed. New York: Macmillan, 1957.
- Birkhoff, Garrett, and John von Neumann. The logic of quantum mechanics.
- [Second Series] ***Annals of Mathematics*** 37 (4) (1936): 823 - 843.
- Bohr, Neils. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? ***Physical Review*** (48) (1935): 696 - 702.
- Boolos, George S., John P. Burgess, and Richard C. Jeffrey. ***Computability and Logic.*** 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- Born, Max. ***The Born-Einstein Letters: Correspondence between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916 - 1955.*** Trans. Irene Born. London: Macmillan, 1971.
- Brandenburger, Adam, and H. Jerome Keisler. An impossibility theorem on beliefs in games. ***StudiaLogica***84 (2006): 211 - 240.
- Bub, Jeffrey. ***Interpreting the Quantum World.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- Bunch, Bryan H. ***Mathematical Fallacies and Paradoxes.*** New York: Van Nostrand Reinhold, 1982.

- Burtt, E. A. ***The Metaphysical Foundations of Modern Science: The Scientific Thinking of Copernicus, Galileo, Newton, and Their Contemporaries.*** Rev. ed. Garden City, NY: Doubleday Anchor, 1932.
- Calaprice, Alice. ***The New Quotable Einstein.*** Princeton, NJ: Princeton University Press, 2005.
- Calude, C., H. J ü rgensen, and M. Zimand. Is independence an exception? ***Applied Mathematics and Computation*** (66) (1994): 63 - 76.
- Carr, Bernard, ed. ***Universe or Multiverse*** ? Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- Casti, John L. ***Paradigms Lost: Images of Man in the Mirror of Science.*** New York: Morrow, 1989.
- Churchill, Winston. ***My Early Life: 1874 - 1904.*** New York: Scribner, 1996.
- Cohen, Paul J. Skolem and pessimism about proof in mathematics. ***Philosophical Transactions of the Royal Society*** 363, no. 1835 (2005).
- Conway, John, and Simon Kochen. The Free Will Theorem. ***Foundations of Physics*** 36, no 10 (2006): 1441 - 1473.
- Cook, Alan. ***The Observational Foundations of Physics.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- Cook, Stephen. The complexity of theorem proving procedures. ***Proceedings of the Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing,*** 151 - 158. 1971.
- Cook, Stephen. The P versus NP problem. 2002 http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP/pvsnp.pdf.
- Corman, T. H., C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. ***Introduction to Algorithms.*** 3rd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2002.
- Cutland, Nigel. ***Computability: An Introduction to Recursive Function Theory.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- Dasgupta, Sanjoy, Christos Papadimitriou, and UmeshVazirani. ***Algorithms.*** Boston: McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2006.
- Dauben, Joseph W. ***Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite.*** Cambridge, MA: Harvard University Press, 1979.

- Davies, Paul. ***The Goldilocks Enigma: Why Is the Universe Just Right for Life?*** Boston: Houghton Mifflin, 2008.
- Davies, P. C. W. ***The Accidental Universe.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
- Davies, P. C. W. Where do the laws of physics come from? http://www.scribd.com/doc/6436157/Where-Do-the-Laws-of-Physics-Come-From. N.d.
- Davis, Martin, ed. ***The Undecidable: Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvable Problems and Computable Functions.*** Mineola, NY: Dover Publications, 2004.
- Davis, Martin. The Incompleteness Theorem. ***Notices of the AMS*** 53, no. 4 (2006): 414 – 418.
- Davis, Martin. What is a computation ? In Lynn Arthur Steen, ed., ***Mathematics Today,*** 241 – 267. New York: Vintage Books / Random House, 1980.
- Davis, Martin, and Reuben Hersh. Hilbert ' s 10th problem. ***Scientific American,*** November 1973, 84 – 91.
- Davis, Martin D., Ron Sigal, and Elaine J. Weyuker. ***Computability, Complexity, and Languages: Fundamentals of Theoretical Computer Science.*** 2nd ed. Boston: Academic Press, 1994.
- d'Espagnat, Bernard. The quantum theory and reality. ***Scientific American,*** November 1979, 159 – 181.
- d'Espagnat, Bernard. ***In Search of Reality.*** New York: Springer-Verlag, 1983.
- Deutsch, David. ***The Fabric of Reality.*** New York: Penguin, 1997.
- Devlin, Keith. ***The Joy of Sets: Fundamentals of Contemporary Set Theory.*** 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1993.
- Dewdney, A. K. ***Beyond Reason: 8 Great Problems That Reveal the Limits of Science.***Hoboken, NJ: Wiley, 2004.
- Diaconis, Persi, Susan Holmes, and Richard Montgomery. Dynamical bias in the coin toss. 2007. http://comptop.stanford.edu/u/preprints/heads.pdf.

- Diacu, Florin. The solution of the n-body problem. ***Mathematical Intelligencer*** 18 (1996): 66 – 70.
- Diacu, Florin, and Philip Holmes. ***Celestial Encounters: The Origins of Chaos and Stability.*** Princeton, NJ: Princeton University Press, 1996.
- Dirac, P. A. M. The evolution of the physicist ' s picture of nature. ***Scientific American,*** May 1963, 45 – 53, http://blogs.scientificamerican.com/guest-blog/2010/06/25/the-evolution-of-the-physicists-picture-of-nature.
- Dirac, P. A. M. Pretty mathematics. ***International Journal of Theoretical Physics*** 21 (1982): 603 – 605.
- Dirac, P. A. M. ***The Principles of Quantum Mechanics.*** 4th ed. Oxford: Clarendon Press, 1986.
- Dirac, P. A. M. The relation between mathematics and physics. ***Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*** 59 (1939): 122 – 129.
- Dyson, Freeman. ***Disturbing the Universe.*** New York: Harper and Row, 1979.
- Eddington, Arthur. ***Philosophy of Physical Science.*** Ann Arbor: University of Michigan Press, 1958.
- Eddington, Arthur. ***Space, time and gravitation.*** 1920. http://www.gutenberg.org/files/29782/29782-pdf.pdf.
- Einstein, Albert. Geometry and experience. 1921. http://www.relativitycalculator.com/pdfs/einstein_geometry_and_experience_1921.pdf.
- Einstein, A., B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? ***Physical Review*** 47 (777) (1935).
- Einstein, Albert. Physics and reality. ***Journal of the Franklin Institute*** 221 (3) (1936): 349 – 382.
- Einstein, Albert. ***Relativity: The Special and General Theory.*** New York: Crown Publishers, 1961.
- Eklund, Matti. Fictionalism. In ***Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2007. http://plato.stanford.edu/entries/fictionalism/.

- Enderton, Herbert B. ***A Mathematical Introduction to Logic.*** San Diego: Academic Press, 1972.
- Eves, Howard. ***An Introduction to the History of Mathematics.*** 4th ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1976.
- Feynman, Richard Phillips. ***The Feynman Lectures on Physics.*** 3 vols. Reading, MA: Addison Wesley Longman, 1970.
- Flammarion, Camille. ***L'Atmosphere: M é t é orologiePopulaire.*** Paris: Librairie Hachette, 1888.
- Fogelin, Robert. ***Walking the Tightrope of Reason.*** Oxford: Oxford University Press, 2003.
- Friedman, Michael. ***Dynamics of Reason.*** Stanford, CA: CSLI Publications, 2001.
- Galilei, Galileo. ***Dialogue Concerning the Two Chief World Systems.*** Trans. Stillman Drake. Berkeley: University of California Press, 1953.
- Gamow, George. ***One, Two, Three — Infinity: Facts and Speculations of Science.*** New York: Dover, 1988.
- Gamow, George. ***Thirty Years That Shook Physics: The Story of Quantum Theory.*** New York: Dover, 1966.
- Gardner, Martin. ***My Best Mathematical and Logic Puzzles.*** New York: Dover, 1994.
- Gardner, Martin. ***Relativity Simply Explained.*** Illustrated by Anthony Ravielli. New York: Dover, 1997.
- Gardner, Martin. Review of ***Science in the Looking Glass: What Do Scientists Really Know? Notices of the American Mathematical Society*** 52, no. 11 (2005): 1344 - 1347.
- Garey, Michael, and David S. Johnson. ***Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness.*** New York: Freeman, 1979.
- Gibbon, Edward. ***The Autobiographies of Edward Gibbon: Printed Verbatim from Hitherto Unpublished MSS., with an Introduction by the Earl of Sheffield.*** Chestnut Hill, MA: Adamant Media Corporation, 2001.
- Gilder, Louisa. ***The Age of Entanglement: When Quantum Physics Was Reborn.*** New York: Vintage, 2009.

- Gillespie, Daniel T. ***A Quantum Mechanics Primer.*** 1970. New York: Wiley.
- Glazebrook, Trish. Zeno against mathematical physics. ***Journal of the History of Ideas*** 6, no. 2 (2001): 193 – 210.
- Gleick, James. ***Chaos: Making a New Science.*** New York: Penguin Books, 1987.
- Gödel, Kurt. What is Cantor ' s continuum problem? ***American Mathematical Monthly*** 54, no. 9 (1947): 515 – 525.
- Godfrey-Smith, Peter. ***Theory and Reality: An Introduction to the Philosophy of Science.*** Chicago: University of Chicago Press, 2003.
- Goodman-Strauss, Chaim. Can ' t decide? Undecide! ***Notices of the AMS*** 57, no. 3
- (March 2010): 344 – 356.Goodman-Strauss, Chaim. Tassellazioni. In Claudio Bartocci, ed., ***La Matematica***, vol. 4, 249 – 285. Turin: Einaudi, 2011. An English version, "Tessellations," is available at http://mathfactor.uark.edu/downloads/tessellations.pdf.
- Gorham, Geoffrey. ***Philosophy of Science: A Beginner ' s Guide.*** Oxford: Oneworld, 2009.
- Greene, Brian. ***The Fabric of the Cosmos.*** New York: Vintage, 2004.
- Greene, Brian. ***The Hidden Reality: Parallel Universes and the Deep Laws of the Cosmos.*** New York: Knopf, 2011.
- Gribbin, John. ***Schr ö dinger ' s Kittens and the Search for Reality: Solving the Quantum Mysteries.*** Boston: Little, Brown, 1995.
- Gribbin, John. ***In Search of Schr ö dinger ' s Cat: Quantum Physics and Reality.*** New York: Bantam Books, 1984.
- Gribbin, John, and Martin Rees. ***Cosmic Coincidences: Dark Matter, Mankind, and Anthropic Cosmology.*** New York: Bantam Books, 1989.
- Grim, Patrick. ***The Incomplete Universe: Totality, Knowledge, and Truth.*** Cambridge, MA: MIT Press, 1991.
- Gr ü nbaum, Adolf. Modern science and refutation of the paradoxes of Zeno. ***Scientific Monthly*** 81 (1955): 234 – 239. Reprinted in Wesley C. Salmon, ed. ***Zeno ' s Paradoxes,*** 164 –176. Indianapolis, IN: Hackett, 1970.

- Guillemin, Victor. ***The Story of Quantum Mechanics.*** New York: Scribner, 1968. Hannabuss, Keith. ***An Introduciton to Quantum Theory.*** Oxford: Clarendon Press, 1997.
- Hardy, G. H. ***Ramanujan: Twelve Lectures on Subjects Suggested by His Life and Work.*** Providence, RI: Chelsea, 1999.
- Harel, David. ***Computers Ltd.: What They Really Can ' t Do.*** Oxford: Oxford University Press, 2003.
- Hartmanis, J., and J. Hopcroft. Independence results in computer science. ***SIGACT News*** 8, no. 4 (1976): 13 – 24.
- Hayes, Brian. ***Group Theory in the Bedroom, and Other Mathematical Diversions.*** New York: Hill and Wang, 2008.
- Heisenberg, Werner. ***Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science.*** New York: Harper Perennial, 2007.
- Held, Carsten. The Kochen-Specker Theorem. In Edward N. Zalta, ed. ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** Winter 2008 ed. http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/kochen-specke r.
- Herbert, Nick. ***Quantum Reality: Beyond the New Physics.*** Garden City, NY: Anchor Press / Doubleday, 1985.
- Hodges, Andrew. ***Alan Turing: The Enigma.*** New York: Simon and Schuster, 1992.
- Hofstadter, Douglas R. ***G ö del, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid.*** New York: Basic Books, 1979.
- Hofstadter, Douglas R. ***I Am a Strange Loop.*** New York: Basic Books, 2007.
- Horgan, John. ***The End of Science: Facing the Limits of Knowledge in the Twilight of the Scientific Age.*** New York: Broadway Books, 1996.
- Huggett, Nick. Zeno ' s paradoxes. In ***Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2010. http://plato.stanford.edu/entries/paradox-zeno.
- Hume, David. ***Dialogues Concerning Natural Religion.*** Indianapolis, IN: Hackett, 1988.
- Hume, David. ***An Inquiry Concerning Human Understanding.*** New York: Liberal Arts Press, 1955.
- Hume, David. ***A Treatise of Human Nature.*** Oxford: Oxford University Press, 1978.

- Jacobson, Nathan. ***Basic Algebra I.*** San Francisco: Freeman, 1985.
- Jech, Thomas. ***Set Theory.*** San Diego: Academic Press, 1978.
- Jech, Thomas. Set theory. In ***Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2009. http://plato.stanford.edu/entries/set-theory.
- John, Gribbin, and Martin Rees. ***Cosmic Coincidences: Dark Matter, Mankind, and Anthropic Cosmology.*** New York: Bantam New Age, 1989.
- Jordan, Thomas F. ***Quantum Mechanics in Simple Matrix Form.*** New York: Wiley, 1986.
- Kaku, Michio. ***Physics of the Impossible: A Scientific Exploration into the World of Phasers, Force Fields, Teleportation, and Time Travel.*** New York: Doubleday, 2008.
- Kant, Immanuel. ***The Critique of Pure Reason.*** Trans. Norman Kemp Smith. New York: Bedford Books, 1969.
- Kant, Immanuel. ***Prolegomena to Any Future Metaphysics.*** 1949. http://www.archive.org/stream/kantsprolegomena00kantuoft/kantsprolegomena00kantuoft_djvu.txt.
- Karp, Richard M. Reducibility among combinatorial problems. In R. E. Miller and J. W. Thatcher, eds., ***Complexity of Computer Computations,*** 85 – 103. New York: Plenum, 1972.
- Kilmister, C. W. ***Eddington ' s Search for a Fundamental Theory: A Key to the Universe.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- Kirby, L., and J. Paris. Accessible independence results for Peano arithmetic. ***Bulletin of the London Mathematical Society*** 14 (1982): 285 – 293.
- Klein, Morris. ***Mathematics and the Physical World.*** New York: Dover, 1981.
- Kline, Morris. ***Mathematics: The Loss of Certainty.*** Oxford: Oxford University Press, 1980.
- Kramer, Edna E. ***The Nature and Growth of Modern Mathematics.*** 2 vols. New York: Fawcett, 1970.
- Kuhn, Thomas S. ***The Structure of Scientific Revolutions.*** 2nd ed. Chicago: University of Chicago Press, 1970.
- Kuhn, Thomas S. What are scientific revolutions? In L. Kr ü ger, L.

Daston, and M. Heidelberger, eds., ***The Probabilistic Revolution,*** 7 – 22. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

- Kursunoglu, Behram N., and Eugene Paul Wigner, eds. ***Paul Adrien Maurice Dirac: Reminiscences about a Great Physicist.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- Laplace,PierreSimon.***APhilosophicalEssayonProbabilities.***NewYork: Wiley, 1902. http://archive.org/details/philosophicaless00lapliala.
- Laplace, Pierre Simon. ***A Philosophical Essay on Probabilities.*** Translated into English from the original French 6th ed. by F. W. Truscott and F. L. Emory. New York: Dover Publications, 1951.
- Lavine, Shaughan. ***Understanding the Infinite.*** Cambridge, MA: Harvard University Press, 1994.
- Lawvere, F. William. Diagonal arguments and cartesian closed categories with author commentary. http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/15/tr15abs.html. ***Lecture Notes in Mathematics*** 92 (1969): 134 - 145.
- Lederman, Leon M., and Christopher T. Hill. ***Symmetry and the Beautiful Universe.***
- Amherst, NY: Prometheus Books, 2004.
- Levin, Leonid. " A survey of Russian approaches to perebor (brute-force searches) algorithms. " ***Annals of the History of Computing*** 6, no. 4 (1973): 384 - 400.
- Losee, John, ed. ***A Historical Introduction to the Philosophy of Science.*** 4th ed. Oxford: Oxford University Press, 2001.
- Lorenz, Edward. " Predictability: Does the Flap of a Butterfly ' s Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas? " Address at the Annual Meeting of the American Association
- for the Advancement of Science in Washington, December 29, 1972. In E. N. Lorenz, ***The Essence of Chaos,*** Seattle: University of Washington Press, 1993.
- Maimonides, Moses. ***The Guide for the Perplexed.*** Trans. M. Friedl ä nder. London: Routledge&Kegan Paul, 1904.
- Makin, Stephan. Zeno of Elea. In ***Routledge Encyclopedia of***

Philosophy. London: Routledge, 1998.

- Malin, Shimon. ***Nature Loves to Hide: Quantum Physics and Reality, a Western Perspective***. Oxford: Oxford University Press, 2001.
- Manin, Yuri Ivanovich, with B. Zilber. ***A Course in Mathematical Logic for Mathematicians***. 2nd ed. New York: Springer, 2010.
- Manson, Neil A. ***God and Design: The Teleological Argument and Modern Science.*** London: Routledge, 2003.
- Mazur, Joseph. ***Motion Paradox: The 2,500-Year-Old Puzzle behind All the Mysteries of Time and Space.*** New York: Dutton, 2007.
- Mendelson, Elliott. ***Introduction to Mathematical Logic.*** 4th ed. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC, 1997.
- Mickens, Ronald E. ***Mathematics and Science.*** Teaneck, NJ: World Scientific, 1990.
- Musser, George. ***The Complete Idiot ' s Guide to String Theory.*** New York: Penguin Books, 2008.
- Nash, John. John F. Nash, Jr. — Autobiography. (Nobel Prize autobiography.) Nobelprize.org. July 29, 2011. http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1994/nashautobio.html.
- Nietzsche, Friedrich. ***Basic Writings of Nietzsche.*** Trans. Walter Kaufmann. New York: Modern Library, 2000.
- Nørretranders, Tor. ***The User Illusion: Cutting Consciousness Down to Size.*** New York: Viking, 1998.
- Okasha, Samir. ***Philosophy of Science: A Very Short Introduction.*** Oxford: Oxford University Press, 2002.
- Pagels, Heinz R. ***The Cosmic Code: Quantum Physics and the Language of Nature.*** New York: Simon and Schuster, 1982.
- Pais, A. Einstein and the quantum theory. ***Reviews of Modern Physics*** 51 (1979): 863 - 914.
- Pais, A. Playing with equations, the Dirac way. In Behram N. Kursunoglu and Eugene Paul Wigner, eds., ***Paul Adrien Maurice Dirac: Reminiscences about a Great Physicist,*** 93 - 116. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

- Papadimitriou, Christos H. ***Computational Complexity.*** Reading, MA: Addison-Wesley, 1994.
- Parikh, Rohit. Existence and feasibility in arithmetic. ***Journal of Symbolic Logic*** 36, no. 3 (1971).
- Parikh, Rohit. Vagueness and utility: The semantics of common nouns. ***Linguistics and Philosophy*** 17 (1994): 521 – 535.
- Pascal, Blaise. ***Pascal ' s Pens é es.*** New York: Dutton, 1958. A French version is available at http://www.ub.uni-freiburg.de/fileadmin/ub/referate/04/pascal/pensees.pdf.
- Paulos, John Allen. ***Mathematics and Humor.*** Chicago: University of Chicago Press, 1980.
- Peat, F. David. ***Einstein ' s Moon: Bell ' s Theorem and the Curious Quest for Quantum Reality.*** New York: Contemporary Books, 1991.
- Penrose, Roger. ***The Emperor ' s New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics.*** Oxford: Oxford University Press, 1991.
- Penrose, Roger. ***The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe.*** New York: Knopf, 2005.
- Penrose, Roger. ***Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness.*** Oxford: Oxford University Press, 1994.
- Pickering, Andrew. ***Constructing Quarks: A Sociological History of Particle Physics.*** Chicago: University of Chicago Press, 1984.
- Poincar é, Henri. ***Science and Method.*** New York: Cosimo Classics, 2010.
- Popper, Karl. ***Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge.*** 2nd ed. London: Routledge, 2002.
- Poundstone, William. ***Labyrinths of Reason: Paradox, Puzzles, and the Frailty of Knowledge.*** New York: Anchor Press / Doubleday, 1989.
- Poundstone, William. ***The Recursive Universe: Cosmic Complexity and the Limits of Scientific Knowledge.*** Chicago: Contemporary Books, 1985.
- Pour-El, Marian Boykan, and J. Ian Richards. ***Computability in Analysis and Physics.*** New York: Springer, 1989.
- Priest, Graham. ***Beyond the Limits of Thought.*** 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2003.

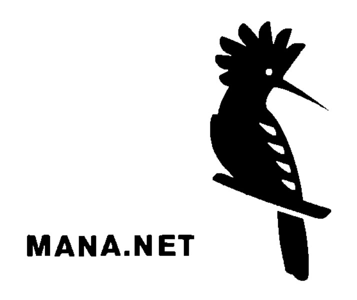
- Quine, W. V. ***The Ways of Paradox and Other Essays.*** New York: Random House, 1966.
- Rescher, Nicholas. ***The Limits of Science.*** Rev. ed. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1999.
- Rescher, Nicholas. ***Scientific Progress: A Philosophical Essay on the Economics of Research in Natural Science.*** Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1978.
- Rescher, Nicholas. ***Unknowability: An Inquiry into the Limits of Knowledge.*** Lanham, MD: Lexington Books, 2009.
- Rice, H. G. Classes of recursively enumerable sets and their decision problems. ***Transactions of the American Mathematical Society*** 74, no. 2 (March 1953): 358.
- Rindler, Wolfgang. ***Essential Relativity: Special, General, and Cosmological.*** New York: Van Nostrand Reinhold, 1969.
- Rivest, R. L., A. Shamir, and L. Adleman. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. ***Communications of the ACM*** 21, no. 2 (1978): 120 – 126.
- Ross, Kenneth A., and Charles R. B. Wright. ***Discrete Mathematics.*** 5th ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2003.
- Rucker, Rudy. ***Infinity and the Mind: The Science and Philosophy of the Infinite.*** Boston: Birkh ä user, 1982.
- Russell, Bertrand. ***The Scientific Outlook.*** London: Routledge, 2009.
- Sainsbury, R. M. ***Paradoxes.*** 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- Sakurai, J. J. ***Modern Quantum Mechanics.*** Rev. ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994.
- Salinger, J. D. ***Raise High the Roof Beam, Carpenters and Seymour: An Introduction.*** New York: Back Bay Books, 2001.
- Salmon, Wesley C. ***Zeno ' s Paradoxes.*** Indianapolis, IN: Hackett, 1972.
- Scarani, Valerio.. ***Quantum Physics: A First Encounter; Interference, Entanglement and Reality.*** Trans. Rachael Thew. Oxford: Oxford University Press, 2006.

- Schwartz, Jacob T. ***Relativity in Illustrations.*** New York: Dover, 1989.
- Shainberg, Lawrence. ***Memories of Amnesia: A Novel.*** New York: Ivy Books, 1989.
- Sipser, Michael. ***Introduction to the Theory of Computation.*** 2nd ed. Boston: Thomson Course Technology, 2005.
- Smolin, Lee. ***The Life of the Cosmos.*** Oxford: Oxford University Press, 1999.
- Sorensen, Roy. ***A Brief History of the Paradox: Philosophy and the Labyrinths of the Mind.*** Oxford: Oxford University Press, 2003.
- Sorensen, Roy. Epistemic paradoxes. In ***Stanford Encyclopedia of Philosophy.*** 2006. http://plato.stanford.edu/entries/epistemic-paradoxes.
- Sorensen, Roy. ***Vagueness and Contradiction.*** Oxford, New York: Oxford University Press, 2001.
- Stenger, Victor J. ***The Comprehensible Cosmos: Where Do the Laws of Physics Come From?*** Amherst, NY: Prometheus Books, 2006.
- Stewart, Ian. ***Galois Theory.*** 3rd ed. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC, 2003.
- Sudbery, Anthony. ***Quantum Mechanics and the Particles of Nature: An Outline for Mathematicians.*** Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
- Sudkamp, Thomas A. ***Languages and Machines: An Introduction to the Theory of Computer Science.*** 3rd ed. Reading, MA: Pearson / Addison-Wesley, 2006.
- Tarski, Alfred. Truth and proof. ***Scientific American,*** June 1969, 63 – 77.
- Tavel, Morton. ***Contemporary Physics and the Limits of Knowledge.*** New Brunswick, NJ: Rutgers University Press, 2002.
- Torkel, Franz é n. ***Gödel ' s Theorem: An Incomplete Guide to Its Use and Abuse.*** Wellesley, MA: A. K. Peters, 2005.
- Truss, John. ***Discrete Mathematics for Computer Scientists.*** 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1998.
- Unger, Peter. There are no ordinary things. ***Synthese***41 (1979): 117 – 154.

- Van Heijenoort, J. ***From Frege to G ö del: A Source Book in Mathematical Logic, 1879 –1931.*** Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967.
- Van Heijenoort, J. G ö del ' s Theorem. In ***The Encyclopedia of Philosophy.*** London: Collier Macmillan, 1967.
- Vlastos, Gregory. Zeno of Elea. In ***The Encyclopedia of Philosophy,*** vol. 8, 369 – 379. New York: Macmillan / Free Press, 1972.
- Von Prantl, C. ***Geschichte der LogikimAbendlande.*** Vol. 1. Leipzig: S. Hirzel, 1855.
- Vygotsky, L. S. ***Thought and Language.*** Trans. Alex Kozulin. Cambridge, MA: MIT Press, 1986.
- Waldrop, M. Mitchell. ***Complexity: The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos.*** New York: Simon and Schuster, 1992.
- Wang, Hao. ***A Logical Journey: From G ö del to Philosophy.*** Cambridge, MA: MIT Press, 1996.
- Wapner, Leonard M. ***The Pea and the Sun: A Mathematical Paradox.*** Wellesley, MA: A. K. Peters, 2007.
- Webb, Stephen. ***If the Universe Is Teeming with Aliens... Where Is Everybody? Fifty Solutions to Fermi's Paradox and the Problem of Extraterrestrial Life.*** New York: Springer, 2002.
- Weinberg, Steven. ***Dreams of a Final Theory.*** New York: Vintage, 1994.
- Weyl, Hermann. ***Symmetry.*** Princeton, NJ: Princeton University Press, 1952.
- Wheeler, J. A. Law without law. In J. A. Wheeler and W. H. Zurek, eds., ***Quantum Theory and Measurement,*** 362 – 386. Princeton Series in Physics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1984.
- Wheeler, J. A., and W. H. Zurek, eds. ***Quantum Theory and Measurement.*** Princeton Series in Physics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1984.
- Whewell, William. ***History of the Inductive Sciences.*** 3rd ed. Vol. 1. New York: Parker, West Strand, 1858.
- White, Robert L. ***Basic Quantum Mechanics.*** New York: McGraw-Hill, 1966.
- Wick, David. ***The Infamous Boundary: Seven Decades of Controversy***

in Quantum Physics. Boston: Birkh ä user, 1995.

- Wigner, Eugene. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.htm.
- Wittgenstein, Ludwig. ***Tractatus Logico-Philosophicus***. Trans. David Pears and Brian McGuinness. London: Routledge, 1994.
- Yablo, Stephen. Paradox without self-reference. 1993. http://www.mit.edu/~yablo/pwsr.pdf.
- Yanofsky, Noson S. Towards a definition of an algorithm. ***Journal of Logic and Computation***, 21, no. 3, (2010): 253 - 286. http://arxiv.org/pdf/math/0602053v3.pdf.
- Yanofsky, Noson S. A universal approach to self-referential paradoxes, incompleteness and fixed points. ***Bulletin of Symbolic Logic*** 9, no. 3, (2003): 362 - 386.
- Yanofsky, Noson S., and Mirco A. Mannucci. ***Quantum Computing for Computer Scientists***. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.


MANA.NET



هذا الكتاب بحثٌ في قيود العقل، وليس بحثًا في قيود الواقع، وعجز العلم عن إخبارنا بأشياء نرغب في معرفتها ليس سوى قيد من هذه القيود، فحتى المنطق والرياضيات والحواسيب تعاني من عجز مماثل. ولأن البحث فعل ذهني، يثور السؤال: أنّى للعقل أن يدرك قيود العقل؟ بتعبير آخر، كيف يتأتى للعقل الخوض في مسائل أثناء محاولته البرهنة على عجزه عن الخوض فيها؟ يبدو أن المفارقة التي يشي بها هذا السؤال مجردّ مثل آخر على حقيقة لا يفتأ مؤلّف هذا الكتاب يؤكدها: أنه ما أن يحيل الشيء على نفسه حتى يكون على شفا هاوية التناقضات.

ISBN 978-603-91578-4-7

9 786039 157847

الطبعة الأولى: 2021

